

# **Analyse des Extinktionseffektes bei Niederschlagsmessungen mit einem C-Band Radar anhand von Simulation und Messung**

Zur Erlangung des akademischen Grades eines  
DOKTORS DER NATURWISSENSCHAFTEN  
der Fakultät für Physik der Universität Karlsruhe (TH)

genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.-Met. Ulrich Blahak  
aus Schlat bei Göppingen

Tag der mündlichen Prüfung:

28. Mai 2004

Referent:

Prof. Dr. K. D. Beheng

Korreferent:

Prof. Dr. Ch. Kottmeier



# **Analyse des Extinktionseffektes bei Niederschlagsmessungen mit einem C-Band Radar anhand von Simulation und Messung**

## **Kurzzusammenfassung**

Die Extinktion von Radarstrahlung an Niederschlagsteilchen stellt eine Fehlerquelle bei der quantitativen Interpretation von Radarniederschlagsmeßwerten dar, indem einem sich ausbreitenden Radarpuls ständig Energie entzogen wird, was letztlich zu einer Unterschätzung der Niederschlagsintensität führt. In der Literatur vorgeschlagene Korrekturverfahren basieren meist auf der Annahme einer eindeutigen Beziehung zwischen Radarmeßwert und Extinktion, die im Mittel für Regen gilt; diese Verfahren erweisen sich jedoch oft als instabil.

Im Hinblick darauf beschäftigt sich die vorliegende Arbeit mit der Extinktionsvariabilität bei gegebenem Radarmeßwert, weil diese eine wichtige Ursache für die Instabilität der Korrekturverfahren darstellt, wobei auch andere Niederschlagsarten Berücksichtigung finden. Zunächst kommen streutheoretische Methoden (Mie-Streuung, effektiver Brechungsindex von schmelzenden Niederschlagsteilchen) zur Anwendung. Da diese theoretischen Rechnungen mit Unsicherheiten behaftet sind, werden Extinktionsparameter auch experimentell aus Messungen zweier Radargeräte mit überlappendem Meßbereich abgeleitet. Hierfür wurde eine neue Methode entwickelt, welche die zahlreich auftretenden Fehlerquellen bestmöglich zu berücksichtigen sucht. Es zeigt sich, bestätigt sowohl durch Rechnungen als auch durch die Meßdatenauswertung, daß die Extinktion bei gegebenem Radarmeßwert äußerst variabel ist, was wichtige Konsequenzen für die Entwicklung von Korrekturvorschriften hat.

# **Analysis of the Extinction Effect on Precipitation Measurements with C-Band Radar by means of Simulation and Measurement**

## **Abstract**

The extinction of microwave energy by hydrometeors is an error source when interpreting radar precipitation measurements quantitatively, in that energy is constantly detracted from a travelling radar pulse, which ultimately leads to an underestimation of the precipitation intensity. Correction procedures proposed in literature mostly rely on the assumption of a well-defined relation between radar reflectivity and extinction which is valid on average for rain; those algorithms often prove to be unstable.

With regard to that, the present thesis deals with the variability of extinction for a given radar reflectivity (taking into account different precipitation types, including melting particles), because this can be an important cause for the abovementioned instability. First, theoretical methods are applied (Mie-scattering, effective complex refractive index for melting hydrometeors). Those calculations suffer from a lot of uncertainties. Therefore, extinction parameters are derived experimentally as well, using measurements of two radars whose measuring volumes overlap. To this end, a new method was developed which tries to take into account the various error sources in the best possible way. As a result, it is found that the extinction by hydrometeors is extremely variable for given radar reflectivity, which has important consequences for the future development of correction procedures.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2. Physikalische Eigenschaften von Niederschlagsteilchen</b>	<b>7</b>
2.1. Partikelgrößenverteilung und daraus abgeleitete Parameter . . . . .	7
2.2. Eigenschaften von Partikelgrößenverteilungen . . . . .	9
2.2.1. In-situ-Meßmethoden für Partikelgrößenverteilungen . . . . .	9
2.2.2. Fernerkundungsmeßmethoden für Partikelgrößenverteilungen . . . . .	10
2.2.3. Partikelgrößenverteilungen bei Regen und eisförmigem Niederschlag . . . . .	11
2.3. Fallgeschwindigkeiten von Hydrometeoren . . . . .	13
<b>3. Radarmessung von Niederschlag</b>	<b>15</b>
3.1. Allgemeines zum Meßprinzip . . . . .	15
3.2. Abstrahl- und Meßcharakteristik eines meteorologischen Radargerätes . . . . .	16
3.3. Radargleichung für einen Einzelstreuer . . . . .	19
3.3.1. Der Rückstreuquerschnitt . . . . .	21
3.3.2. Extinktionsquerschnitt und Dämpfungsfaktor . . . . .	22
3.4. Radargleichung für Volumenstreuer . . . . .	23
3.5. Extinktionseinfluß bei einer Radarmessung polydisperser Niederschlagsteilchen . . . . .	31
3.6. Ableitung von physikalischen Niederschlagsparametern aus dem Reflektivitätsfaktor . . . . .	34
3.7. Fehlerquellen bei der Bestimmung der Reflektivität und der Niederschlagsrate . . . . .	36
<b>4. Möglichkeiten der Extinktionskorrektur</b>	<b>39</b>
4.1. Algorithmen für die Extinktionskorrektur . . . . .	39
4.1.1. Methoden für ein einzelnes Radargerät . . . . .	39
4.1.2. Methoden für zwei Radargeräte mit überlappendem Meßbereich . . . . .	41
4.2. Offene Fragen . . . . .	42
<b>5. Theoretische Berechnung von Reflektivität und Extinktionskoeffizient</b>	<b>45</b>
5.1. Methodik und Diskussion der folgenden Sensitivitätsstudie . . . . .	45
5.2. Streuung an einem einzelnen kugelförmigen Partikel . . . . .	48
5.2.1. Allgemeine Begriffe und Definitionen . . . . .	48
5.2.2. Streufunktionen für eine Kugel . . . . .	50
5.2.3. Streufunktionen für eine zweischalige Kugel . . . . .	52
5.2.4. Streu-, Rückstreu- und Extinktionsquerschnitt . . . . .	54
5.3. Der Brechungsindex von Niederschlagsteilchen . . . . .	57
5.3.1. Brechungsindex von Wasser . . . . .	57
5.3.2. Brechungsindex von Eis . . . . .	59
5.3.3. Effektiver Brechungsindex von homogenen Mischmaterialien (z.B. Eis-Wasser-Luft-Gemischen) . . . . .	60
5.4. Extinktionsberechnungen für verschiedene Niederschlagsarten . . . . .	62
5.4.1. Regen . . . . .	62

5.4.2.	Trockener Hagel . . . . .	72
5.4.3.	Schmelzender Hagel . . . . .	76
5.4.4.	Trockener Graupel . . . . .	80
5.4.5.	Trockener Schnee . . . . .	83
5.4.6.	Schmelzender Graupel . . . . .	85
5.4.7.	Schmelzender Schnee . . . . .	91
5.4.8.	Wolken . . . . .	94
5.5.	Zusammenfassung . . . . .	96
5.6.	Effekte durch ungleichmäßige Strahlfüllung . . . . .	98
<b>6.</b>	<b>Ein Dual-Radar-Verfahren zur Ableitung von Extinktionskoeffizienten</b>	<b>101</b>
6.1.	Verfahrensbeschreibung . . . . .	101
6.2.	Räumliche Interpolation der Radardaten . . . . .	105
6.3.	Fehlerquellen des Dual-Radar-Verfahrens . . . . .	110
6.4.	Advektive Zeitversatzkorrektur . . . . .	111
<b>7.</b>	<b>Ableitung von Extinktionsparametern — ein Beispiel</b>	<b>117</b>
7.1.	Beschreibung der verwendeten Daten . . . . .	118
7.1.1.	Radar Monte Lema . . . . .	120
7.1.2.	Radar S-Pol . . . . .	125
7.2.	Meßbereichsüberlappung und Auswahl des Auswertgebietes . . . . .	127
7.3.	Festlegung der Auswertezeiträume und deren meteorologische Charakterisierung . . . . .	129
7.4.	Untersuchung und Behandlung von Fehlerquellen des Dual-Radar-Verfahrens . . . . .	134
7.4.1.	Untersuchung von Georeferenzierungsfehlern . . . . .	137
7.4.2.	Absolute Kalibrierung der Radargeräte . . . . .	146
7.5.	Verlagerungsgeschwindigkeitsfeld bei der Zeitversatzkorrektur . . . . .	151
7.5.1.	Allgemeines . . . . .	151
7.5.2.	Ableitung des Verlagerungsgeschwindigkeitsfeldes mit Hilfe der Lema-Reflektivitäten . . . . .	152
7.5.3.	Ableitung der individuellen Reflektivitätsänderung für eine verbesserte Zeitversatzkorrektur . . . . .	156
7.5.4.	Bewertung der abgeleiteten Verlagerungsgeschwindigkeitsfelder . . . . .	156
7.6.	Ergebnisse des Dual-Radar-Verfahrens . . . . .	161
7.6.1.	Relativer Kalibrierungsunterschied Lema/ S-Pol . . . . .	164
7.6.2.	Radomdämpfung beim Radar Lema . . . . .	166
7.6.3.	Abschattung durch radarnahen Mast (Lema) . . . . .	167
7.6.4.	Varianz durch lokalen Zeitversatz . . . . .	170
7.6.5.	Subskalige Variabilität der Reflektivität innerhalb eines Lema-Pulsvolumens . . . . .	172
7.6.6.	Dämpfungskoeffizient als Funktion der Reflektivität . . . . .	174
7.6.7.	Pfadintegrierte Dämpfung . . . . .	177
7.7.	Extinktionseffekt bei integrierten Niederschlagssummen . . . . .	188
7.8.	Zusammenfassung der Erkenntnisse aus der Dual-Radar-Auswertung . . . . .	193
<b>8.</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>197</b>

---

<b>A. Wellenausbreitung und komplexer Brechungsindex</b>	<b>203</b>
A.1. Die Maxwell'schen Gleichungen . . . . .	203
A.2. Harmonische elektromagnetische Wellen im Vakuum . . . . .	205
A.3. Linear polarisierte Wellen im Medium . . . . .	208
A.4. Physikalische Interpretation des Brechungsindex . . . . .	210
A.5. Literaturwerte . . . . .	211
<b>B. Ausbreitung von Radarstrahlen</b>	<b>215</b>
B.1. Physikalische Grundlagen . . . . .	215
B.2. Das „4/3-Erde-Modell“ als effiziente Näherung . . . . .	219
B.3. Strahlausbreitungsrechnung unter realen Bedingungen . . . . .	221
B.3.1. Numerische Lösung der Strahlausbreitungsgleichung als Anfangswertproblem	221
B.3.2. Brechungsindexprofile aus Radiosondenmessungen . . . . .	222
B.4. Vergleich mit dem „4/3-Erde-Modell“ . . . . .	223
<b>C. Effektive Strahlgewichtsfunktion</b>	<b>229</b>
<b>D. Koordinatentransformation Radarsystem — geographisches System</b>	<b>241</b>
<b>E. Radardaten in einem kartesischen Koordinatensystem</b>	<b>243</b>
E.1. Transformation von Radarkoordinaten in ein kartesisches Koordinatensystem . . . . .	243
E.2. Interpolation von Radardaten auf ein kartesisches Koordinatensystem . . . . .	244
E.2.1. Trilineare Interpolation . . . . .	244
E.2.2. Abstandsgewichtete Interpolation mit räumlichem Einflußgebiet . . . . .	246
E.2.3. Modifizierte abstandsgewichtete Interpolation mit räumlichem Einflußgebiet .	247
<b>F. Advektionsschema bei der Zeitversatzkorrektur</b>	<b>251</b>
<b>G. Eigenschaften der Radargeräte Lema und S-Pol</b>	<b>257</b>
G.1. Die wichtigsten Betriebsparameter . . . . .	257
G.2. Scanstrategien während der MAP-SOP . . . . .	259
<b>H. Bestimmung von abschattungsbeeinflussten Bereichen</b>	<b>267</b>
<b>I. Graphische Darstellung des Überlappungsbereiches</b>	<b>273</b>
<b>J. Relativer Kalibrierungsunterschied Lema – S-Pol</b>	<b>285</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>289</b>
<b>Danksagung</b>	<b>299</b>
<b>Lebenslauf und Bildungsweg</b>	<b>301</b>



# 1. Einleitung

Wolken und Niederschlag bilden eine sehr wichtige Komponente des Wetter- und Klimasystems. Während im langzeitlichen Mittel der atmosphärischen Variablen (Klima) der Wasserkreislauf aus Verdunstung, Transport von Wasserdampf, Kondensation, Niederschlag und Abfluß vor allem durch immense Energieumsätze bei Kondensation und Verdunstung, durch Transport von latenter Wärme und durch die Strahlungswechselwirkung von Wolken in Erscheinung tritt, ist die breite Öffentlichkeit hauptsächlich an der kurzfristigen Niederschlagsprognose im allabendlichen Wetterbericht interessiert. Denn für viele Bereiche des täglichen Lebens spielt der Einfluß des Wetters vor allem über die An- oder Abwesenheit von Niederschlag eine Rolle. Zudem bergen besonders intensive und/ oder langandauernde Starkniederschlagsereignisse die Gefahr von Überschwemmungen und in bergigem Gelände von Erosionsschäden, Hangrutschungen, Murenabgängen o.ä., die für die Volkswirtschaft beträchtliche Schäden verursachen und auch Menschenleben gefährden können. Zuverlässige Prognosen extremer Niederschlagsereignisse mit einer gewissen Vorlaufzeit können dazu beitragen, Schäden zu vermindern, indem rechtzeitig geeignete Schutzvorkehrungen ergriffen werden können. Solche Vorhersagen werden auch heutzutage noch mit Hilfe von Wettervorhersagemodellen erstellt, die (u.a. aus Rechenzeitgründen) nur eine vereinfachte physikalische Beschreibung der komplizierten Niederschlagsprozesse enthalten. Verfahren und Methoden zu einer Verbesserung der Niederschlagsvorhersagemodelle sind derzeit ein aktuelles und mit großem Aufwand betriebenes Forschungsthema.

Jedoch nicht nur das Problem einer zuverlässigen Prognose, sondern auch das einer belastbaren Diagnose des aktuellen Niederschlagsfeldes mit Hilfe von Messungen ist bei weitem noch nicht befriedigend gelöst. Im Zusammenhang mit der Niederschlagsdiagnose ist man an einer möglichst genauen flächendeckenden Erfassung des aktuellen Niederschlagsfeldes interessiert, das wiederum als Eingangsgröße für weitere Anwendungen dienen kann. Schwerpunktmäßig geht es dabei um die Messung der zeitlichen und räumlichen Verteilung und Entwicklung von Niederschlagsgebieten und auch die flächendeckende Erfassung der aktuellen Niederschlagsrate. Letztere ist z.B. neben Bodenzustandsparametern als Eingangsgröße für hydrologische Abflußmodelle in der kurzfristigen Hochwasservorhersage von grundlegender Bedeutung. Aber auch im Bereich der Weiterentwicklung der Niederschlagsvorhersagemodelle sind flächendeckende Niederschlagsmessungen von Nutzen. Zum Einen können sie zur Verifikation von Neuentwicklungen dienen, andererseits werden aber derzeit auch Methoden entwickelt, wie man gemessene Niederschlagsfelder zur besseren Initialisierung der Modellläufe verwenden kann.

Niederschlagsereignisse können einen weiten zeitlichen und räumlichen Skalenbereich überdecken, der von der synoptischen Skala (räumlich 1000 km, zeitliche Dauer bis zu mehreren Tagen) bis zu kleinräumigen konvektiven Einzelzellen (10 km, 30 min) reicht, und sie können zudem innerhalb eines einzigen Niederschlagsgebietes lokalzeitlich stark variabel sein (1 km, 1 min), besonders bei konvektiven Fällen. Möchte man z.B. ein für die hydrologischen Modelle geeignetes räumliches Feld der aktuellen Niederschlagsrate am Boden messen, so muß die Messung in der Lage sein, die kleinste der aufgezählten Niederschlagsskalen aufzulösen. Für diesen Zweck stehen grundsätzlich Meßnetze mit In-Situ-Meßgeräten und Fernerkundungsmeßverfahren zur Verfügung. Als In-Situ-Meßgeräte werden meist konventionelle Niederschlagssammler (z.B. Hellmann-Niederschlagssammler, Regenwippe) verwendet, die während einer definierten Meßzeit (z.B. zehn Minuten) die auf die Meßfläche des Gerätes (typischerweise 200 cm<sup>2</sup>) gefallene Niederschlagsmenge registrieren. Aufgrund der kleinen Meßfläche sind diese Messungen quasi als Punktmessungen anzusehen. Betrachtet man die heutzutage am dichtesten bestückten Bodenmeßnetze aus solchen Niederschlagssammlern, so weisen diese bestenfalls einen

mittleren Meßstellenabstand von etwa 20 km auf, was für die flächendeckende Messung von meist kleinskaligen konvektiven Niederschlägen bei weitem nicht ausreicht. Solche vergleichsweise engmaschigen Meßnetze existieren zudem meist nur in dicht bevölkerten Regionen der Erde.

Eine weitere Möglichkeit stellen Fernerkundungsverfahren dar, die eine flächendeckende und kontinuierliche Information über die Niederschlagsverhältnisse liefern können. Der Einsatz von bodengebundenen Radargeräten bietet hierfür eine gute Möglichkeit. Das Meßprinzip eines Radargerätes besteht darin, daß kurze Pulse räumlich stark gebündelter elektromagnetischer Strahlung in eine bestimmte Richtung ausgesendet und die an Streukörpern rückgestreute Leistung ausgewertet wird. Die Laufzeit ist ein Maß für die Entfernung, und aus der bekannten Senderichtung kann die räumliche Position der Streukörper ermittelt werden. Als relevante Streukörper kommen Niederschlagspartikel (sogenannte Hydrometeore) in Frage, Störsignale stammen natürlich auch von Flugzeugen, Vögeln, Insekten, orographischen Hindernissen oder ähnlichem. Die von Hydrometeoren rückgestreute Leistung muß dann mit der Niederschlagsrate in Beziehung gesetzt werden. Moderne Niederschlagsradargeräte messen neben der rückgestreuten Leistung auch die Doppler-Frequenzverschiebung und können daraus die Radialgeschwindigkeit der Hydrometeore ermitteln, die bei horizontal ausgesendetem Puls der radialen Windkomponente entspricht. Durch regelmäßige Abtastung eines ganzen Volumens erhält man nicht nur, wie bei den Bodenniederschlagsmeßnetzen, eine zweidimensionale, sondern eine dreidimensionale Messung. Dies ermöglicht beispielsweise auch eine Analyse der dynamischen Vorgänge innerhalb von Konvektionszellen und macht die Radarmethode auch zu einem interessanten Hilfsmittel in der Grundlagenforschung. Dabei erstreckt sich der typische Meßbereich eines Radargerätes über eine Entfernung von etwa 100 bis 300 km und über die gesamte Troposphäre, in der sich das Wettergeschehen hauptsächlich abspielt.

Die Abkürzung Radar (**R**adio **a**ircraft **d**etection **a**nd **r**anging) entstammt der ursprünglich beabsichtigten Verwendung von Radargeräten bei der Ortung und Verfolgung von Flugzeugen und Schiffen. Während des zweiten Weltkrieges setzte eine rasche Entwicklung dieses Verfahrens auf Seiten aller Kriegsparteien ein, um sich durch die frühzeitige Erkennung von herannahenden feindlichen Flugzeugen und Schiffen einen Vorteil verschaffen zu können. Rasch wurde jedoch erkannt, daß dabei neben der rein militärischen Anwendung auch ein Fernerkundungsverfahren für Niederschlag in der Atmosphäre entstanden war. Denn auf den Radarschirmen zeigten sich Niederschlagsgebiete als flächige „Hintergrundstörungen“, aus denen man die räumliche Ausdehnung und die zeitliche Dauer von solchen Ereignissen wie mit keiner anderen Meßmethode analysieren konnte. Neben der reinen vierdimensionalen Orts-Zeit-Information, die man z.B. mittels zeitlicher Extrapolation für die Kurzzeit-Niederschlagsvorhersage nutzt, ist man aber als ultimatives Ziel an der quantitativen Ableitung der Niederschlagsrate am Boden aus der reflektierten Strahlungsleistung interessiert, die neben meteorologischen Fragestellungen u.a. auch für hydrologische Abflußmodelle enorm wertvoll ist, wie weiter oben schon ausgeführt wurde. Dieser Problemkreis stellt ein Teilgebiet der Meteorologie dar und wird als Radarmeteorologie bezeichnet.

Zur Messung von Hydrometeoren verwendet man Radargeräte im Frequenzband von etwa 3 GHz (Wellenlänge 10 cm) bis 90 GHz (Wellenlänge 3 mm). Man kann theoretisch abschätzen, daß bei gegebener Größe der Hydrometeore die rückgestreute Leistung umso größer ist, je höher die Frequenz (siehe z.B. in der grundlegenden Arbeit von Gunn und East, 1954). Gleichzeitig nimmt aber auch der Effekt der Extinktion („Dämpfung“) durch Hydrometeore zu, der für eine Abschwächung der Strahlungsintensität des Radarpulses und somit für eine systematische Verminderung des Empfangssignals sorgt. Letztendlich ergibt sich daraus eine Unterschätzung der Niederschlagsrate. Der Begriff Extinktion bezeichnet allgemein den Energieverlust der einfallenden Strahlung durch Absorption in den Streupartikeln und durch Streuung in andere Richtungen als die Ausbreitungsrichtung der elektromagnetischen Welle. Da in Ausbreitungsrichtung ständig Energie absorbiert und seitwärts herausgestreut wird, akkumuliert sich der Effekt mit zunehmendem Strahlweg.

Die Wahl der Wellenlänge ist somit immer ein Kompromiß. Wegen des begrenzten Dynamikbereichs der zur Verfügung stehenden Empfänger kann man nicht beliebig kleine Empfangssignale auswerten. Um dennoch möglichst kleine Hydrometeore detektieren zu können, muß man eine möglichst kleine Wellenlänge wählen — dann ist jedoch auch die Extinktion groß. Hier gilt es, einen Mittelweg zu finden. Für scannende Niederschlagsradargeräte mit einem Meßbereich von 100 km und mehr verwendet man Frequenzen aus dem sogenannten S-Band<sup>1</sup> oder dem C-Band, während für vertikal zeigende Niederschlags- oder Wolkenradargeräte (maximale Meßhöhe  $\approx 10$  km) höhere Frequenzen bis zu 90 GHz angebracht sein können. Es ist bekannt, daß hinsichtlich der Dämpfung die C-Band-Wellenlängen die Übergangszone im elektromagnetischen Spektrum darstellen, bei der der Dämpfungseffekt beginnt, deutliche Auswirkungen zu verursachen (vorhanden ist er prinzipiell immer). Längere Wellenlängen (z.B. S-Band) erfahren allermeistens nur vernachlässigbare Dämpfung, während sie bei kürzeren Wellenlängen (z.B. X-Band) zu einer Hauptfehlerquelle wird.

Viele Wetterdienste betreiben Radarmeßnetze, wobei in Europa meist C-Band-Radargeräte mit einer Wellenlänge von 5 cm zum Einsatz kommen, während in den USA mit einer Wellenlänge von 10 cm (S-Band) gearbeitet wird. Die Vorteile der längeren Wellenlänge liegen, wie schon angesprochen, in der geringeren Dämpfung, wohingegen die Empfindlichkeit für kleine Hydrometeore bei einem C-Band-Radar höher ist. Die Detektionsschwelle für Hydrometeore liegt hierbei ungefähr bei derjenigen Hydrometeorgröße, bei der diese gerade nicht mehr in der Schwebelage bleiben, sondern zu sedimentieren beginnen und man von Niederschlag spricht. Wolken können in der Regel nicht erfaßt werden. Der Deutsche Wetterdienst betreibt ein Meßnetz aus 16 C-Band-Radargeräten mit einer Wellenlänge von 5 cm, deren Meßbereiche die gesamte Fläche der Bundesrepublik Deutschland lückenlos erfassen.

Seit der Anfangszeit befindet sich die Radarmeteorologie in ständiger Weiterentwicklung, doch bis heute kann die Niederschlagsintensität nicht mit der von meteorologischer und hydrologischer Seite geforderten Genauigkeit von wenigen Prozenten bestimmt werden. Diese Arbeit beschäftigt sich speziell mit dem seit langem einer Lösung harrenden Problem der Dämpfung an Niederschlagsteilchen bei C-Band-Radargeräten, die dabei eine von vielen Fehlerquellen darstellt.

Nach wie vor stellt die Korrektur dieses Effektes eine große Herausforderung dar und wird im operationellen Betrieb nur in einigen wenigen Ländern überhaupt versucht. Die Dämpfung beeinträchtigt grundsätzlich die quantitative Interpretation von Radarmessungen. Es ist so, daß die Dämpfung bei der betrachteten und in Europa hauptsächlich verwendeten C-Band-Wellenlänge bei schwachen und nur kurz andauernden Niederschlagsereignissen eine untergeordnete Fehlerquelle darstellt, die gegenüber anderen Fehlerquellen wie der Strahlteilabschattung an Hindernissen oder dem Einfluß der vertikalen Reflektivitätsänderung bei Messungen in größerer Höhe bzw. in weiter Entfernung vom Radarstandort in den Hintergrund tritt. Wesentlich kann die Dämpfung jedoch beispielsweise im Radarschatten intensiver konvektiver Zellen mit starkem Niederschlag werden oder bei der Ableitung von Niederschlagssummen in weiter Entfernung vom Radarstandort (langer Strahlweg).

Die meisten in der Literatur vorgeschlagenen Korrekturverfahren basieren auf der analytischen Lösung einer die Wirkung der Dämpfung auf den Radarmeßwert entlang des Strahlweges eines einzelnen Radarpulses beschreibenden Differentialgleichung (z.B. Hitschfeld und Bordan, 1954; näheres hierzu findet sich in Kapitel 4 der vorliegenden Arbeit), wobei vorausgesetzt wird, daß die Hydrometeore das Strahlvolumen homogen ausfüllen. In diesem Zusammenhang benötigt man die Kenntnis der Beziehung zwischen der Dämpfung und dem Radarmeßwert, der wiederum stark von der Art der gemessenen Hydrometeore (Wassertropfen, verschiedene Arten von ggf. schmelzenden Eispartikeln) und deren Größenverteilung abhängt. Leider sind gerade diese wichtigen Parameter bei einer Radarmessung unbekannt — ein Radarmeßwert beinhaltet nur die Information, daß reflektierende Streuer vorhanden sind

<sup>1</sup>Grobe Einteilung des elektromagnetischen Spektrums im Mikrowellenbereich: S-Band (Wellenlänge um 10 cm bzw. Frequenz um 3 GHz), C-Band ( $\approx 5$  cm bzw. 5 GHz), X-Band ( $\approx 3$  cm bzw. 10 GHz) und K-Band ( $\approx 1$  cm bzw. 30 GHz).

und nicht, um welche Art mit welcher Größenverteilung es sich handelt. Meist wird daher die Annahme getroffen, bei den gemessenen Hydrometeoren handle es sich um Regentropfen, deren Größenverteilung in bestimmter Weise eindeutig vom Radarmeßwert abhängt, was letztendlich auch auf eine eindeutige Beziehung zwischen Dämpfung und Radarmeßwert führt. Weicht die tatsächlich auftretende Dämpfung von dieser Annahme ab oder sind Fremdechos (z.B. Bodenechos) oder Strahlteilabschattungseffekte im Radarschatten von orographischen Hindernissen vorhanden, die die Interpretation des Radarmeßwertes selbst beeinflussen, dann werden diese Abweichungen mit zunehmender Entfernung vom Radarstandort durch einen positiven Rückkopplungsmechanismus in der oben angesprochenen analytischen Lösung verstärkt und führen zu der bekannten Instabilität der Korrekturverfahren. Abweichungen sind insbesondere dann zu erwarten, wenn es sich bei den gemessenen Hydrometeoren nicht um Regentropfen handelt, sondern beispielsweise um Hagel, Graupel oder Schnee: Wasser und Eis besitzen grundsätzlich verschiedene elektromagnetische Eigenschaften und verschiedene Hydrometeore setzen sich auf unterschiedliche Weise aus diesen beiden Materialien zusammen (z.B. Hagel = Eiskörner, schmelzender Graupel = Gemisch aus Eis, Wasser und Luft).

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich detailliert mit der Frage, wie variabel die Dämpfung in der Realität bei verschiedenen Niederschlagsarten ist und wie man diese Variabilität mit dem verfügbaren Radarmeßwert (Radarreflektivität) in Verbindung bringen kann. Besonders interessant, weil noch wenig erforscht, sind hier schmelzender Schnee und Graupel. Die Kenntnis über die zu erwartende Variabilität könnte zu einer Verbesserung der Dämpfungskorrekturverfahren beitragen. Andere Fehlerquellen der Radarniederschlagsmessung bleiben unberücksichtigt, soweit sie nicht die Ergebnisse und Verfahren der vorliegenden Arbeit beeinträchtigen.

Um den Effekt der Dämpfung bei Radarmessungen des Niederschlages verstehen und untersuchen zu können, ist zunächst einmal ein grundlegendes Verständnis der Eigenschaften von Niederschlagsteilchen und ihrer Radarmessung unerlässlich. Kapitel 2 beschreibt folglich die für die vorliegende Arbeit relevanten Eigenschaften von Hydrometeoren, während sich Kapitel 3 mit deren Radarmessung und speziell mit der allgemeinen Beschreibung des Extinktionseinflusses auf diese Messung beschäftigt. Dort werden auch die Extinktionsparameter Zweiweg-Dämpfungskoeffizient und die integrierte Streckendämpfung sowie die bei einer Radarmessung relevanten volumengemittelten Effektivwerte definiert. In Kapitel 4 werden aus der Literatur bekannte Verfahren zur Dämpfungskorrektur behandelt und diskutiert, woraus sich einige dort in Abschnitt 4.2 angegebene grundlegende Fragen im Zusammenhang mit der schon angesprochenen Variabilität des Zusammenhangs zwischen der Dämpfung und der Radarreflektivität ergeben. Diese Fragen passen gut auch in den Rahmen dieses Einführungskapitels und werden hier vorab formuliert, im Bewußtsein, daß die für das Verständnis notwendigen Grundlagen erst in den folgenden Kapiteln behandelt werden:

- Wie groß ist die Dämpfung und die Variabilität der Dämpfungs-Reflektivitäts-Beziehung bei verschiedenen Niederschlagsarten? Insbesondere sind hier schmelzender Niederschlag oder gar eine Mischung aus flüssigem und gegebenenfalls schmelzendem Niederschlag interessant, wie man ihn in der Schmelzzone oder bei konvektiven Zellen über einen größeren Höhenbereich antrifft.
- Welche Dämpfungs-Reflektivitäts-Beziehung ist für eine Korrektur praktisch anwendbar und mit welchen Fehlern ist zu rechnen? Gibt es überhaupt eine anwendbare „effektive“ Dämpfungs-Reflektivitäts-Beziehung?
- Wie groß ist der Fehler durch Dämpfung auf die mit einem Radar gemessene Niederschlagssumme im langzeitlichen Mittel und würde sich der Aufwand und das Risiko einer Korrektur lohnen?

Die erste und zweite Frage werden in Kapitel 5 zuerst mit theoretischen Methoden (Rückstreu- und Extinktionsberechnung auf der Basis der Mie-Theorie) für verschiedene vorgegebene Niederschlagsarten

(Regen, Hagel, Graupel, Schnee, ggf. schmelzend) angegangen. Es zeigen sich große Unterschiede der Dämpfung-Reflektivitäts-Beziehung für verschiedene Niederschlagsarten.

Die theoretischen Rechnungen basieren auf einer Reihe von Annahmen (speziell bei schmelzendem Graupel/ Schnee), die die Frage nach der Übertragbarkeit auf tatsächliche Radarmessungen aufwirft, zumal die Beschreibung der elektromagnetischen Eigenschaften solcher Mischpartikel noch ein aktuelles Forschungsthema darstellt. Es wird daher in Kapitel 6 ein Verfahren angegeben und eingehend diskutiert, mit dem es prinzipiell möglich sein sollte, Extinktionsparameter durch Vergleich von am gleichen Ort mit zwei unterschiedlich positionierten Radargeräten gemessenen Reflektivitätswerten abzuleiten (ein sogenanntes Dual-Radar-Verfahren). Auf dem Wege zum jeweils betrachteten Ort erfahren beide Radargeräte i.A. eine unterschiedliche Dämpfung, weil unterschiedliche Niederschlagsbereiche durchstrahlt werden. Die Information über die Dämpfung steckt dann in der Differenz der Meßwerte. Die Analyse der lokalen Differenzen erfolgt dabei auf der kleinstmöglichen zeitlichen und räumlichen Skala von einzelnen Radarstrahlen. Eine direkte Messung der Gesamtdämpfung über eine Meßstrecke mit getrenntem Sender und Empfänger (wie im Labor) würde sich bei C-Band-Radargeräten äußerst schwierig gestalten, weil die Strecke etliche Kilometer lang sein müßte, um überhaupt einen meßbaren Effekt zu erhalten. Solche Messungen lagen außerhalb der Möglichkeiten der vorliegenden Arbeit.

Das in dieser Arbeit entwickelte Dual-Radar-Verfahren setzt voraus, daß eines der beiden Radargeräte mit einer Frequenz arbeitet, bei der nur schwache Dämpfung zu erwarten ist (z.B. S-Band) und das somit als Referenzgerät dienen kann. Die Meßwerte des anderen Gerätes können dann durch Vergleich mit der Referenz auf Dämpfung hin untersucht werden. Bei dem Verfahren wird größter Wert auf die Berücksichtigung der Meßcharakteristik der beiden Radargeräte und auf die Korrektur des Umstandes gelegt, daß die Messung am selben Ort von beiden Radargeräten i.A. zu unterschiedlichen Zeiten erfolgt, wenn unabhängig voneinander die üblichen Volumenscans gefahren werden. Bei stark räumlich variablen Niederschlagsfeldern (z.B. konvektive Verhältnisse) hat letzteres, insbesondere in Verbindung mit einer hohen Windgeschwindigkeit, einen starken Einfluß auf die Genauigkeit des Verfahrens.

In Kapitel 7 wird das Dual-Radar-Verfahren auf ausgewählte Meßperioden während der dreimonatigen Special Observing Period (SOP) des Mesoscale Alpine Programmes (MAP, Binder et al., 1999; Bougeault et al., 2001) angewendet, bei dem ein S-Band Dual Polarization Radar (Radar S-Pol des National Center for Atmospheric Research, Boulder, Colorado, siehe Anhang G) in 40 km Entfernung vom C-Band-Radar Monte Lema des Schweizer Wetterdienstes MeteoSwiss betrieben wurde.

Unabhängig von der Dual-Radar-Analyse der momentanen Extinktionsparameter Dämpfungskoeffizient und integrierte Streckendämpfung wird außerdem in Kapitel 7 die zeitlich über die verwendeten Daten gemittelte, durch Dämpfung verursachte Niederschlagsunterschätzung bestimmt und somit die dritte der weiter oben formulierten Fragen angegangen. Es zeigt sich, daß die Dämpfung bei der Ableitung von akkumulierten Niederschlagsmengen aus C-Band-Radarmessungen bei Starkniederschlagsereignissen zu einer deutlichen Unterschätzung führen kann.



## 2. Physikalische Eigenschaften von Niederschlagsteilchen

In diesem Kapitel werden zunächst die physikalischen Eigenschaften von Niederschlagsteilchen behandelt, soweit sie für die vorliegende Arbeit von Bedeutung sind. Das nächste Kapitel wird sich dann der Radarmessung solcher Niederschlagsteilchen widmen.

Niederschlag entsteht über das Zusammenspiel einer Vielzahl mikrophysikalischer Niederschlagsprozesse, an denen auch in den gemäßigten Breiten praktisch immer Eisteilchen beteiligt sind. Die Spanne reicht hier vom Kondensationswachstum von kleinsten Wolkentröpfchen bzw. Deposition von Wolkeneisteilchen an Kondensations- bzw. Sublimationskeimen über Koagulation (vereinigung) von Tröpfchen zu einem größeren Tropfen, Aggregation von Eiskristallen zu Schneeflocken, Bereifen, Schmelzen bis hin zum Zerplatzen von großen Regentropfen, siehe z.B. das umfassende Lehrbuch von Pruppacher und Klett (1997). Am selben Ort kommen dabei für gewöhnlich Teilchen (Hydrometeore) unterschiedlicher Größe (polydisperses System) und eventuell auch unterschiedlichen Aggregatzustandes (flüssig, fest) vor, die mit unterschiedlicher Sedimentationsgeschwindigkeit relativ zur umgebenden Luft fallen. Man unterscheidet grob zwischen Wolkentröpfchen, Wolkeneispartikeln, Regen, Hagel, Schnee und Graupel, wobei sich Graupel durch Anfrieren unterkühlter Wolkentröpfchen bei der Kollision mit Eiskristallen oder Schneeflocken bildet (Bereifen). Der Grad des Bereifens kann je nach meteorologischen Gegebenheiten höchst unterschiedlich sein, doch dies soll hier nicht weiter vertieft werden.

Als grundlegende Größe zur Charakterisierung der räumlichen Verteilung der Hydrometeore dient in der Literatur für gewöhnlich die im Folgenden beschriebene Anzahldichteverteilungsfunktion, aus der wiederum eine Vielzahl anderer Parameter wie der Flüssigwassergehalt oder die Niederschlagsrate (Regenrate) ableitbar sind. Auch bei der Radarmessung von Niederschlag spielt diese Verteilungsfunktion eine zentrale Rolle, wenn es darum geht, aus Messungen eines Niederschlagsradars beispielsweise auf die Regenrate zu schließen (siehe Kapitel 3). Die übrigen Abschnitte dieses Kapitels beschäftigen sich mit gebräuchlichen Meßmethoden sowie mit aus Messungen abgeleiteten Modellfunktionen für die Anzahldichteverteilungsfunktion und mit der im Zusammenhang mit der Regenrate auftretenden Endfallgeschwindigkeit der Hydrometeore. Sind mehrere Partikelarten gleichzeitig an einem Ort vorhanden, so kann man jeder Partikelart einzeln eine Anzahldichteverteilung zuordnen.

### 2.1. Partikelgrößenverteilung und daraus abgeleitete Parameter

Wolken und Niederschlag können aus Wassertropfen, eisförmigen oder schmelzenden Partikeln bestehen, deren charakteristische Durchmesser in etwa den Bereich  $10 \mu\text{m}$  (Wolkenpartikel) bis einige cm (Hagelkörner) abdecken. Dabei besteht ein Partikelensemble am selben Ort aus vielen unterschiedlich großen Teilchen (polydisperses System). Neben dem Aggregatzustand (fest, flüssig) stellt daher die Partikelanzahldichteverteilung  $N = N(Y, \mathbf{r}, t)$  eine der wichtigsten grundlegenden Größen dar.  $N dY = N(Y, \mathbf{r}, t) dY$  beschreibt die Anzahl der Partikel pro Volumen, die am Ort  $\mathbf{r}$  zur Zeit  $t$  bezüglich eines Größenparameters  $Y$  im Intervall  $[Y, Y + dY]$  liegen.  $N$  wird im Folgenden als Partikelgrößenverteilung oder Partikelspektrum bezeichnet. Bei Regentropfen, die eine einigermaßen wohldefinierte Form haben (kleine Tropfen sind rund und ab einem Durchmesser von etwa 1 mm zunehmend abgeplattet), nimmt man für  $Y$  gerne den kugelvolumenäquivalenten Durchmesser  $D_k$ . Bei Eispartikeln, die wesentlich komplizierter geformt sein können, wird je nach Anwendung die Masse  $x$ , der wasseräquivalente

Kugeldurchmesser  $D$ ,

$$D = \left( \frac{6x}{\pi \rho_w} \right)^{1/3} = \left( \frac{\rho_k}{\rho_w} \right)^{1/3} D_k \quad , \quad (2.1)$$

oder ein anders definierter Durchmesser verwendet.  $\rho_w$  bezeichnet die Dichte von Wasser und  $\rho_k$  diejenige des betrachteten Partikels. Bei Wassertropfen gilt  $D = D_k$ .

Diese Formulierung gilt für ein quasi-infinitesimales Volumen: es soll so klein sein, daß es als punktförmig angesehen werden kann, aber dennoch genügend groß, damit eine statistisch ausreichende Zahl von Partikeln darin enthalten ist. Bei einer typischen Anzahldichte dieser Partikel von  $1000 \text{ m}^{-3}$  muß ein solches Volumen u.U. sehr groß sein, um diese Forderung zu erfüllen.

Sind der Aggregatzustand und die Größenverteilung der Hydrometeore bekannt, so können viele weitere anwendungsbezogene Parameter daraus abgeleitet werden. Die Gesamtzahl  $N_{ges}$  pro Gesamtvolumen ist beispielsweise gegeben durch das nullte Moment der Größenverteilung:

$$N_{ges}(\mathbf{r}, t) = \int_0^{\infty} N(Y, \mathbf{r}, t) dY \quad . \quad (2.2)$$

Wird  $Y$  exemplarisch mit  $D$  identifiziert, dann ergibt sich der Flüssigwassergehalt  $W$  (Masse Wasser pro Volumen) unabhängig von der Partikelart aus dem 3. Moment zu

$$W(\mathbf{r}, t) = \frac{\pi \rho_w}{6} \int_0^{\infty} N(D, \mathbf{r}, t) D^3 dD \quad . \quad (2.3)$$

In der Literatur findet man auch manchmal die Darstellung ohne  $\rho_w$ , wodurch dann  $W$  als Volumen des Wassers pro Gesamtvolumen definiert ist.

Die Niederschlagsintensität („Regenrate“)  $R$  als Flußdichte des Volumens des Flüssigwassers durch eine horizontale Fläche ist gegeben durch

$$R(\mathbf{r}, t) = \frac{\pi}{6} \int_0^{\infty} N(D, \mathbf{r}, t) v_{fall}(D, \mathbf{r}, t) D^3 dD \quad . \quad (2.4)$$

$v_{fall}(D, \mathbf{r}, t)$  ist dabei die nach unten positiv gezählte Tropfenfallgeschwindigkeit, die aus der Endfallgeschwindigkeit  $v(D, \mathbf{r})$  in ruhiger Luft (positiv nach unten) minus der Vertikalgeschwindigkeit der umgebenden Luft  $w(\mathbf{r}, t)$  (positiv nach oben) resultiert.

Da als Größenparameter der wasseräquivalente Kugeldurchmesser  $D$  verwendet wurde, gelten die dargestellten Formulierungen für  $W$  und  $R$  allgemein auch bei anderen Hydrometeorarten als Wassertropfen.

Eine wichtige Aufgabe der Radarmeteorologie ist es, diese Parameter (vor allem  $R$ ) aus Radarmessungen abzuleiten. Wie in Abschnitt 3.4 gezeigt wird, ist der Radarmeßwert selbst eine Funktion der Partikelart und -größenverteilung, die selbst wiederum vom Ort  $\mathbf{r}$  und der Zeit  $t$ . Besteht der Niederschlag im einfachsten Falle sämtlich aus Partikeln, die klein gegenüber der Radarwellenlänge  $\lambda_0$  sind (Rayleigh-Approximation, siehe Abschnitt 3.3.1 und Gleichung (3.13) in Abschnitt 3.4 sowie die Herleitung dieser Näherung in Abschnitt 5.2.4), dann ist die rückgestreute Leistung (Empfangssignal des

Radargeräts) proportional zum sogenannten Radarreflektivitätsfaktor  $Z$ , wobei

$$Z(\mathbf{r}, t) = \int_0^{\infty} N(D_k, \mathbf{r}, t) D_k^6 dD_k \quad (2.5)$$

das 6. Moment der Partikelgrößenverteilung darstellt. Hier muß der volumenäquivalente Durchmesser  $D_k$  und nicht  $D$  verwendet werden, wenn Eiskristalle zu berücksichtigen sind.

Ein grundlegendes Problem der Niederschlagsmessung mit Radar besteht also darin, daß man aus dem Empfangssignal nur den Radarreflektivitätsfaktor ableiten kann, während man eigentlich an ganz anderen Parametern interessiert ist (z.B.  $W$ ,  $R$ ). Wie man sieht, hängen die Größen  $W$ ,  $R$  und  $Z$  von der a priori unbekanntem Partikelgrößenverteilung ab. In diesem Zusammenhang sind oftmals Annahmen über diese Verteilungsfunktion hilfreich, die sich auf verschiedenste empirische Messungen stützen. Darauf wird im nächsten Abschnitt eingegangen.

## 2.2. Eigenschaften von Partikelgrößenverteilungen

Um eine Vorstellung über die Eigenschaften von Partikelgrößenverteilungsfunktionen zu erhalten, wurden in der Vergangenheit vielfache Messungen durchgeführt. Dabei kamen die unterschiedlichsten Meßmethoden und -geräte zum Einsatz, wobei zwischen In-situ- und Fernerkundungsmeßgeräten und zwischen Regen- und Schneemessungen zu unterscheiden ist.

### 2.2.1. In-situ-Meßmethoden für Partikelgrößenverteilungen

Für Messungen der Partikelgrößenverteilung in situ stehen bodengebundene oder Flugzeugmeßmethoden zur Verfügung. Bodenmessungen haben den Vorteil, daß die Meßgeräte über längere Zeiträume am selben Ort betrieben werden können, während eine Flugzeugmessung meist lediglich wenige kurzzeitige Durchflüge durch Niederschlagsgebiete gestattet, die zudem sehr teuer sind. Außerdem müssen flugzeuggetragene Meßgeräte wesentlich robuster und kompakter gebaut sein als solche für Bodenmessungen, da sie insbesondere auch die Einwirkung von Hagelkörnern aushalten müssen, die wegen der u.U. sehr großen Eigengeschwindigkeit des Flugzeugs (Werte von  $> 50 \text{ m s}^{-1}$  sind typisch) eine hohe relative kinetische Energie besitzen. Nichtsdestoweniger sind Flugzeugmessungen sehr wichtig, bieten sie doch die Möglichkeit, Partikelspektren in der Höhe zu messen und so Informationen über die dortigen mikrophysikalischen Vorgänge zu gewinnen.

Im Folgenden werden Beispiele für Meßmethoden genannt, die teilweise nur am Boden, teilweise aber auch im Flug angewendet werden können.

- **Einfangen und Konservieren der Partikel:** Hierbei werden Partikel, die auf eine Meßfläche treffen, dort auf irgendeine Weise fixiert oder fotografiert. Ein Beispiel stellt die klassische Filterpapiermethode für Regentropfen dar (Wiesner, 1895, Diem, 1956, Klenert, 1964), die auch im Flug bei offener Seitentür möglich ist. Bei Schneemessungen können die Flocken z.B. in Öl aufgefangen werden. Beim Schmelzen wandeln sich die Flocken im Öl zu wasseräquivalenten Kugeltropfen, deren Durchmesser  $D$  bestimmt und mit einer Annahme über die Fallgeschwindigkeit daraus die Verteilungsfunktion bezüglich  $D$  abgeleitet werden kann.

Gunn und Marshall (1958) benutzten ein hydrophobes Tuch aus Angora-Wolle zum Einfangen von Schneeflocken am Boden während einer kurzen Zeit. Zur Bestimmung von  $D$  der einzelnen Partikel wurde das Tuch mit den eingesammelten Flocken in einen geheizten Innenraum verbracht, wo die Flocken schmolzen, aber vom Tuch nicht aufgesaugt wurden. Anschließendes Aufsaugen der

einzelnen Tropfen mit einem Filterpapier (Löschpapier) und Auswerten der Abdrücke lieferte den spektralen Teilchenfluß (Anzahl pro Fläche, Zeit und Durchmesser). Mit einer Annahme über den Zusammenhang zwischen der Fallgeschwindigkeit und  $D$  (Fallgeschwindigkeitsgesetz) kann daraus  $N(D)$  abgeleitet werden. Ohtake (1969) verwenden anstatt der Angora-Wolle ein schwarz gefärbtes Seidentuch.

Zur detaillierten Analyse der Form von Eispartikeln verwendet man häufig auch einen Flüssigkunststoff, der, wenn die darin aufgefangenen Schneeflocken verdunstet sind, deren Umrisse konserviert (Formvar-Methode, Schaefer, 1941). Die entstandenen dreidimensionalen Negativabdrücke können anschließend unter dem Mikroskop analysiert werden.

- **Impulsmessung mit einem Joss-Waldvogel-Disdrometer (nur Regentropfen, nur am Boden):** Seit langen Jahren stellt das Joss-Waldvogel-Disdrometer (Joss und Waldvogel, 1967) das Standardmeßgerät für Regentropfenspektren dar. Hierbei wird der Impuls von Tropfen gemessen, die auf eine  $50 \text{ cm}^2$  große horizontale Meßfläche auftreffen. Daraus kann unter Annahme eines Fallgeschwindigkeitsgesetzes die Tropfengröße und schließlich die komplette Größenverteilungsfunktion bestimmt werden.
- **Extinktionsmethoden (meist Abschattung in einem Laserlichtband):** Ein paralleles, scharf begrenztes Laserlichtband wird, ähnlich wie bei einer Lichtschranke, auf eine Photodiode fokussiert. Partikel verursachen beim Durchfallen durch das Lichtband eine Verminderung der empfangenen Lichtleistung in Abhängigkeit der Zeit, woraus die Größe und die Fallgeschwindigkeit bestimmt und das Partikelspektrum abgeleitet werden kann. Als Beispiele können neben anderen das laseroptische Disdrometer Parsivel (**P**article **S**ize and **V**elocity), Löffler-Mang und Joss (2000), Löffler-Mang und Blahak (2001) oder das Gerät nach Illingworth und Stevens (1987) genannt werden.
- **Abbildende Methoden:** Diese gestalten sich zum Teil ähnlich wie die Extinktionsmethoden, nur wird hier das parallele Lichtband auf eine ganze Reihe aus vielen kleinen Dioden (Diodenzeile) fokussiert. Fällt ein Tropfen durch das Lichtband, werden die Dioden im Bereich des Schattens mehr oder weniger abgedunkelt (der Schatten wird durch Beugungs- und Interferenzerscheinungen gegenüber der geometrischen Form mehr oder weniger verschmiert). Aus der Anzahl und der Fläche der unterhalb eines vorzugebenden Schwellenwertes abgedunkelten Dioden kann der Partikeldurchmesser bestimmt werden. Als Beispiele sind das Knollenberg Optical Array Spectrometer (Knollenberg, 1970), die Knollenberg-FSSP-Probe (Knollenberg, 1976) (beide besitzen ein einziges Lichtband und wurden für Flugzeugmessungen von Wolkenpartikeln konzipiert) und ein an der ETH Zürich entwickeltes Gerät mit zwei übereinanderliegenden Lichtbändern zu nennen, mit dem neben Aussagen über Größe und Form auch die Bestimmung der Fallgeschwindigkeit der Partikel möglich ist (Barthazy und Schefold, 2001). Ein weiterer Vertreter dieser Klasse von Instrumenten ist das 2D-Videodisdrometer, das ebenfalls zwei übereinanderliegende, aber zueinander orthogonale Lichtbänder besitzt (Kruger und Krajewski (2002)).

Eine andere abbildende Methode besteht in der holographischen oder fotografischen Aufnahme eines Volumens, so daß die direkte Ableitung von Partikelgröße und Verteilungsfunktion möglich ist. Als Beispiel sei hier die die Cannon-Kamera für Wolkenpartikel angeführt (Cannon, 1975).

### 2.2.2. Fernerkundungsmeßmethoden für Partikelgrößenverteilungen

Als Fernerkundungsmethoden werden in erster Linie vertikal zeigende Radargeräte eingesetzt (Frequenzen von etwa 500 MHz bis 94 GHz). Gemessen wird dabei das Dopplerspektrum der rückgestreuten Leistung. Die Partikelfallgeschwindigkeit ist durch die Dopplerfrequenz bestimmt. Wenn man eine Annahme über den Zusammenhang der Partikelfallgeschwindigkeit und der Größe trifft (Fallgeschwin-

digkeitsgesetz), kann daraus die Partikelgröße und zusammen mit einer Annahme über die Rückstreuungseigenschaften der einzelnen Streuer schließlich die Partikelgrößenverteilung bestimmt werden. Werden mehrere übereinanderliegende Meßvolumina aufgelöst, erhält man ein Vertikalprofil von Partikelspektren. Dies funktioniert bei Regen recht gut, da hier die Fallgeschwindigkeit und die Rückstreuungseigenschaften eine einigermaßen gut bestimmte Funktion der Tropfengröße sind. Bei Schnee oder eisförmigem Niederschlag hingegen ist dieser recht gut definierte Zusammenhang nicht mehr gegeben und man stößt auf größte Probleme.

Eine weitere Hauptfehlerquelle der Methode besteht darin, daß eine Annahme über die vertikale Windgeschwindigkeit und Turbulenz gemacht werden muß, die sich der Endfallgeschwindigkeit der Partikel überlagert, so daß ein gemessenes Geschwindigkeitsspektrum mit dem mittleren Vertikalwind verschoben und mit einer räumlichen Verteilungsfunktion gefaltet ist, die die turbulenten Zusatzbewegung der Hydrometeore beschreibt. Weiterführende Beschreibungen finden sich in einem grundlegenden Artikel von Atlas et al. (1973) oder den am hiesigen Institut durchgeführten Arbeiten zum K-Band FM/CW-Doppler Radar MRR-1 (Mikro Regen Radar 1) der Firma Metek, Kunz (1998), Blahak (2000), Blahak und Beheng (2001).

Windprofiler im Frequenzbereich von 500 MHz bis 1 GHz bieten hier jedoch (manchmal) eine Möglichkeit der zusätzlichen direkten Messung von Vertikalwind und Spektrum der turbulenten Zusatzbewegung. Diese sind ämlich sensitiv sowohl für Niederschlagsechos als auch für atmosphärische Turbulenz, so daß bei genügend großer Endfallgeschwindigkeit der Hydrometeore das Dopplerspektrum zwei getrennte Moden aufweist (z.B. bei Regen), von denen man einen auf atmosphärische Turbulenzechos und den anderen auf Regenechos zurückführt. Leitet man den mittleren Vertikalwind aus dem Maximum des Turbulenzmodes ab und nimmt an, daß die Turbulenzverteilungsfunktion dem Spektrum der turbulenten Zusatzbewegung entspricht, kann durch entsprechendes Entfalten des Regenmodes eine verbesserte Messung des Tropfenspektrums erreicht werden (z.B. Wakasugi et al., 1987 Rajopadhyaya et al., 1993).

### 2.2.3. Partikelgrößenverteilungen bei Regen und eisförmigem Niederschlag

Die Partikelgrößenverteilung von Regentropfen ist das Ergebnis verschiedenster wolkenmikrophysikalischer Prozesse, die bei der Bildung von Niederschlag beteiligt sind: Kondensation, Koagulation, Zerplatzen, Niederschlagsbildung über die Eisphase mit komplizierten Wechselwirkungsprozessen der Eisteilchen und unterkühlten Wassertropfen, anschließendes Aufschmelzen, usw., siehe z.B. das Lehrbuch von Pruppacher und Klett (1997). In der Natur kommen praktisch keine Tropfen mit  $D \gtrsim 8$  mm vor, weil diese beim Fallen durch turbulente Umströmung und Wirbelablösung ins Schwingen geraten und von der Oberflächenspannung nicht mehr zusammengehalten werden können, was zu einem raschen spontanen Zerplatzen führt. Dadurch ist die maximale Tropfengröße nach oben hin beschränkt.

Am Boden gemessene Tropfenspektren bei Regen zeigen im Allgemeinen eine mit dem kugeläquivalenten Tropfendurchmesser abnehmende Volumenkonzentration, wobei es viel mehr „kleine“ als „große“ Tropfen pro Volumeneinheit gibt. Über lange Zeiträume und/ oder große Meßvolumina gemittelte Spektren zeigen oft einen mit zunehmendem Durchmesser exponentiell abfallenden Verlauf (Joss und Gori, 1978), vor allem, wenn über verschiedene Regenstadien oder -ereignisse gemittelt wird. Dies läßt sich mit Hilfe der Exponentialverteilung

$$N(D) = N_0 \exp(-\lambda D) \quad (2.6)$$

ausdrücken, wobei  $N_0$  und  $\lambda$  zwei das Tropfenspektrum beschreibende Parameter sind. In der halblogarithmischen Darstellung stellt  $N_0$  den Achsenabschnitt und  $\lambda$  die negative Steigung einer Geraden dar.  $\lambda$  nimmt für gewöhnlich nur positive Werte an. Eine der ersten Parametrisierungen des Tropfenspektrums mit Hilfe der Exponentialverteilung nach Gleichung (2.6), die auch heute noch eine breite Anwendung findet, wurde von Marshall und Palmer (1948) entwickelt und wird für stratiformen Niederschlag in den

gemäßigten Feuchtklimaten der mittleren Breiten als gültig angesehen (Sekhon und Srivastava, 1971):

$$N_0 = 8000 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3} \quad (2.7)$$

$$\lambda = 4.1 R^{-0.21}, \lambda \text{ in } \text{mm}^{-1}, R \text{ in } \text{mm h}^{-1} \quad (2.8)$$

Sie basiert auf Messungen mittels einer Filterpapiermethode. Der Parameter  $\lambda$  ist hier eine eindeutige Funktion der Regenrate, und  $N_0$  ist eine Konstante. Für die mittleren Spektren bei konvektiven Regenfällen geben Sekhon und Srivastava (1971) an:

$$N_0 = 7000 R^{0.37}, N_0 \text{ in } \text{mm}^{-1} \text{ m}^{-3}, R \text{ in } \text{mm h}^{-1} \quad (2.9)$$

$$\lambda = 3.8 R^{-0.14}, \lambda \text{ in } \text{mm}^{-1}, R \text{ in } \text{mm h}^{-1} \quad (2.10)$$

Hier nimmt  $N_0$  mit steigender Regenrate zu. Beide Formulierungen besitzen als einzigen freien Parameter die Regenrate  $R$ , was im Hinblick auf viele Anwendungen sehr günstig ist. Außerdem ist beiden gemeinsam, daß es keine Obergrenze des Tropfendurchmessers gibt.

Betrachtet man über kürzere Zeiten oder kleinere Volumina gemessene Tropfenspektren, so stellt man häufig fest, daß die Parameter  $N_0$  und  $\lambda$  der angepaßten Exponentialfunktion von den mittleren Verhältnissen bei Gleichung (2.7) und (2.9) deutlich abweichen können und auch zeitlich sehr variabel sind (Waldvogel, 1974). In diesem Falle faßt man  $N_0$  und  $\lambda$  zunächst besser als zwei freie Parameter auf, wodurch der Ansatz für die Verteilungsfunktion zweiparametrig wird.

Oftmals weichen die kurzzeitigen Spektren in nicht mehr zu vernachlässigender Weise von der exponentiellen Form ab. Meist beobachtet man ein Maximum bei Tropfendurchmessern von etwa 1 bis 2 mm mit einem überexponentiellen Abfall zu größeren Durchmessern hin. Ist man hauptsächlich an den großen Tropfen interessiert (wenn z.B. der Abfall vom Maximum zu kleineren Durchmessern hin unwichtig ist), oder wenn das kurzzeitig gemessene Spektrum fast exponentiell sein sollte, kann man auch hier die einfache exponentielle Darstellung nach Gleichung (2.6) verwenden, wobei die zwei Parameter  $N_0$  und  $\lambda$  durch Anpassen an die Messungen gewonnen werden. Für gewöhnlich variiert  $N_0$  bei kurzzeitigen Spektren im Bereich von etwa  $10^3$  bis  $10^5 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}$ , und  $\lambda$  nimmt Werte zwischen 1 und  $6 \text{ mm}^{-1}$  an.  $N_0$  und  $\lambda$  sind dabei nicht statistisch unabhängig, sondern ein kleines  $\lambda$  ist eher mit einem kleinen  $N_0$  verbunden und umgekehrt.

Ist man aber am gesamten Durchmesserbereich des Spektrums interessiert, muß die Ansatzfunktion flexibler gestaltet werden. Um die Abnahme zu kleineren Tropfen hin besser beschreiben zu können, wird in der Literatur ein verallgemeinerter dreiparametrigter Ansatz in Form einer Gamma-Verteilung vorgeschlagen,

$$N(D) = N_* \left( \frac{D}{D_0} \right)^\mu \exp(-\lambda_* D) \quad (2.11)$$

Der Parameter  $D_0$  dient hier nur dazu, den Faktor  $(D/D_0)^\mu$  dimensionslos zu machen.  $D_0$  kann beispielsweise zu 1 mm gewählt werden. Hier treten die drei freien Parameter  $N_*$ ,  $\mu$  und  $\lambda_*$  auf, die die Verteilungsfunktion charakterisieren. Paßt man diese Modellfunktion an gemessene Tropfenspektren an und betrachtet ein Ensemble von Spektren, so stellt man fest, daß die drei Parameter ebenfalls nicht statistisch unabhängig voneinander variieren (Chandrasekar und Bringi, 1987, Straub, 2000, Testud et al., 2001, Illingworth und Blackman, 2002). Auf Möglichkeiten der Normierung der Gamma-Verteilung zur Ableitung von modifizierten Parametern in Gleichung (2.11), die untereinander schwächer korreliert und besser physikalisch interpretierbar sind, wird hier nicht weiter eingegangen. Siehe hierzu beispielsweise Willis (1984), Testud et al. (2001) oder Illingworth und Blackman (2002).

Die Gamma-Verteilung beschreibt flexibel die Abnahme gemessener Tropfenspektren zu kleineren

Tropfen hin, kann aber oftmals nicht die Abnahme zu größeren Tropfen genügend wiedergeben. Eine weitere Verallgemeinerung, die Ansatzfunktion nach Deirmendjian (1975) mit einem 4. Parameter, kann dies leisten,

$$N(D) = N_{gg} \left( \frac{D}{D_0} \right)^{\mu_{gg}} \exp \left( -\lambda_{gg} \left( \frac{D}{D_0} \right)^{\delta_{gg}} \right) , \quad (2.12)$$

wobei  $\delta_{gg}$  bei einem stärkeren Abfall zu großen Tropfen hin größer als 1 ausfällt. Im Unterschied zu Ansatz (2.11) ist der Parameter  $\lambda_{gg}$  dimensionslos.

Joss und Gori (1978) schlagen eine vierparametrigere Ansatzfunktion vor, die die Abweichung der Form von Kurzzeitspektren von der Exponentialverteilung bei den kleinen und großen Tropfen ebenfalls beschreiben kann:

$$N(D) = \frac{N_{jg}}{1 + a(X_0 - \lambda_{jg}D)^2} \exp(-\lambda_{jg}D) \quad . \quad (2.13)$$

Hier ist der Skalierungsfaktor vor der Exponentialfunktion (entspricht formal dem konstanten  $N_0$  der reinen Exponentialverteilung) von  $D$  abhängig mit zwei dimensionslosen Konstanten  $a$  und  $X_0$ .

Welche der angegebenen Ansatzfunktionen letztendlich verwendet wird, hängt von der Anwendung ab. Sie alle gründen sich auf empirische Beobachtungen und können derzeit nicht theoretisch begründet werden.

Die mikrophysikalischen Prozesse, die zur Entwicklung einer Partikelgrößenverteilung von Schnee- und Eisteilchen beitragen, sind weitaus komplizierter und weniger verstanden als bei Regen. Messungen zeigen jedoch, daß häufig auch bei Schneefall das Größenspektrum bezüglich des wasseräquivalenten Kugeldurchmessers  $D$  durch eine Exponentialverteilung angenähert werden kann (Sekhon und Srivastava, 1970). Diese Messungen sind jedoch ungleich schwieriger als bei Regen.

Auch gemessene Graupel- bzw. Hagelverteilungen zeigen oftmals im Mittel eine exponentielle Gestalt (siehe Pruppacher und Klett, 1997, Seite 59 ff., und dort angegebene weitere Referenzen).

Im Einzelfall werden jedoch auch größere Abweichungen von der Exponentialverteilung beobachtet, vor allem bei den spektralen Anzahldichten der kleinen Eispartikel.

## 2.3. Fallgeschwindigkeiten von Hydrometeoren

Das Regenratenintegral (2.4) enthält die Endfallgeschwindigkeit der Hydrometeore als Funktion des Größenparameters  $D$ . Diese hängt außerdem noch von den äußeren Bedingungen (Luftdichte, Temperatur, Viskosität der Luft) und der Form und Dichte der Partikel ab. Im Folgenden werden die Verhältnisse für verschiedene Hydrometeorarten dargestellt.

Bei Wassertropfen haben detaillierte Laboruntersuchungen der Form ergeben, daß Tropfen mit  $D \lesssim 1$  mm bei Endfallgeschwindigkeit kugelförmig sind und mit größerem  $D$  zunehmend abgeplattet werden. Ergebnisse von neueren Messungen des Hauptachsenverhältnisses von abgeplatteten Tropfen zusammen mit Hinweisen auf frühere Ergebnisse findet man z.B. bei Andsager et al. (1999). Außerdem geraten große Tropfen beim Fallen in Schwingungen, da die Anregung durch Turbulenzwirbelablösung in der leeseitigen Rezirkulationszone so stark wird, daß die angeregte Schwingung nicht mehr durch die Oberflächenspannung weggedämpft werden kann. Alle diese Einflüsse schlagen sich in der Abhängigkeit der Fallgeschwindigkeit von  $D$  nieder. Beard (1976) gelangt durch dimensionsanalytische hydrodynamische Betrachtungen der Umströmung von Flüssigkeitstropfen in drei Größenbereichen (Stokes-Bereich bei kleinsten Tropfen, Umströmung von Kugeln bei  $D \lesssim 1$  mm und Verformungsbereich bei noch größeren Tropfen, wo die Oberflächenspannung wichtig wird) und der Bestimmung des Zusammenhangs der dimensionsanalytisch gewonnenen maßgebenden Kennzahlen aus eigenen und fremden Messungen zu einer Formulierung eines Fallgeschwindigkeitsgesetzes für Regentropfen, in dem die

Luftdichte und ihre dynamische Viskosität (temperaturabhängig) explizit auftreten. In der Atmosphäre ändern sich diese Parameter vor allem mit der Höhe, so daß die Fallgeschwindigkeit primär höhenabhängig ist.

In einer früheren Formulierung von Berry (1974) wird die Verformbarkeit, ausgedrückt in Form des Parameters Oberflächenspannung, noch nicht beachtet, was in der Höhe zu einer zunehmenden Überschätzung der Fallgeschwindigkeit von Tropfen mit  $D \gtrsim 4$  mm gegenüber der Beard-Formulierung führt. Beide Gesetze können allerdings die Labormessungen von Gunn und Kinzer (1949) ( $0.1 \text{ mm} \leq D \leq 6 \text{ mm}$ ) bei etwa 1000 hPa Luftdruck und einer Temperatur von etwa  $20^\circ\text{C}$  gut reproduzieren. Rogers et al. (1993) geben eine an jene Messungen stückweise analytisch angepasste Funktion an, die eine Erweiterung der Regressionsfunktion nach Atlas et al. (1973) darstellt:

$$v(D) = v_0 \times \begin{cases} 4.0 \left(\frac{D}{D_0}\right) \left(1.0 - \exp\left(-\left(\frac{D}{D_0}\right)\right)\right) & D < 0.745 \text{ mm} \\ 9.65 - 10.3 \exp\left(-0.6\left(\frac{D}{D_0}\right)\right) & D \geq 0.745 \text{ mm} \end{cases}, \quad (2.14)$$

wobei  $v_0 = 1 \text{ m s}^{-1}$  und  $D_0 = 1 \text{ mm}$  ist.

Manchmal werden auch Potenzgesetze der Form  $v = a(D/D_0)^b$  mit konstanten Parametern  $a$  und  $b$  verwendet, die bei einer Anwendung oft einfacher zu handhaben sind. Diesen fehlt aber die nötige Flexibilität, um über den gesamten Größenbereich gültig zu sein, deswegen kann man sie nur für gewisse Bereiche verwenden. Kessler (1969) verwendet beispielsweise die Koeffizienten  $D_0 = 1 \text{ mm}$ ,  $a = 4.1 \text{ m s}^{-1}$  und  $b = 0.5$ , die für größere Tropfen (Durchmesser 1-2 mm) gültig sind. Der Exponent von 0.5 ergibt sich aus der Annahme Newton'scher Reibung und Forminvarianz der Tropfen bezüglich  $D$ .

Für typische atmosphärische Verhältnisse leitete Beard (1985) aus seiner oben erwähnten detaillierten Formel eine näherungsweise Höhenkorrektur ab, die man verwenden kann, wenn man ein Fallgeschwindigkeitsgesetz, das nur für eine bestimmte Luftdichte und Temperatur gilt (wie z.B. die Messungen von Gunn und Kinzer, 1949) auf eine Höhe  $h$  umrechnen will:

$$v(D, h) = v(D, h_0) \left(\frac{\rho(h_0)}{\rho(h)}\right)^{0.375+0.025(D/D_0)}, \quad (2.15)$$

wobei  $\rho(h_0)$  die Luftdichte in der Referenzhöhe  $h_0$  darstellt und  $D_0 = 1 \text{ mm}$  ist. Für den Exponenten des Dichtequotienten würde man beim Newton'schen Reibungsansatz für runde Bezugsflächen und einem größeninvariantem Reibungskoeffizienten (dann  $v \sim \sqrt{D/\rho}$ ) einen Wert von 0.5 erwarten. Dieser ergibt sich aus Formel (2.15) erst bei  $D = 5 \text{ mm}$ . Andererseits gilt der von Foote und Du Toit (1969) vorgeschlagene Exponent 0.4 nur für Tropfen mit  $D \approx 1 \text{ mm}$ .

Nach der Fallgeschwindigkeit von Regentropfen wenden wir uns den Verhältnissen bei den eisförmigen Hydrometeoren zu. Die Form von atmosphärischen Eispartikeln zeigt eine große Bandbreite, von kleinsten Einkristallen, Plättchen, oder Säulchen über Dendriten, Agglomerate und bereifte Teilchen bis hin zu Graupel und Hagel. Die Klassifikation nach Magono und Lee (siehe Pruppacher und Klett, 1997, Seite 41 ff.) unterscheidet allein 80 verschiedene Klassen von Eispartikeln. Ein einheitliches Fallgeschwindigkeitsgesetz, das von nur einem einzigen Größenparameter abhängt, kann es daher nicht geben. Für einzelne Partikelklassen lassen sich jedoch Näherungsformeln angeben, die entweder auf aerodynamischen Überlegungen in Verbindung mit Messungen basieren (z.B. Heymsfield und Kajikawa, 1987, für plättchenförmige Kristalle und Graupel) oder vollständig auf Messungen (z.B. Locatelli und Hobbs (1974)). Bei nicht oder schwach bereiften Partikeln mit einem Durchmesser größer als etwa  $0.5 \text{ mm}$  beträgt die Fallgeschwindigkeit recht konstant etwa  $1$  bis  $2 \text{ m s}^{-1}$ , mit zunehmendem Grad der Bereifung bzw. des Schmelzens gehen die Fallgeschwindigkeiten in diejenigen von Eiskörnern bzw. Regentropfen über.

### 3. Radarmessung von Niederschlag

Nachdem nun einige typische Eigenschaften der Hydrometeorpopulation beschrieben worden sind, erfolgt eine Einführung in die Messung von Niederschlag mit Radar. Da das allermeiste bereits in Lehrbüchern behandelt wird, ist die Darstellung an manchen Stellen etwas gestrafft. Für eine eingehendere Darstellung der Grundlagen von Radarmessungen sei auf eben diese Lehrbücher verwiesen, z.B. Battan (1973), Rinehart (1991), Sauvageot (1992) oder Doviak und Zrnić (1993). Ein geschichtlicher Überblick der Entwicklung des Forschungszweiges der Radarmeteorologie findet sich z.B. in den Artikeln der von Atlas (1990) herausgegebenen Monographie.

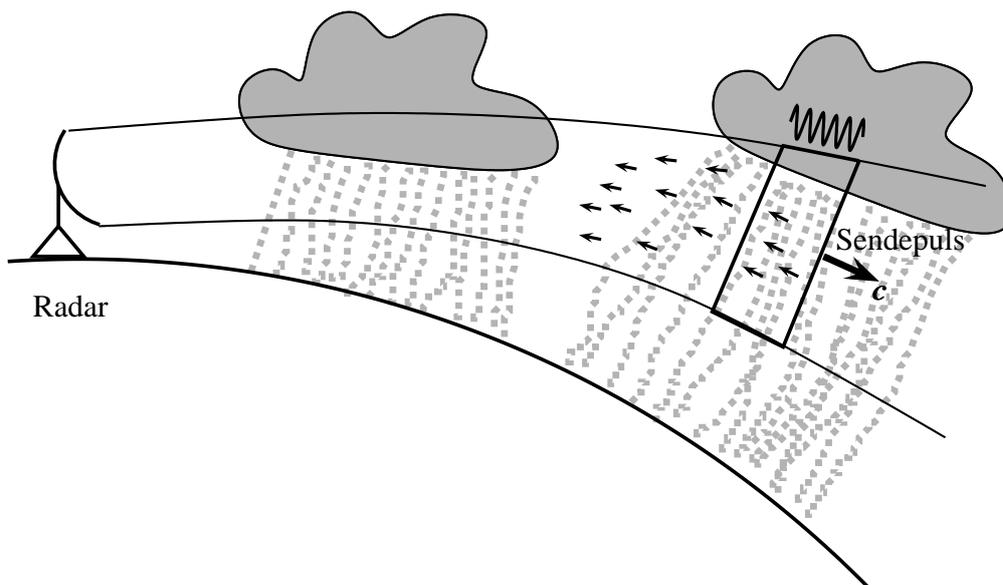
Der Abschnitt 3.5 hebt sich allerdings von der Lehrbuchliteratur etwas ab, indem die Auswirkungen des durch Hydrometeore verursachten Extinktionseffektes in einer sehr detaillierten Form geboten wird, die man in dieser Art nur selten findet.

#### 3.1. Allgemeines zum Meßprinzip

Das Prinzip der Radarmessung besteht darin, daß kurze Pulse (Wellenzüge) von elektromagnetischen Wellen der Wellenlänge  $\lambda_0$  über eine Antenne, die die Strahlung stark bündelt, abgestrahlt und die von den Hydrometeoren rückgestreute Leistung ausgewertet wird. Meist wird mit einer einzigen Antenne gesendet und Empfangen (monostatisches System). Trifft der Wellenzug auf einen Streuer, dann wird ein kleiner Teil der Leistung frequenztreu in die Rückwärtsrichtung gestreut<sup>1</sup>, und zwar genauso lange, wie der Puls am Streuer vorbeistreicht. Bei Niederschlag hat man es mit einer Population vieler unterschiedlich großer Streuer zu tun (polydisperses System), deren Einzelrückstreusignale („Echos“) sich an der Antenne zu einem Gesamtrückstreusignal addieren. Der Radarstrahl wird mit zunehmender Entfernung auch bei starker Bündelung immer breiter, so daß die registrierten Signale aus einem immer größeren Gebiet stammen. Die Verhältnisse sind in Abbildung 3.1 (Seite 16) schematisch dargestellt.

Aus der Laufzeit wird die Entfernung der Streuer bestimmt, und mit der bekannten Antennenstellung kann ihr Ort ermittelt werden. Die rückgestreute Leistung ist eine Funktion der Eigenschaften der Streukörper (Größenverteilung, Material, Form usw.). Die Aufgabe besteht nun darin, aus der rückgestreuten Leistung allein auf die Eigenschaften zu schließen, was grundsätzlich ein unterbestimmtes Problem darstellt, da es unendlich viele Kombinationen aus physikalischen Eigenschaften der Streuer gibt, die denselben Meßwert hervorrufen können. In der Meteorologie, wo man an der Messung von Hydrometeoren interessiert ist, versucht man nun durch a priori- Annahmen (z.B. die Streuer sind Regentropfen mit einer gewissen Größenverteilung, kommen in optisch dünner Anzahldichte vor und besitzen die Streueigenschaften von Wasserkugeln) die Anzahl der Freiheitsgrade einzuschränken. Primär betrifft dies die Ableitung der Radarreflektivität aus der gemessenen Leistung, die anschließend, wieder unter den gemachten a priori- Annahmen, in ein anderes Maß wie z.B. die Regenrate umgerechnet wird. Bei beiden Verarbeitungsschritten treten aufgrund der Abweichung der gemachten Annahmen von der Wirklichkeit Fehler auf, die nach einer eingehenderen Beschreibung einiger Grundlagen im abschließenden Abschnitt 3.7 dieses Kapitels zusammengefaßt werden. Eine dieser Fehlerquellen bei der Bestimmung

<sup>1</sup>Klassisches Bild des Streuprozesses: Anregung von elektrischen und magnetischen Multipol-schwingungen im Streuer, die ihrerseits wieder als Sender wirken. Bei Streuung elektromagnetischer Wellen an Hydrometeoren treten Quanteneffekte, die eine Frequenzänderung der gestreuten Strahlung bewirken (z.B. Raman-Effekt), erst bei höheren Frequenzen (d.h. höheren Photonenenergien) oberhalb des Mikrowellenbereichs auf.



**Abb. 3.1.:** Schematische Darstellung der Radarmessung von Niederschlag. Der Sendepuls breitet sich mit der Lichtgeschwindigkeit  $c$  aus und trifft auf Hydrometeore, die wiederum einen kleinen Teil der Strahlung zurück zum Radar streuen (kleine Pfeilchen). Auch andere Objekte (z.B. Flugzeuge, Insekten, Vögel, orographische Hindernisse) können als Rückstreuer auftreten.

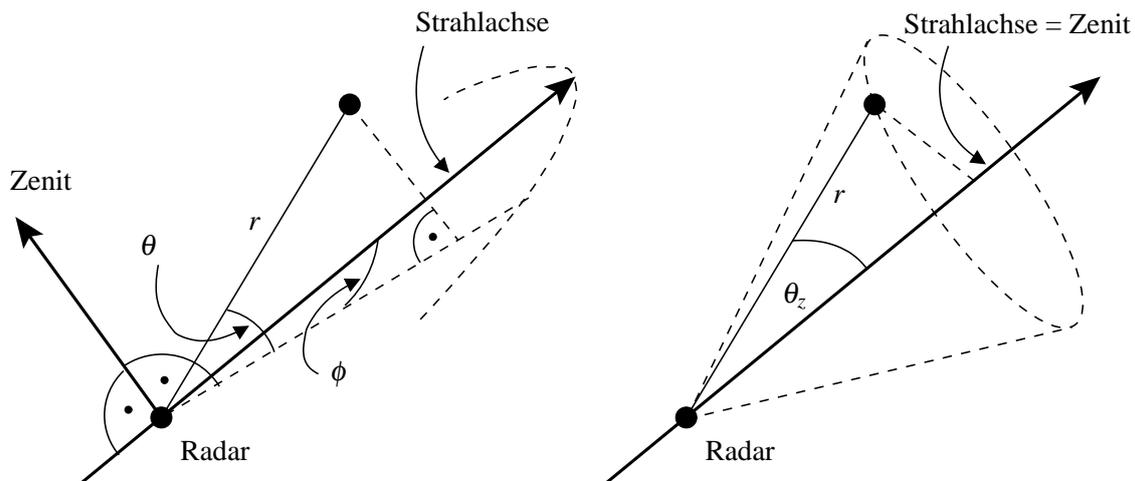
der Radarreflektivität stellt die Extinktion (Absorption und Streuung) der Radarstrahlung durch Niederschlagspartikel dar, die zu einer systematischen Unterschätzung der abgeleiteten Radarreflektivität führt und damit auch zu einer Unterschätzung aller daraus abgeleiteter weiterer Niederschlagsparameter (z.B. die Regenrate). Diese Fehlerquelle ist Gegenstand der vorliegenden Arbeit.

Bei der Radarmessung von Niederschlag werden nacheinander Pulse in verschiedene Richtungen ausgesendet, so daß nach einer gewissen Zeit das gesamte den Radarstandort umgebende Atmosphärenvolumen abgetastet wird (Scanstrategie). Typischerweise wird dabei nach jeder Antennenumdrehung bei festem Höhenwinkel (Elevation) der Winkel für die nächsten Umdrehungen in diskreten Schritten vergrößert (oder verkleinert). Wenn alle Elevationen der Scanstrategie abgearbeitet sind, liegt ein sogenannter Volumendatensatz aus Meßsignalen auf einzelnen Kegelmänteln vor. Die dabei zu erreichende maximal auswertbare Entfernung ergibt sich aus dem zeitlichen Abstand zweier Pulse, zwischen denen jeweils auf Empfang geschaltet wird. Nach Ableitung der gewünschten Information (z.B. Radarreflektivität, Regenrate) aus der Zeitreihe der Meßsignale entlang jedes Radarstrahls werden diese Daten zur weiteren Verarbeitung oftmals auf ein kartesisches Gitter interpoliert (Datenkubus) und z.B. in Horizontal- oder Vertikalschnitten flächig dargestellt.

Erwähnt sei noch, daß man die Radarantenne oftmals mit einer kugelförmigen Schutzhülle (das Radom) aus nichtleitendem Kunststoff (z.B. GFK) umgibt, um die Antennenbauteile vor Witterungseinflüssen zu schützen. Eine gängige Antennenform ist der Parabolspiegel mit dem Sender im Brennpunkt.

### 3.2. Abstrahl- und Meßcharakteristik eines meteorologischen Radargerätes

Bevor die Interpretation des Empfangssignals behandelt wird, ist es zweckmäßig, auf die Abstrahl- und Meßcharakteristik einer in der Meteorologie gebräuchlichen Parabolantenne einzugehen. Diese beschreibt, wieviel Leistung in welche Richtung abgestrahlt wird und damit, welche Leistungsdichte  $S_i$

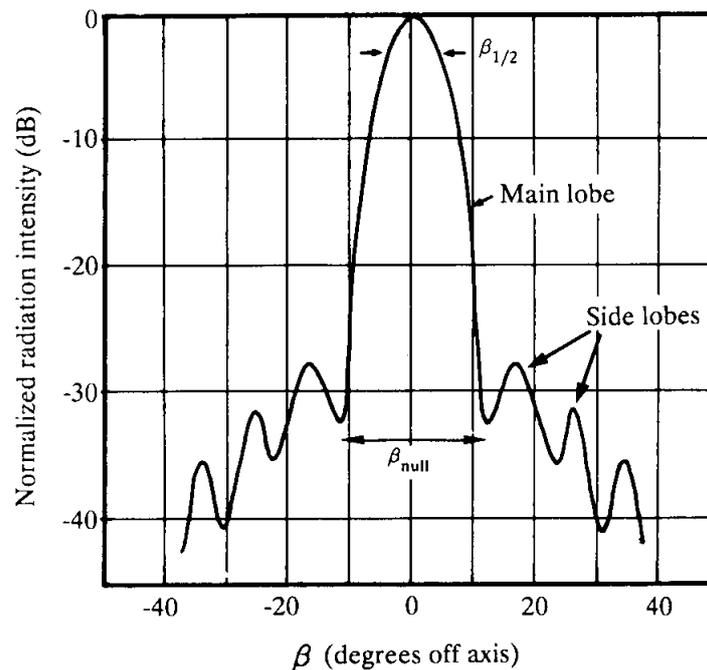


**Abb. 3.2.:** Links: Prinzipskizze zur Definition des Kugelkoordinatensystems mit den Koordinaten  $(r, \phi, \theta)$  in Gleichung (3.1). Rechts: Dasselbe für das in Gleichung (3.2) verwendete Kugelkoordinatensystem mit dem Zenitdistanzwinkel  $\theta_z$ . Die Radialkoordinate  $r$  ist beiden Systemen gemeinsam. Die Strahlachse zeigt jeweils in Richtung der Antennensymmetrieachse mit Azimutwinkel  $\alpha_0$  gegen Nord und Elevationswinkel  $\varepsilon_0$  relativ zur Horizontalebene am Radarstandort.

am Ort der Streuer herrscht. Zur Beschreibung der richtungsabhängigen abgestrahlten Leistung führt man als geeignetes Koordinatensystem Kugelkoordinaten  $(r, \phi, \theta)$  mit dem Radarstandort im Zentrum ein (siehe Abbildung 3.2 links). Die Radialkoordinate  $r$  ist die Schrägentfernung vom Radar (ergibt sich aus der gemessenen Laufzeit und der Lichtgeschwindigkeit). Für Betrachtungen relativ zum Radarstrahl (wie in diesem Abschnitt) wählt man zweckmäßigerweise das Zentrum der Strahlachse als Bezugsrichtung und relativ dazu die Winkel  $\phi$  und  $\theta$ , die die horizontale bzw. vertikale Winkeldifferenz zur Strahlachse beschreiben. Der Zenit steht hier senkrecht auf der Strahlachse.

Anders als in Abbildung 3.2 ist in Abbildung 3.1 (Seite 16) jedoch dargestellt, daß sich Radarstrahlen in der Atmosphäre in der Regel nicht geradlinig ausbreiten, sondern zum Erdboden hin gekrümmt verlaufen, weil der Brechungsindex der Luft mit der Höhe für gewöhnlich abnimmt (Refraktion, siehe Anhang B oder z.B. Doviak und Znić, 1993). Man darf jedoch in den meisten Fällen annehmen, daß benachbarte Strahlen in ähnlicher Weise gekrümmt werden, so daß der Einfluß der Strahlkrümmung auf die folgenden Betrachtungen nicht sehr groß ist, wenn man die Winkelkoordinaten als Winkel in der Entfernung  $r = 0$ , also direkt an der Radarantenne, interpretiert.

Betrachten wir nun das Abstrahlverhalten einer gebräuchlichen Parabolantenne (beliebiger Ausschnitt aus einem Paraboloid, muß nicht zwingend „rund“ sein). Der Sender (ein Hornstrahler am Ende des Mikrowellenleiters) sitzt im Brennpunkt und bestrahlt die Antenne mit einer etwa gaussförmigen Abstrahlcharakteristik (die abgestrahlte Leistung nimmt gaussförmig mit dem Winkel zur Symmetrieachse des Hornstrahlers nach außen hin ab). Die Antenne reflektiert und fokussiert die Strahlung in Richtung ihrer Symmetrieachse (Strahlachse). Durch die endliche Antennenausdehnung verläuft der reflektierte Strahl jedoch nicht parallel, sondern verbreitert sich mit zunehmendem Abstand (bei unendlich ausgedehnter Antenne würde hingegen ein paralleles Strahlenbündel ausgesendet). Diese Verbreiterung läßt sich durch einen konstanten Öffnungswinkel beschreiben, wodurch dann die Leistungsdichte wie bei einer Kugelwelle mit  $1/r^2$  abnimmt. Allerdings gilt dies nur im sogenannten Fernfeld der Antenne (Fraunhofer-Region), wo die Interferenzerscheinungen aufgrund von Phasenunterschieden der einzelnen von der Antenne reflektierten Teilwellen keine Rolle mehr spielen. Aus theoretischen Berechnungen weiß man, daß dies nach einer Entfernung von  $2d_A^2/\lambda_0$  der Fall ist ( $d_A$  = Durchmesser der Antennenapertur).



**Abb. 3.3.:** Schematischer Schnitt der Funktion  $f^2$  in Abhängigkeit des Winkels zur Strahlachse (hier mit  $\beta$  bezeichnet).  $\beta_{1/2}$  stellt die Halbwertsbreite der Hauptkeule (main lobe) dar, die im Text mit  $\theta_3$  bzw.  $\phi_3$  bezeichnet wird. Abbildung aus Sauvageot (1992). Die Pseudoeinheit dB kennzeichnet die Angabe eines Verhältnisses zweier Zahlen  $z_1$  und  $z_2$  im logarithmischen Maß  $10\log_{10}(z_1/z_2)$ , hier  $10\log_{10}(f^2) = 10\log_{10}(G/G_0)$ . 0 dB bezeichnet ein Verhältnis von 1, -10 dB ein Verhältnis von 0.1, -20 dB ein Verhältnis von 0.01 usw.

Die abgestrahlte Leistung ist in Richtung der Strahlachse am größten und nimmt nach außen hin zuerst einmal ab (Hauptkeule). Durch Interferenz- und Beugungserscheinungen am Rand der Antenne kommt es aber bei größeren Abstandswinkeln zur Strahlachse immer wieder zu lokalen Nebenmaxima, die man als Nebenkeulen bezeichnet. Durch die gaussförmige Abstrahlcharakteristik des Hornstrahlers ist die Antennenausleuchtung gaussförmig, was diesen Effekt abgeschwächt, jedoch nicht ganz unterdrückt. Die Hauptkeule ist umso schmaler, je größer der Antennendurchmesser ist. Bei asymmetrischen Antennen stellt die Hauptkeulenbreite in einer bestimmten Achse ein reziprokes Abbild des jeweiligen Antennendurchmessers in dieser Achse dar.

Mathematisch werden die Antenneneigenschaften durch die sogenannte Richtcharakteristik  $D = D(\phi, \theta)$  beschrieben, die definiert ist als das Verhältnis zwischen der abgestrahlten Leistungsdichte in die Richtung des Streuers und der eines isotropen Strahlers derselben Leistung in gleicher Entfernung. Dabei wird die Antenne zunächst als verlustlos reflektierend angenommen.  $D$  gibt also die Leistungs-dichteverstärkung durch die Antenne im Vergleich zu einem isotropen Kugelstrahler derselben Sendeleistung an. Zusammen mit der  $1/r^2$ -Abhängigkeit ist damit die dreidimensionale Energieverteilung im Sendepuls beschrieben. Man kann  $D$  noch aufspalten in  $D(\phi, \theta) = D_0 f^2(\phi, \theta)$ , wobei  $D_0$  den Wert auf der Strahlachse darstellt und  $f^2$  den auf 1 normierten richtungsabhängigen Anteil darstellt. Man formuliert  $f$  quadratisch, um anzudeuten, daß es sich um eine Energie- und keine Amplitudenbetrachtung handelt.

Eine reale Antenne reflektiert nicht verlustlos. Aufgrund thermischer Verluste in der Antenne (Absorption), durch Transmission oder wegen Verschmutzung wird nur ein Teil der Bestrahlungsleistung

reflektiert. Dies berücksichtigt man durch Einführung eines Effizienzfaktors  $\eta_A$ . Die tatsächliche Richtcharakteristik ist dann gegeben durch  $G(\phi, \theta) = \eta_A D_0 f^2(\phi, \theta) = G_0 f^2(\phi, \theta)$ .  $G_0$  bezeichnet den sogenannte Antennengewinn, der meßtechnisch zugänglich ist.

In Abbildung 3.3 ist schematisch der typische Verlauf der Funktion  $f^2$  in einem Schnitt durch die Strahlachse dargestellt. Die Abbildung wurde dem Lehrbuch von Sauvageot (1992) entnommen. Man erkennt die Hauptkeule (englisch: main lobe) und die ersten Nebenkeulen (side lobes). Die Nebenkeulen sind für gewöhnlich um den Faktor 100 bis 1000 niedriger als die Hauptkeule. Für die meisten Anwendungen kann  $f^2$  im Fernfeld ( $r > 2d_A^2/\lambda_0$ ) durch eine Gauss-Funktion angenähert werden,

$$f^2(\phi, \theta) = \exp\left(-4 \ln 2 \left(\frac{\phi^2}{\phi_3^2} + \frac{\theta^2}{\theta_3^2}\right)\right) . \quad (3.1)$$

Die Parameter  $\phi_3$  und  $\theta_3$  stellen die Halbwertsbreiten (50%-Werte) in  $\phi$ -bzw.  $\theta$ -Richtung dar (doppelte Distanzwinkel zur Strahlachse). Die Nebenkeulen werden in dieser Darstellung vernachlässigt.

Für meteorologische Anwendungen verwendet man meist kreissymmetrische Antennen mit kreissymmetrischem  $f^2$ , wobei die Halbwertsbreite im Bereich von höchstens einigen Grad liegt, um eine möglichst hohe räumliche Auflösung zu erreichen. Diese Konfiguration kann dann durch ein weiteres Kugelkoordinatensystem, bei dem die Strahlachse den Zenit bildet, beschrieben werden (siehe Abbildung 3.2 rechts). Wichtig ist dann nur noch der Zenitdistanzwinkel  $\theta_z$ ,

$$f^2(\theta_z) = \exp\left(-4 \ln 2 \left(\frac{\theta_z^2}{\theta_3^2}\right)\right) . \quad (3.2)$$

Dieses Koordinatensystem wird zwar im Folgenden nicht mehr explizit verwendet, ist aber das in der Literatur wohl am meisten verwendete System und soll hier der Vollständigkeit halber angeführt werden. Für kleine Winkel  $\theta_z$  (bei denen  $f^2$  nur relevante Beiträge liefert) geht Gleichung (3.1) mit  $\theta_z^2 = \phi^2 + \theta^2$  näherungsweise in Gleichung (3.2) über, da die Halbwertsbreiten ebenfalls klein sind: in Gleichung (3.1) muß dann  $\phi_3 = \theta_3$  gesetzt werden.

Bei kreissymmetrischen Antennen mit gaussförmiger Ausleuchtung gilt der nachfolgende Zusammenhang zwischen  $\theta_3$ ,  $d_A$  und  $\lambda_0$ :

$$\begin{aligned} \theta_3 &= 1.27 \frac{\lambda_0}{d_A} , \quad \theta_3 \text{ in Rad} \\ \theta_3 &= 70 \frac{\lambda_0}{d_A} , \quad \theta_3 \text{ in Grad} \end{aligned} \quad (3.3)$$

### 3.3. Radargleichung für einen Einzelstreuer

Als Ausgangspunkt der nachfolgenden Betrachtungen bezüglich der Interpretation von Radarmesswerten dient die Radargleichung für einen einzelnen Streuer in der Schrägentfernung  $r$  vom Radar, die den Zusammenhang zwischen den Eigenschaften des Streuers (Rückstreuquerschnitt  $\sigma_b$ ) und des Radars und der gemessenen rückgestreuten Leistung herstellt. Hierbei wird vorausgesetzt, daß dieselbe Antenne für das Senden und Empfangen benutzt wird (monostatisches System). Die Radargleichung lautet (z.B. Sauvageot, 1992, Doviak und Zrnić, 1993)

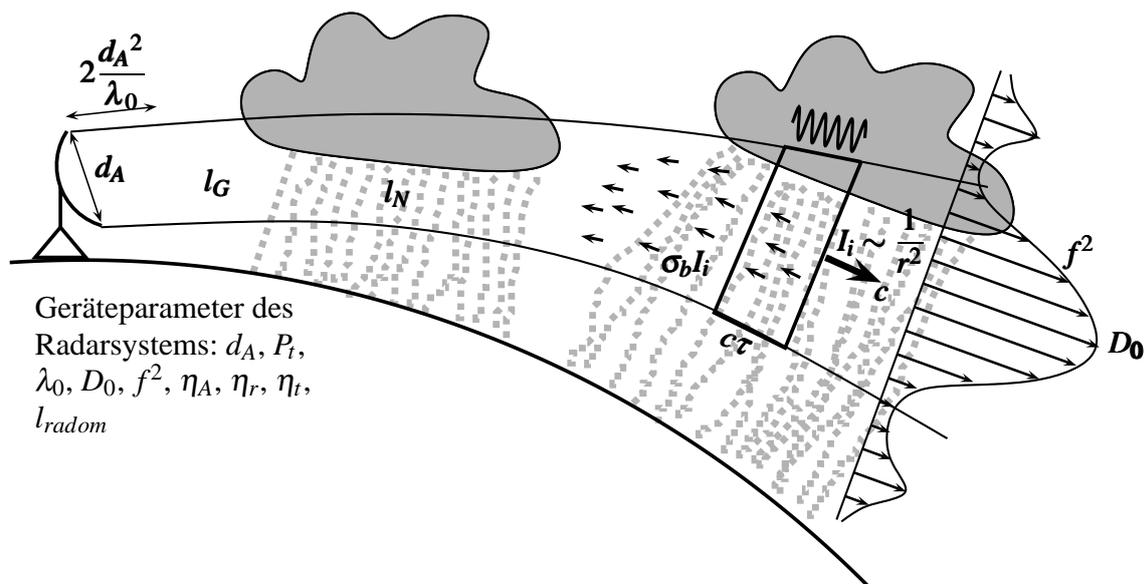
$$P_r = P_t \underbrace{\frac{\lambda_0^2 \eta_A^2 D_0^2 \eta_r \eta_t^2}{(4\pi)^3}}_{C^*} f^4 \frac{1}{l_{radom}^2 l_G^2 l_N^2} \frac{\sigma_b}{r^4} . \quad (3.4)$$

$P_t$  ist die vom Hornstrahler abgestrahlte Pulsleistung und  $P_r$  die vom Radar nach einer gewissen Laufzeit empfangene Leistung, die vom Streuer mit dem Rückstreuquerschnitt  $\sigma_b$  zum Radar zurückgestreut worden ist.  $\sigma_b$  wird im Folgenden noch genauer behandelt werden.  $\eta_r$  stellt den Verlustfaktor durch die endliche Bandbreite des Empfängers und  $\eta_t$  den Verlustfaktor durch die Abschwächung im Hohlleiter von der Leistungsmeßstelle zur Antenne dar.  $l_{radom}^2$ ,  $l_G^2$  und  $l_N^2$  sind diverse Dämpfungsfaktoren, auf die ebenfalls im Folgenden noch genauer eingegangen wird. Zum Teil treten die einzelnen Größen in quadrierter Form auf, weil sie sowohl auf dem Wege zum Streuer als auch auf dem Rückweg berücksichtigt werden müssen. Die Richtcharakteristikfunktion  $f^2$  tritt hier ebenfalls in quadrierter Form  $f^4$  auf, weil sie sowohl beim Senden als auch beim Empfang eingeht.  $\eta_A$  bezeichnet wiederum den Gütefaktor der Antenne,  $D_0$  den Wert der Richtcharakteristik  $D$  auf der Symmetrieachse der Antenne und  $G_0$  den Antennengewinn, wie im vorigen Abschnitt beschrieben. In der Abbildung 3.4 erkennt man schematisch, wo welche Größe einen Einfluß hat.

Die Größen in dem 1. Quotienten von Gleichung (3.4) sind allesamt Geräteparameter des Radarsystems und werden als konstant angenommen. Man faßt sie für gewöhnlich in der sog. Radarkonstanten  $C^*$  zusammen. Prinzipiell ist es möglich, alle für  $C^*$  notwendigen Parameter zu messen und so die Radarkonstante explizit zu berechnen. In der Praxis ist das aber mit gewissen Schwierigkeiten verbunden, da man es mit einem sehr empfindlichen Hochfrequenzsystem zu tun hat. Deshalb ist die Kalibrierung (Bestimmung von  $C^*$ ) ein noch nicht befriedigend gelöstes Problem. Es soll auch erwähnt werden, daß sich  $C^*$  im Laufe der Betriebszeit eines Radars ändern kann, da es speziell bei Hochfrequenzbauteilen zu Verschleißerscheinungen kommt und deren Verhalten temperaturabhängig sein kann. Unter Verwendung der Radarkonstanten kann die Radargleichung auch vereinfacht geschrieben werden als

$$P_r = P_t C^* f^4 \frac{1}{l_{radom}^2 l_G^2 l_N^2} \frac{\sigma_b}{r^4} \quad (3.5)$$

Die noch offenen Größen sind der Rückstreuquerschnitt  $\sigma_b$  des Streuers und diverse Dämpfungsfaktoren  $l$ :  $l_{radom}$  stellt die Abschwächung der Pulsleistung beim zweimaligen Durchgang durch das Radom dar (abhängig von dessen Material, Verschmutzung und/ oder Wasser- und Eisbelag),  $l_G$  die Extinkti-



**Abb. 3.4.:** Erweiterte Fassung von Abbildung 3.1. Die einzelnen dargestellten Größen sind Bestandteil der Radargleichung und werden später im Text erläutert.

on durch atmosphärische Gase (vor allem Wasserdampf und Sauerstoff) und  $I_N$  die Extinktion durch Wolken und Niederschlag auf dem Wege zum Streuer und zurück.

Die Extinktion durch Gase ist im Mikrowellenbereich klein (bis auf eine Wasserdampfabsorptionslinie bei etwa 22 GHz) und wird auf der Basis des Lambert-Beer'schen Extinktionsgesetzes (siehe Gleichung (3.8) in Abschnitt 3.3.2, wobei aber ein entsprechend anderer Extinktionskoeffizient verwendet werden muß) z.T. im Radarsignalprozessor angenähert korrigiert. Die Radomdämpfung kann bei starkem Regen am Radarstandort zum Problem werden, weil diese dann signifikant von derjenigen bei einem fabrikneuen Radom abweichen kann, was im operationellen Betrieb nur schwer meßtechnisch zu erfassen und zu korrigieren ist (Germann, 1999). Mit der Extinktion durch Niederschlagsteilchen verhält es sich ähnlich, und wie in der Einleitung der vorliegenden Arbeit bereits angesprochen, gestaltet sich eine Korrektur in der Praxis als schwierig. Nötig ist hier ein besseres physikalisches Verständnis, gerade für die in Europa hauptsächlich verwendeten Wellenlängen im C-Band. Die Charakterisierung und Ableitung des Effekts aus Messungen bei verschiedenen Niederschlagsarten bildet daher die Aufgabenstellung der vorliegenden Arbeit.

Wie man an Gleichung (3.5) erkennt, hängt  $P_r$  für einen Einzelstreuer von  $1/r^4$  ab. Dies kommt daher, daß sich einerseits der Radarpuls lateral wie eine Kugelwelle verbreitert (radiale Abhängigkeit der Energie  $\sim 1/r^2$ ) und sich andererseits die vom Streuer rückgestreute Leistung ebenfalls kugelförmig ausbreitet. Aus dem im Abschnitt 3.2 Gesagten geht jedoch hervor, daß ersteres nur im Fernfeld der Antenne gilt, und auch letzteres trifft nur in einer Entfernung vom Streuer zu, die groß gegen seinen Durchmesser ist.

Bevor Gleichung (3.4) auf ein ganzes Ensemble von Streuern erweitert wird (z.B. viele Hydrometeore in einem Niederschlagsgebiet), soll noch auf das Konzept der Streuquerschnitte und im besonderen auf  $\sigma_b$  und  $I_N$  eingegangen werden. Im Sinne einer Übersicht ist die Darstellung dabei sehr knapp gehalten, für Details sei neben den Lehrbüchern zur Radarmeteorologie auf die Lehrbücher von van de Hulst (1957), Kerker (1969) oder Bohren und Huffman (1983) verwiesen.

### 3.3.1. Der Rückstreuquerschnitt

Der Rückstreuquerschnitt  $\sigma_b$  ist ein Spezialfall eines allgemein definierten Streuquerschnitts  $\sigma$ , mit dem man die in eine bestimmte Richtung gestreute Energiedichte  $S_r$  in der Entfernung  $r$  vom Streuer beschreibt, wenn am Ort des Streuers die einfallende elektromagnetische Welle mit der Intensität  $I_i$  herrscht.  $\sigma$  ist definiert über

$$I_i \sigma = 4\pi r^2 I_r \quad . \quad (3.6)$$

$\sigma$ , auch als bistatischer Streuquerschnitt bezeichnet, gibt diejenige effektive Fläche an, die ein Streuer hätte, der die Leistung  $P_i = I_i \sigma$  isotrop als Kugelwelle in alle Raumrichtungen streuen würde. Am Empfänger in der Entfernung  $r$  und in der betrachteten Streurichtung herrscht dann die gestreute Leistungsdichte  $I_r$ . Da  $\sigma$  nur Intensitäten, aber keine Polarisation beschreibt, muß der Empfänger alle Polarisationsrichtungen gleichberechtigt empfangen können, um  $I_r$  zu messen.  $\sigma$  als Funktion der Streurichtung hängt von den Eigenschaften des Streuers und des Polarisationszustandes der einfallenden Welle ab und kann für einige einfache Partikelformen analytisch (z.B. Mie-Theorie bei einem kugelförmigen Streupartikel, siehe Abschnitt 5.2) oder bei komplizierteren Formen numerisch berechnet werden. Vorsicht ist hier geboten: In der Literatur wird mit dem Begriff Streuquerschnitt oft die gesamte irgendwie gestreute Energie bezeichnet (hierfür wird allgemein das Symbol  $C_{sca}$  verwendet); dieser stellt einen integralen Mittelwert des hier verwendeten  $\sigma$  über alle Raumrichtungen dar. Der differentielle Streuquerschnitt, dessen Integral über eine gedachte Kugelfläche in der Entfernung  $r$  vom Streuer den Wert  $C_{sca}$  ergibt, ist dann gegeben durch  $\sigma/4\pi$ .

Die Definition (3.6) ist dann sinnvoll, wenn sich die in eine bestimmte Richtung gestreute Leistungsdichte mit zunehmender Entfernung wie eine Kugelwelle verhält. Es zeigt sich, daß dies in großer Entfernung vom Streuer (Fernfeld) gegeben ist. Somit stellt die Definition (3.6) den Zusammenhang zwischen der am Ort des Streuers einfallenden Leistungsdichte  $I_i$  und der an einem Meßgerät in großer Entfernung  $r$  einfallenden gestreuten Leistungsdichte  $I_r$  her. Sie geht bei der Herleitung direkt in die obige Radargleichung für einen Einzelstreuer ein, wobei speziell der Streuquerschnitt in der Rückwärtsrichtung (Rückstreuquerschnitt  $\sigma_b$ ) einzusetzen ist. Sind die Partikel kugelförmig, so sind die einfallende und die exakt nach rückwärts gestreute Welle gleich polarisiert, so daß mit einer gewöhnlichen, polarisationsselektiven Hornstrahler-Antenne gesendet und empfangen und das Meßsignal mit Hilfe von Gleichung (3.6) interpretiert werden kann. Bei nicht kugelförmigen Partikeln oder in Seitwärtsrichtung bleibt die Polarisation i.A. nicht mehr erhalten.

Der Streuquerschnitt ist bei gegebener Polarisation der einfallenden Welle eine komplizierte Funktion der Streurichtung, der Form, der Größe, des komplexen Brechungsindex  $m$  des Streupartikels und dem (als reell angenommenen) Brechungsindex des Hintergrundmediums  $m_0$  (für Luft gilt in sehr guter Näherung  $m_0 = 1$ ). Für weitergehende Details wird auf den späteren Abschnitt 5.2 verwiesen. Für die meteorologische Anwendung in der Radargleichung gibt es für den Rückstreuquerschnitt jedoch eine einfache Näherung, die als Rayleigh-Approximation bezeichnet wird (reine Dipolstreuung) und die man dann verwenden kann, wenn der kugeläquivalente Partikeldurchmesser  $D_k$  klein gegen die Wellenlänge ist ( $|m| \pi D_k / \lambda_0 \ll 1$ ). Der Rückstreuquerschnitt ist dann gegeben durch (siehe Abschnitt 5.2)

$$\sigma_b = \frac{\pi^5}{\lambda_0^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 D_k^6 = \frac{\pi^5}{\lambda_0^4} |K|^2 D_k^6 \quad \text{mit: } \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} = K \quad . \quad (3.7)$$

$m$  bezeichnet den komplexen Brechungsindex des Streukörpermaterials (abhängig von der Radarwellenlänge  $\lambda_0$  und Temperatur  $T$ ), wobei in der vorliegenden Arbeit die Konvention mit negativem Imaginärteil gewählt wird (siehe Anhang A für eine detaillierte Darstellung und Abschnitt 5.3 für die entsprechenden Zahlenwerte bei Hydrometeoren). Den Faktor  $|K|^2$  bezeichnet man auch als Dielektrizitätsfaktor. In diesem Falle ist  $\sigma_b$  direkt proportional zur 6. Potenz des kugeläquivalenten Partikeldurchmessers  $D_k$  und umgekehrt proportional zu  $\lambda_0^4$ . Je kleiner  $\lambda_0^4$  und je größer  $D_k$ , desto größer  $\sigma_b$ .

### 3.3.2. Extinktionsquerschnitt und Dämpfungsfaktor

Zur Beschreibung der Abschwächung der Radarstrahlung durch Extinktion an Niederschlagsteilchen ist das Konzept des Extinktionsquerschnitts  $\sigma_{ext}$  hilfreich. Die Interpretation dieses Querschnitts ist dabei etwas anders als bei  $\sigma_b$ : Er beschreibt nicht eine gestreute Intensität, sondern diejenige Fläche eines idealen Absorbers, der aus der einfallenden Welle genau denjenigen Energiebeitrag absorbiert, der in einer Messung mit einem infinitesimal kleinen Meßgerät weit vom Streuer entfernt in der Vorwärtsrichtung im Vergleich zur ungestört einfallenden Welle fehlt.  $\sigma_{ext}$  ist ebenso wie  $\sigma_b$  eine komplizierte Funktion von Partikelform, -größe und -brechungsindex. Für Details der zugrunde liegenden Theorie und der konkreten Berechnung wird wiederum auf Abschnitt 5.2 verwiesen.

Es muß noch die Verbindung zwischen dem Extinktionsquerschnitt  $\sigma_{ext}$  und dem Dämpfungsfaktor  $l_N$  in der Radargleichung hergestellt werden. Letzterer beschreibt die Abschwächung der Intensität des Radarpulses durch Extinktion auf dem Wege von der Radarantenne zum Streuteilchen, verursacht durch Hydrometeore. Man nimmt nun an, daß der Radarpuls durch ein Ensemble von Streuteilchen dringen muß, die seinen Bezugsquerschnitt vollständig ausfüllen, wobei sich die Strahlungsintensität in Vorwärtsrichtung so verhält, wie wenn sich die Extinktionsquerschnitte sämtlicher Teilchen einfach addieren. Dies stellt eine sehr weitreichende Vereinfachung der exakten Strahlungsübertragungstheorie dar und läßt sich bei einem großen Teilchenensemble, bei nicht allzu großen  $\sigma$  und bei mittleren

Abständen der Streuer, die nicht klein gegenüber der Wellenlänge sind, statistisch rechtfertigen (z.B. van de Hulst, 1957).

Damit werden formal alle Effekte durch Mehrfachstreuung vernachlässigt. Besser approximierte Strahlungsübertragungsrechnungen zeigen, daß im Falle der Radarmessung von natürlichem Niederschlag („sparsely distributed scatterers“) diese Einfachstreuformulierung in guter Näherung anwendbar ist (siehe z.B. den Review-Artikel von Oguchi, 1983, Abschnitt IV-I). Die Bedingungen für die Gültigkeit der Formulierung können intuitiv auch anders ausgedrückt werden: die Summe der Extinktionsquerschnitte in einem Einheitsvolumen muß klein gegen dessen Querschnittsfläche sein, dann ist das Volumen fast „durchsichtig“ und optisch dünn besetzt. Außerdem soll der mittlere Abstand der Streuer klein gegenüber der lateralen Ausdehnung des Pulses sein. Dann kann die Anwendung des Lambert-Beer’schen Extinktionsgesetzes

$$\frac{dI}{dr} = -\Lambda(r)I \quad \Leftrightarrow \quad I(r) = I(0) \exp\left(-\int_0^r \Lambda(r') dr'\right) \quad (3.8)$$

ebenfalls statistisch gerechtfertigt werden, wobei  $I$  die Intensität der Strahlung und  $\Lambda$  den lokalen Extinktionskoeffizienten darstellt. Ein Vergleich mit der Radargleichung (3.5) und die Annahme über die Summierung der Extinktionsquerschnitte liefert die folgende Beziehung, wobei o.B.d.A. vorausgesetzt wird, daß  $\sigma_{ext}$  eine eindeutige Funktion eines Größenparameters  $Y$  (Masse  $x$ , Durchmesser  $D$ ,  $D_k$  usw.) darstellt, d.h., die Streuer haben alle dieselbe Form und bestehen aus demselben Material (wie z.B. Regentropfen):

$$I_N(r, \phi, \theta) = \exp\left\{ \int_0^r \underbrace{\left( \int_0^\infty \sigma_{ext}(Y) N(Y, r', \phi, \theta) dY \right)}_{\text{Extinktionskoeffizient } \Lambda(r', \phi, \theta)} dr' \right\} \quad (3.9)$$

wobei  $N(Y, r, \phi, \theta)$  wiederum die Partikelgrößenverteilung am Ort  $\mathbf{r} = (r, \phi, \theta)$  zwischen Antenne und Streuer beschreibt, die auf den Größenparameter  $Y$  bezogen ist. Das Integral über  $Y$  ist als lokale Summe der Extinktionsquerschnitte pro Volumen zu verstehen, wobei sich, wie schon erwähnt, die obige Formulierung auf eine Partikelklasse (z.B. Regentropfen) beschränkt. Sind verschiedene Partikelarten gleichzeitig zu berücksichtigen, dann ist die Summe der Rückstreuquerschnitte zu verallgemeinern, indem über eine Summe von mehreren Verteilungsfunktionen integriert wird.

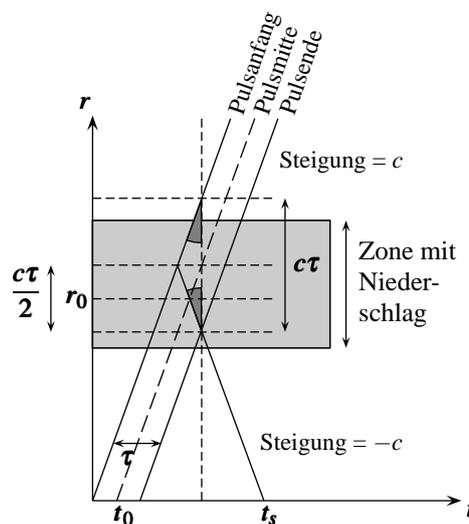
Die Formulierung des Dämpfungsfaktors  $I_N$  in Einfachstreunäherung mit Hilfe der Gleichung (3.9), die dadurch gerechtfertigt wird, daß Hydrometeore für gewöhnlich nur in einer „optisch dünnen Konzentration“ vorkommen, wurde in der Vergangenheit auch experimentell untersucht. In einem sorgfältig durchgeführten Experiment, bei dem die Niederschlagsdämpfung entlang eines Pfades durch künstlich erzeugten Regen mit genau kontrollierter Tropfengrößenverteilung gemessen wurde, erhielt Crane (1974) eine sehr gute Übereinstimmung zwischen theoretischer Rechnung und gemessenen Werten und konnte die Anwendbarkeit jener Einfachstreunäherung auch experimentell stützen.

### 3.4. Radargleichung für Volumenstreuer

Bisher wurde die Radargleichung für einen einzelnen Streuer betrachtet. Jetzt gehen wir über zu der Betrachtung einer Vielzahl von unterschiedlich großen Streuern in einem Volumen. Bei einer Radar-

messung von Niederschlag kommen am Empfänger zu einer bestimmten Zeit Echos von sehr vielen Streuern an ( $\sim 10^5 - 10^7$ ), die sich zu einem Gesamtsignal addieren. Die einzelnen Teilwellen sind dabei durch unterschiedliche Laufwege phasenverschoben und durch den Doppler-Effekt ein wenig frequenzverschoben, wenn sich die Streuer relativ zum Radar bewegen. Da auch bei extrem starken Niederschlagsereignissen das relativ von den Hydrometeoren eingenommene Volumen sehr klein ist (im Bereich von maximal einigen Prozent), kann erwartet werden, daß am Radar hauptsächlich die direkt von den Streuern rückgestreute Leistung ankommt und Mehrfachstreuungseffekte nur eine untergeordnete Rolle spielen, zumal die in eine bestimmte Richtung gestreuten Beiträge klein gegen die einfallende Leistung sind.

Phasen- und Doppler-Effekte werden zunächst vernachlässigt, und wir beschäftigen uns nur mit der gesamten rückgestreuten Leistung, die die Summe aller von den Streuteilchen rückgestreuten und von der Antenne aufgenommenen Leistung darstellt (inkohärente Einfachstreuung). Außerdem wird eine geradlinige Strahlausbreitung vorausgesetzt. Das von einem Radar zum Zeitpunkt  $t_s$  nach Aussendung eines Pulses der Länge  $c\tau$  zum Zeitpunkt  $t_0$  ( $c =$  Lichtgeschwindigkeit,  $\tau =$  Zeitdauer des Pulses) gemessene Leistungssignal setzt sich nach Abbildung 3.5 aus Streubeiträgen zusammen, die aus dem Entfernungintervall  $r \in [r_0 - c\tau/4, r_0 + c\tau/4]$  (Kugelschale um den Radarstandort) stammen, wobei  $r_0$  die aus der Laufzeit  $t_s - t_0$  berechnete und vom Radar ausgegebene Schrägentfernung darstellt. Diese Kugelschale bildet das sogenannte Pulsvolumen  $V_p$ .  $\alpha_0$  und  $\varepsilon_0$  bezeichnen im Folgenden Azimut und Elevationswinkel der Strahlachse (Antennenstellung), relativ zu der die Winkel  $\phi$  und  $\theta$  des Strahlkoordinatensystems nach Abbildung 3.2 links definiert sind. Die Koordinaten  $(r_0, \alpha_0, \varepsilon_0)$  bilden den Bezugspunkt des betrachteten Volumenmeßwertes und werden im sogenannten Radarsystem  $(r, \alpha, \varepsilon)$



**Abb. 3.5.:** Skizze zur Bestimmung des radialen Einflßbereichs der Volumenstreuer bei einer Leistungsmessung zum Zeitpunkt  $t_s$  im Radar. Die graue Zone stellt ein Niederschlagsgebiet dar. Die Pulslänge beträgt  $c\tau$  (Strecke von Pulsanfang bis -ende). Die vom Niederschlag rückgestreute Leistung, die zur Zeit  $t_s$  an der Antenne ankommt, stammt aus dem um  $r_0 = c(t_s - t_0)$  zentrierten Entfernungsbereich der Länge  $c\tau/2$ . Dies ergibt sich aus der Gleichheit der beiden dunkelgrau markierten Winkel. Vernachlässigt sind Zeitverzögerungen durch Hohlleiter und elektrische Bauteile ebenso wie die Verzögerung und Pulsverformung durch die endliche Bandbreite des Empfängers. Diese Details werden in der Radarsoftware berücksichtigt.

gemessen, einem Kugelkoordinatensystem, dessen Ursprung ebenfalls im Radarstandort liegt und dessen Zenit senkrecht nach oben zeigt.  $\alpha$  bezeichnet den Azimutwinkel relativ zur Nordrichtung und  $\varepsilon$  den Elevationswinkel. Die Schrägentfernung  $r$  ist bei Strahl- und Radarsystem gleich. Eine eingehendere Diskussion dieser Kugelkoordinatensysteme mit entsprechenden Transformationsformeln findet sich in Anhang C. Die dortige Abbildung C.1 auf Seite 231 verdeutlicht die verschiedenen Winkel.

Ist  $\mathbf{r} = (r, \phi, \theta)$  ein beliebiger Ort innerhalb des Pulsvolumens, formuliert im Strahlkoordinatensystem, dann bildet

$$dP_r(\mathbf{r}) = P_t C^* \frac{1}{l_{radom}^2 l_G^2(\mathbf{r})} \frac{\eta(\mathbf{r})}{l_N^2(\mathbf{r})} \frac{f^4(\mathbf{r})}{r^4} dV \quad . \quad (3.10)$$

den Beitrag der Streuer aus dem infinitesimalen Volumenelement  $dV = r^2 \cos \theta dr d\phi d\theta$  am Ort  $\mathbf{r}$  zum Radarmeßwert  $P_r = P_r(r_0, \alpha_0, \varepsilon_0)$ . Gleichung (3.10) ergibt sich aus der Radargleichung für einen Einzelstreuer, Gleichung (3.5), durch Einführung des volumenspezifischen Rückstreuquerschnitts  $\eta$ ,

$$\eta(r, \phi, \theta) = \int_0^\infty \sigma_b(D_k) N(D_k, r, \phi, \theta) dD_k \quad . \quad (3.11)$$

$\eta$  stellt die lokale Rückstreuquerschnittsdichte dar, so daß durch  $\eta dV$  die Summe der Rückstreuquerschnitte im Volumenelement  $dV$  gegeben ist.  $\eta$  ist eine Feldfunktion und wird als Reflektivität bezeichnet. In der angegebenen Formulierung wurde o.B.d.A. als Größenparameter der in der Rayleigh-Approximation für  $\sigma_b$  (Gleichung (3.7)) wesentliche volumenäquivalente Kugeldurchmesser  $D_k$  gewählt. Wiederum wurde in dem Integral in Gleichung (3.11) nur eine Partikelklasse (z.B. Wassertropfen) berücksichtigt, und  $N$  ist die ortsabhängige Größenverteilungsfunktion, hier als von  $D_k$  abhängig dargestellt.

Die Volumenintegration von Gleichung (3.10) bei festgehaltener Zeit über das Pulsvolumen ergibt die gesamte zur Zeit  $t_s$  empfangene Leistung  $P_r$ , die man für gewöhnlich dem Bezugsort  $(r_0, \alpha_0, \varepsilon_0)$  zuordnet:

$$P_r(r_0, \alpha_0, \varepsilon_0) = P_t C^* \frac{1}{l_{radom}^2 l_G^2(r_0)} \int_{r_0-c\tau/4}^{r_0+c\tau/4} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\eta(r, \phi, \theta)}{l_N^2(r, \phi, \theta)} \frac{f^4(\phi, \theta)}{r^4} r^2 \cos \theta d\theta d\phi dr \quad . \quad (3.12)$$

Der dem Ort  $(r_0, \alpha_0, \varepsilon_0)$  zugeschriebenen Meßwert  $P_r$  ist also keine Punktmessung, sondern ein mit der Funktion  $f^4 \cos \theta / r^2$  gewichtetes räumliches Mittel des extinktionsbeeinflussten Reflektivitätsfeldes  $\eta / l_N^2$  über das Pulsvolumen  $V_p$  (Integrationsgrenzen). Weil die Halbwertsbreite von  $f^4$  in  $\phi$ - und  $\theta$ -Richtung aber typischerweise nur einige wenige Grad beträgt, beschränkt sich der Hauptbeitrag auf einen engen Winkelbereich um diese Halbwertsbreite. Eine Vorstellung von der räumlichen Ausdehnung des für die Integration wesentlichen Ausschnitts des Pulsvolumens liefert Tabelle 3.1. Dort sind typische Werte der Pulsvolumenlänge  $c\tau/2$ , des lateralen Halbwertsdurchmessers von  $f^2$  (Viertelwertsdurchmesser von  $f^4$ ),  $d_{3dB}$ , und des Halbwerts-Pulsvolumens  $V_{3dB}$  (Kegelstumpfnäherung mit Öffnungswinkel  $\theta_3$  bei geradliniger Ausbreitung) für ein meteorologisches Radar mit kreissymmetrischer Antenne angegeben. Man erkennt, daß die hauptsächlichen Beiträge zum Radarmeßwert aus einem bis zu  $10^{10} \text{ m}^3$  großen Volumen stammen, dessen lateraler Durchmesser mehrere 1000 m betragen kann. Wenn im Folgenden von „dem Pulsvolumen“ die Rede sein wird, ist oftmals das Volumen des hauptsächlich beitragenden Bereiches gemeint und nicht die vollständige Kugelschale um den Radarstandort.

Die Reflektivität  $\eta$  stellt die interessierende Meßgröße dar, die die Eigenschaften der Streupartikel enthält, auf die man schließen möchte. Ist die Rayleigh-Approximation gültig (Gleichung (3.7)), dann

$\theta_3$	$\Delta r = c\tau/2$	$r_0$	$d_{3dB}^\dagger$	$V_{3dB}^\ddagger$
[°]	[m]	[km]	[m]	[m <sup>3</sup> ]
1	150	50	872	$8.97 \cdot 10^7$
1	150	100	1745	$3.59 \cdot 10^8$
1	1000	50	872	$5.98 \cdot 10^8$
1	1000	100	1745	$2.39 \cdot 10^9$
2	150	50	1745	$3.59 \cdot 10^8$
2	150	100	3491	$1.44 \cdot 10^9$
2	1000	50	1745	$2.39 \cdot 10^9$
2	1000	100	3491	$9.57 \cdot 10^9$

$$\dagger: d_{3dB} = 2r_0 \tan\left(\frac{\theta_3}{2}\right)$$

$$\ddagger: V_{3dB} = \frac{\pi}{3} \tan\left(\frac{\theta_3}{2}\right) \left( \left(r_0 + \frac{\Delta r}{2}\right)^3 - \left(r_0 - \frac{\Delta r}{2}\right)^3 \right)$$

**Tab. 3.1.:** Typische Werte für den lateralen Halbwertsdurchmesser  $d_{3dB}$  der Hauptkeule und für das Halbwerts-Pulsvolumen  $V_{3dB}$  in Abhängigkeit der 3-dB-Hauptkeulenbreite  $\theta_3$ , der Länge des Pulsvolumens  $c\tau/2$  und der Entfernung  $r_0$  der Pulsvolumenmitte.

gilt

$$\eta(r, \phi, \theta) = \frac{\pi^5}{\lambda_0^4} |K|^2 \int_0^\infty N(D_k, r, \phi, \theta) D_k^6 dD_k = \frac{\pi^5}{\lambda_0^4} |K|^2 Z \quad , \quad (3.13)$$

wobei der Radarreflektivitätsfaktor  $Z$  (6. Moment der Größenverteilung bezüglich  $D_k$ ) auftritt, der vorweg schon in Gleichung (2.5) im Abschnitt 2.1 angegeben wurde. Häufig wird auch  $Z$  anstelle von  $\eta$  als Reflektivität bezeichnet. Für Rayleigh-Streuer hängt  $Z$  nicht mehr von der Wellenlänge ab, was den Vergleich von Messungen mit unterschiedlichen Wellenlängen erleichtert. Gilt die Rayleigh-Approximation nicht mehr, so ist  $Z$  allgemein definiert durch

$$Z = \eta \frac{\lambda_0^4}{\pi^5 |K|^2} \quad (3.14)$$

und ist nicht mehr von der Wellenlänge unabhängig.

Man erkennt in Gleichung (3.12), daß die Funktion  $f^4 \cos \theta / r^2$  innerhalb des Pulsvolumens als Modulationsfunktion für die ortsabhängige extinktionsbeeinflusste Reflektivität  $\eta/l_N^2$  fungiert. Dabei entsteht der Term  $\cos \theta / r^2$  durch die Metrik des Raumes in Verbindung mit der  $1/r^4$ -Abhängigkeit des Rückstreusignals eines Einzelstreuers. Die Funktion  $f^4$  bezeichnet man auch als Strahlgewichtsfunktion (englisch: beam weighting function). Durch die endliche Frequenzbandbreite des Empfängers wird der radiale Einflußbereich eigentlich noch etwas vergrößert und die Entfernungsmodulation „verformt“, weshalb man in Gleichung (3.12) konsequenterweise eine zusätzliche entfernungsabhängige Gewichtsfunktion berücksichtigen müßte (englisch: range weighting function). Darauf wird aber in dieser Arbeit verzichtet. Genaueres findet man z.B. in Doviak und Zrnić (1993).

Interessant ist noch, daß bei einer Radarmessung, wie in Anhang C gezeigt wird, auf den Bereich innerhalb des Halbwerts-Pulsvolumens  $V_{3dB}$  etwa 75 % der Strahlgewichtsfunktion entfallen.

In Gleichung (3.12) wird ein ortsabhängiger Dämpfungsfaktor  $l_N$  verwendet, da in einem großen Pulsvolumen in großer Entfernung unterschiedliche Strahlteile durchaus eine unterschiedliche Dämpfung erfahren können, wenn die Hydrometeorverteilung über den Strahlquerschnitt vom Radar bis zum

Pulsvolumen nicht homogen ist (nichtgleichmäßige Strahlfüllung). Damit beschreibt diese Gleichung sehr allgemein den Zusammenhang zwischen dem Reflektivitätsfeld und der gemessenen Leistung und kann sozusagen als Meßoperator betrachtet werden.

Wir wenden uns jetzt den üblicherweise von einem Radarsignalprozessor ausgegebenen Daten zu. Da man an der Reflektivität  $\eta$  interessiert ist, muß Gleichung (3.12) nach  $\eta$  aufgelöst werden. Dazu wendet man den Mittelwertsatz der Integralrechnung für die Funktion  $\eta/l_N^2$  an,

$$P_r(r_0, \alpha_0, \varepsilon_0) = P_t C^* \frac{1}{l_{radom}^2 l_G^2(r_0)} \overline{\left( \frac{\eta(r, \phi, \theta)}{l_N^2(r, \phi, \theta)} \right)}_{r_0-c\tau/4}^{r_0+c\tau/4} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{f^4(\phi, \theta)}{r^2} \cos \theta d\theta d\phi dr \quad , \quad (3.15)$$

wobei der obere Querstrich über  $\eta/l_N^2$  den integralen Mittelwert über das Volumen kennzeichnet, nähert das Integral über  $r$  für Entfernungen  $r_0$ , die groß gegen  $\Delta r = c\tau/2$  sind (dann ist der Integrand  $1/r^2 \approx 1/r_0^2$ , und der konstante Faktor  $1/r_0^2$  kann vor das Integral gezogen werden), und führt die Integration über  $r$  aus,

$$P_r(r_0, \alpha_0, \varepsilon_0) = P_t C^* \frac{1}{l_{radom}^2 l_G^2(r_0)} \frac{1}{r_0^2} \frac{c\tau}{2} \overline{\left( \frac{\eta(r, \phi, \theta)}{l_N^2(r, \phi, \theta)} \right)}_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f^4(\phi, \theta) \cos \theta d\theta d\phi \quad , \quad (3.16)$$

und setzt für  $f^4$  die Gauss-Näherung (3.1) ein. Das verbleibende Integral über die gaussförmige Strahlgewichtsfunktion  $f^4$  kann dann für kleine Halbwertsbreiten  $\phi_3$  und  $\theta_3$  genähert werden, indem man den  $\cos \theta \approx 1$  setzt, die Integralgrenzen für  $\phi$  und  $\theta$  gegen  $-\infty$  bzw.  $+\infty$  führt und  $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-ax^2) dx = \sqrt{\pi/a}$  benutzt (Probert-Jones, 1962). Dann ergibt sich in guter Näherung

$$\int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f^4(\phi, \theta) \cos \theta d\theta d\phi \approx \frac{\pi \phi_3 \theta_3}{8 \ln 2} \quad . \quad (3.17)$$

Der dadurch verursachte Fehler ist bei den üblichen Halbwertsbreiten  $\phi_3$  und  $\theta_3$  von wenigen Grad praktisch 0, und der Fehler durch die Vernachlässigung der Nebenkeulen ist nach Sauvageot (1992) ebenfalls kleiner als 0.2 dB. Daraus resultiert die Gleichung

$$P_r(r_0, \alpha_0, \varepsilon_0) = P_t C^* \frac{1}{l_{radom}^2 l_G^2(r_0)} \frac{c\tau}{2r_0^2} \frac{\pi \phi_3 \theta_3}{8 \ln 2} \overline{\left( \frac{\eta(r_0, \alpha_0, \varepsilon_0)}{l_N^2(r_0, \alpha_0, \varepsilon_0)} \right)} \quad , \quad (3.18)$$

wobei der letzte Term, wie schon erwähnt, als Mittelwert über das Pulsvolumen zu betrachten ist. Diese Form wird in der Literatur als Radargleichung für Volumenstreuer bezeichnet, wobei jedoch oftmals die räumliche Variation von  $\eta$  und  $l_N$  innerhalb des Pulsvolumens vernachlässigt wird.

Beachtet man die Niederschlagsdämpfung überhaupt nicht ( $l_N = 1$ ) und löst nach der Reflektivität auf, so gilt

$$\overline{\eta}(r_0, \alpha_0, \varepsilon_0) = \frac{16 \ln 2 l_{radom}^2 l_G^2(r_0) r_0^2}{C^* c\tau \pi \phi_3 \theta_3} \frac{P_r}{P_t} \quad (3.19)$$

und mit Gleichung (3.14)

$$\overline{Z}(r_0, \alpha_0, \varepsilon_0) = \frac{8 \ln 2 l_{radom}^2 l_G^2(r_0) r_0^2}{C^* \Delta r \pi \phi_3 \theta_3} \frac{\lambda_0^4}{\pi^5 |K|^2} \frac{P_r}{P_t} \quad , \quad (3.20)$$

wobei  $\Delta r = c\tau/2$ . Beim operationellen Radarbetrieb ist es üblich, die Materialkonstante  $|K|^2$  durch den Wert für Wasser ( $|K_w|^2 = 0.93$ , im Mikrowellenbereich kaum temperaturabhängig) festzulegen, wodurch der dadurch gewonnene Reflektivitätsfaktor  $Z$  zu einem für Wassertropfen im Rayleigh-Bereich äquivalenten Wert wird, den man mit  $Z_e$  (äquivalenter Reflektivitätsfaktor) bezeichnet,

$$Z_e = \eta \frac{\lambda_0^4}{\pi^5 |K_w|^2} . \quad (3.21)$$

Üblicherweise wird in der Radarsoftware schon eine Korrektur der Gasdämpfung ( $l_G^2$ ) auf der Basis der Standardatmosphäre und eine Korrektur der Dämpfung durch ein fabrikneues, trockenes Radom durchgeführt ( $l_{radom,neu}^2$ ). Alle Geräteparameter in Gleichung (3.20) werden in regelmäßigen Abständen so gut als möglich bestimmt und zusammen mit dem Rayleigh-Faktor in eine Konstante  $\tilde{C}_1$  zusammengefaßt,

$$\tilde{C}_1 = \frac{\tilde{P}_t \tilde{C}^* \Delta r \pi \phi_3 \theta_3 \pi^5 |K_w|^2}{\lambda_0^4 8 \ln 2} . \quad (3.22)$$

Die Tilde bei  $\tilde{C}^*$  und  $\tilde{P}_t$  deutet an, daß sich diese einmal bestimmten Konstanten von den aktuell gültigen  $C^*$  und  $P_t$  unterscheiden können, weil sich manche darin enthaltenen Geräteparameter im Laufe der Zeit ändern können und weil einige Radarparameter grundsätzlich schwierig zu bestimmen sind. Für das vom Radar gemessene  $Z_e^{(R)}$  wird in einer Radarsoftware folglich meist die Beziehung

$$Z_e^{(R)}(r_0, \alpha_0, \epsilon_0) = P_r^{(R)}(r_0, \alpha_0, \epsilon_0) \frac{r_0^2}{\tilde{C}_1} l_{radom,neu}^2 l_G^2(r_0) \quad (3.23)$$

zugrunde gelegt.  $l_{radom,neu}^2$  beschreibt die Intensitätsabschwächung durch ein fabrikneues, unver- schmutztes und trockenes Radom und kann ebenfalls vom aktuell gültigen Wert abweichen.  $Z_e^{(R)}$  kann als ein für das Pulsvolumen repräsentativer Wert angesehen werden, der aber bei der Messung starken statistischen Schwankungen unterworfen ist. Diese statistische Instabilität kommt dadurch zustande, daß das Empfangssignal eine Überlagerung sämtlicher rückgestreuter Wellenanteile (Amplitude und Phase) aller Streuer im Pulsvolumen darstellt, man aber nur an der Summe der Amplitudenquadrate der Einzelwellen interessiert ist (dies ist proportional zur rückgestreuten Leistung  $P_r$  und damit zum gesamten Rückstreuquerschnitt pro Einheitsvolumen  $\eta$ ). Aufgrund der räumlichen Verteilung der Hydrometeore kommt es aber wegen der unterschiedlichen Laufwege und damit Phasenunterschiede der Einzelwellen zu konstruktiven und destruktiven Überlagerungen, so daß das Quadrat der momentan gemessenen  $E$ -Feldamplitude am Empfänger (genauer: kurzzeitiger Mittelwert über wenige Wellenperioden) nicht der Summe der einzelnen Amplitudenquadrate entspricht. Der Momentanwert  $P_r^{(R)}$  entspricht also nicht der rückgestreuten Leistung  $P_r$  nach Gleichung (3.12). Man muß sich klarmachen, daß der mittlere Abstand der Hydrometeore im Bereich der Wellenlänge liegt und somit Phasenunterschiede im gesamten Intervall  $[0, 2\pi]$  auftreten.

Marshall und Hirschfeld (1953) geben die Wahrscheinlichkeitsverteilung der sich auf diese Weise ergebenden Abweichung eines Einzelmeßwertes  $P_r^{(R)}$  von der gesuchten rückgestreuten Leistung  $P_r$  an. Zusammen mit Wallace (1953) begründen sie das Verfahren der Mittelung über mehrere Pulse, um eine statistisch stabilere Messung von  $P_r$  zu erhalten.

Wir ersetzen die Mittelung von  $P_r^{(R)}$  über mehrere Pulse allgemein durch ein Ensemblemittel  $\langle P_r^{(R)} \rangle$ , das exakt der empfangenen Leistung  $P_r$  in Gleichung (3.12) entsprechen soll ( $P_r = \langle P_r^{(R)} \rangle$ ).  $\langle P_r^{(R)} \rangle$  ist dahingehend zu interpretieren, daß Gleichung (3.12) dann gilt, wenn man zur selben Zeit die Messung

mehrfach wiederholen könnte, wobei die Hydrometeore jeweils statistisch so innerhalb von Subvolumina des Pulsvolumens umsortiert würden, daß einerseits  $Z_e$  als Feldfunktion zeitlich invariant bliebe und andererseits die statistischen Schwankungen durch Mittelung über das Ensemble ausgeglichen würden.

Das Ensemblemittel kann z.B. durch zeitliche Mittelung angenähert werden. Mißt man bei starrer Antenne immer beim selben Pulsvolumen und ist die Regenrate dort zeitlich konstant, so erhält man ein fluktuierendes Meßsignal, dessen Verteilung, wie schon erwähnt, von Marshall und Hitschfeld (1953) aus statistischen Überlegungen abgeleitet wurde. Dort wird auch gezeigt, daß ein über mehrere statistisch unabhängige Einzelmessungen gemittelter Wert nach Quadrierung umso besser mit der gesuchten Quadratsumme übereinstimmt, je mehr solche Einzelmessungen in die Mittelung eingehen. Die Gesamtmeßzeit dieser Einzelwerte muß dabei aber so klein sein, daß von einer stationären Hydrometeorverteilung im Pulsvolumen ausgegangen werden kann (stabiler Mittelwert der Quadratsumme), andererseits sollte der zeitliche Abstand der Einzelmessungen wiederum groß genug sein, damit sich die Hydrometeore aufgrund von Turbulenz und unterschiedlicher Sedimentationsgeschwindigkeit so umverteilen konnten, daß keine Korrelation zum vorherigen Meßwert besteht (statistische Unabhängigkeit). Aus zeitlich hochaufgelösten Einzelmessungen desselben Pulsvolumens bei starrer Antenne (Zeitreihe von Einzelmessungen) und der daraus abgeleiteten Autokorrelationsfunktion wurde eine Näherungsformel für den mindestens notwendigen zeitlichen Abstand  $\tau_u$  (Dekorrelationszeit) von Einzelmessungen zur Sicherstellung von statistischer Unabhängigkeit entwickelt (z.B. Sauvageot, 1992):

$$\tau_u = 0.2 \frac{\lambda_0}{\sigma_v} \quad (3.24)$$

wobei sich  $\tau_u$  in s ergibt und  $\lambda_0$  die Wellenlänge des Radars in m darstellt.  $\sigma_v$  bezeichnet hier die Standardabweichung des Geschwindigkeitsspektrums, die bei Regen etwa  $1 \text{ m s}^{-1}$  beträgt. Je höher die Frequenz, desto kürzer die Wellenlänge, und somit desto kürzer die Zeit, bis sich die Hydrometeore relativ zu einer Wellenlänge statistisch unabhängig reorganisieren. Außerdem sortieren sich Hydrometeore umso schneller um, je breiter ihre Geschwindigkeitsverteilung ist, und desto kürzer wird  $\tau_u$ .

Für gewöhnlich wird jedoch dadurch die statistische Unabhängigkeit der Einzelmessungen bei der Bestimmung von  $\langle P_r^{(R)} \rangle$  erhöht, daß während der Messung der in die Mittelung eingehenden Einzelwerte die Antenne kontinuierlich weitergedreht und dadurch ein zusätzlicher Mechanismus zum Erreichen von statistischer Unabhängigkeit geschaffen wird. Außerdem mittelt man oft noch zusätzlich über in  $r_0$  aufeinanderfolgende Einzelmessungen (diese sind auf jeden Fall statistisch unabhängig).

Gleichung (3.23) wird nach Ensemblemittelung zu

$$\langle Z_e^{(R)} \rangle = \langle P_r^{(R)} \rangle \frac{r_0^2}{\tilde{C}_1} l_{radom,neu}^2 l_G^2 \quad (3.25)$$

und nach Einsetzen von Gleichung (3.12) unter der Annahme  $P_r = \langle P_r^{(R)} \rangle$  und unter Verwendung der Definition für  $Z_e$ , Gleichung (3.21), zu

$$\langle Z_e^{(R)} \rangle = \frac{P_t C^*}{\tilde{P}_t \tilde{C}^*} \frac{l_{radom,neu}^2}{l_{radom}^2} \frac{r_0^2 8 \ln 2}{\Delta r \pi \phi_3 \theta_3} \int_{r_0 - \Delta r/2}^{r_0 + \Delta r/2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{Z_e f^4}{l_N^2 r^2} \cos \theta d\theta d\phi dr \quad (3.26)$$

Diese Beziehung beschreibt den ensemblemittelten Zusammenhang zwischen dem Radarmeßwert und dem tatsächlich vorhandenen äquivalenten Reflektivitätsfaktorfeld, an dessen Messung man interessiert ist. Der erste Faktor auf der rechten Seite beschreibt den Kalibrierfehler, der zweite den Fehler durch die Abweichung der aktuellen Radomdämpfung von der eines fabrikneuen, nicht verschmutzten Radoms, und der dritte stellt den Kehrwert des Volumenintegrals über die Funktion  $f^4/r^4$  dar, wenn

$r \gg \Delta r$ . Damit kann Gleichung (3.26) auch geschrieben werden als

$$\langle Z_e^{(R)} \rangle = \frac{P_t C^*}{\tilde{P}_t \tilde{C}^*} \frac{l_{radom,neu}^2}{l_{radom}^2} \frac{\int_{r_0-\Delta r/2}^{r_0+\Delta r/2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{Z_e f^4}{l_N^2 r^2} \cos \theta d\theta d\phi dr}{\int_{r_0-\Delta r/2}^{r_0+\Delta r/2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{f^4}{r^2} \cos \theta d\theta d\phi dr} = \frac{P_t}{\tilde{P}_t} \frac{C^*}{\tilde{C}^*} \frac{l_{radom,neu}^2}{l_{radom}^2} \overline{\left( \frac{Z_e}{l_N^2} \right)}. \quad (3.27)$$

Im folgenden wird abkürzend  $P_t C^* / \tilde{P}_t \tilde{C}^*$  zu  $C^* / \tilde{C}^*$  zusammengefaßt und als Gesamtkalibrierfehler bezeichnet. An der Formulierung (3.27) erkennt man die Wirkung der Funktion  $f^4 \cos \theta / r^2$  als räumliche Gewichtsfunktion, formuliert in den Koordinaten  $(r, \phi, \theta)$ , was bei der rechten Identität wie bei Gleichung (3.18) durch einen oberen Querstrich angedeutet wird. Bei Mittelung von  $N$  Pulsen über ein Azimutintervall  $\Delta \alpha$  zur Verminderung der statistischen Schwankungen bleibt die Formulierung gültig, wenn man eine etwas verbreiterte Gewichtsfunktion  $\bar{f}^4$  verwendet, wie in Anhang C gezeigt wird (Gleichung (C.13) in Verbindung mit Gleichung (C.18)). Wenn  $\Delta \alpha / \theta_3 < 1.5$ , kann  $\bar{f}^4$  wie  $f^4$  durch eine Gauss-Funktion angenähert werden. Insgesamt mißt ein Radar also ein geglättetes und am Rand von Niederschlagsgebieten verschmiertes Reflektivitätsfeld. Durch den divergierenden Strahl wird der Effekt mit wachsender Entfernung  $r$  immer größer.

Will man aus  $\langle Z_e^{(R)} \rangle$  z.B. die für das Pulsvolumen repräsentative Niederschlagsrate  $R$  schätzen, muß man mangels Kenntnis oft den Kalibrierfehler und die zusätzliche Radomdämpfung (z.B. durch Wasserbenetzung) vernachlässigen und mit dem gemessenen Reflektivitätswert unter Annahme von homogener Strahlfüllung ( $Z_e$  und  $l_N$  werden als konstant über das Pulsvolumen angenommen) arbeiten. Annahmen über die Partikelart, -größenverteilung und -fallgeschwindigkeit führen dann auf Umrechnungsformeln ( $Z_e$ - $R$ -,  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehungen), die formal eine approximative Dämpfungskorrektur und eine Schätzung der Niederschlagsrate erlauben. Im Hinblick auf hydrometeorologische Anwendungen stellt letzteres eine Hauptaufgabe der Radarmeteorologie dar und ist ein aktuelles Forschungsgebiet. Da in der vorliegenden Arbeit jedoch das Hauptaugenmerk auf dem Effekt der Extinktion durch Niederschlagsteilchen liegt, wird auf die Ableitung der Niederschlagsrate und die dabei außer der Extinktion auftretenden Fehlerquellen nur kurz in den Abschnitten 3.6 und 3.7 eingegangen.

Für einige Betrachtungen in dieser Arbeit ist es nützlich, eine weitere Reflektivitäts-Feldfunktion  $Z_a$  einzuführen, die über die Beziehung

$$\langle Z_e^{(R)} \rangle = \bar{Z}_a \quad \implies \quad Z_a = \frac{C^*}{\tilde{C}^*} \frac{l_{radom,neu}^2}{l_{radom}^2} \frac{Z_e}{l_N^2} \quad (3.28)$$

definiert ist. Der Index  $a$  soll dabei andeuten, daß es sich um den um sämtliche Abschwächungseffekte wie Niederschlagsdämpfung, Radomdämpfung und Kalibrierfehler reduzierten äquivalenten Radarreflektivitätsfaktor handelt („a“ wie „abgeschwächt“). Man sollte aber stets beachten, daß nur  $\langle Z_e^{(R)} \rangle$  von einem Radar gemessen werden kann und vorausgesetzt wird, daß dieses Ensemblemittel von Meßwerten dem räumlichen Mittel der Feldfunktion  $Z_a$  entspricht. Das ist nur dann der Fall, wenn sich z.B. bei einer Realisierung des Ensemblemittels durch zeitliche Mittelung die statistischen Schwankungen der empfangenen Leistung vollständig herausmitteln.

Die Zahlenwerte für  $Z$ ,  $Z_e$  und  $Z_a$  können über mehr als neun Größenordnungen variieren. Deswegen gibt man oft ein logarithmisches Maß  $\zeta$  an, das die Größenordnung des Verhältnisses von  $Z$  geteilt durch die Einheit  $\text{mm}^6 \text{m}^{-3}$  repräsentiert,

$$\zeta = 10 \log_{10} \left( \frac{Z}{1 \text{ mm}^6 \text{ m}^{-3}} \right). \quad (3.29)$$

$\zeta$  ist dimensionslos, bekommt aber für gewöhnlich die Einheit dBZ, die auf die Anwendung des loga-

rithmischen Maßes (Basis 10) mit Bezugsgröße  $1 \text{ mm}^6 \text{ m}^{-3}$  hindeutet. Das Verhältnis zweier Z-Werte läßt sich durch die Differenz der entsprechenden  $\zeta$ -Werte ausdrücken, wobei die Bezugsgröße nun keine Rolle mehr spielt. Hier verwendet man deshalb allgemein die Einheit dB (dezibel,  $1 \text{ dB} = 0.1 \text{ bel}$ ). So entspricht beispielsweise ein Verhältnis von 10 dB einem Faktor 10, und 3 dB einem Faktor 2.

Anzumerken ist noch, daß die Annahme der geradlinigen Wellenausbreitung bei der Herleitung der Radargleichung für Volumenstreuer zu einem geringen Fehler führt, weil in der Realität benachbarte Strahlteile nicht genau so gekrümmt werden, daß eine Rechnung in Kugelkoordinaten zum exakt richtigen Ergebnis führt (Funktionaldeterminante bei der Volumenintegration!). Im allgemeinen dehnt sich das Pulsvolumen mit zunehmender Entfernung überquadratisch aus, weil Teilstrahlen mit einem größeren Elevationswinkel nicht so stark zur Erde hin gekrümmt werden. Man spricht von einem Linseneffekt (Zerstreuungslinse), siehe Skolnik (1990), Seite 2.53. Es ergibt sich dadurch ein etwas kleinerer Leistungsmesswert  $P_r$  als bei geradliniger Ausbreitung. Bei „normalen“ Ausbreitungsbedingungen (Standardatmosphäre) liegt der Effekt in der Größenordnung der Gasdämpfung, kann aber bei Bedingungen mit starker Refraktion bei horizontal gerichtetem Radarstrahl durch starke Pulsverformung (Anhang B) beträchtliche Werte annehmen.

Wenn im Folgenden von „der Reflektivität“ gesprochen wird, ist damit meist  $Z_e$  oder der Radarmesswert gemeint  $\langle Z_e^{(R)} \rangle$  gemeint und nicht  $\eta$ . Diese eigentlich unsaubere Mehrdeutigkeit hat sich in der radarmeteorologischen Literatur eingebürgert.

Nachdem nun mit Gleichung (3.27) eine Formulierung des „Radar-Meßoperators“ bezogen auf  $Z_e$  zur Verfügung steht, erfolgt im nächsten Abschnitt eine genauere Betrachtung des Einflusses des Dämpfungsfaktors  $I_N^2$  auf eine Radarmessung.

### 3.5. Extinktionseinfluß bei einer Radarmessung polydisperser Niederschlagsteilchen

Für eine Beschreibung der Extinktionseffekte bei Radarniederschlagsmessungen kann der in Abschnitt 3.3.2 durch Gleichung (3.8) und (3.9) dargestellte einfache Ansatz benutzt werden. Wie in Abschnitt 3.3.2 bereits angesprochen, kann dessen Anwendung dadurch gerechtfertigt werden, daß Hydrometeore gewöhnlich nur in dünner „optischer Konzentration“ vorkommen und somit die Einfachstreuung der vollständigen Strahlungsübertragungsgleichung ausreicht.

Formuliert man mit diesem Ansatz die Gleichung (3.27) für den radargemittelten Wert des äquivalenten Reflektivitätsfaktors, so ergibt sich

$$\langle Z_e^{(R)} \rangle = \frac{C^*}{\tilde{C}^*} \frac{I_{radom,neu}^2}{I_{radom}^2} \frac{\int_{r_0-\Delta r/2}^{r_0+\Delta r/2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} Z_e \exp \left[ \overbrace{-2 \int_0^r \int_0^\infty \sigma_{ext}(D) N(D, r', \phi, \theta) dD dr'}^{\Lambda(r')} \right] \frac{f^4}{r^2} \cos \theta d\theta d\phi dr}{\int_{r_0-\Delta r/2}^{r_0+\Delta r/2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{f^4}{r^2} \cos \theta d\theta d\phi dr} \cdot I_N^{-2}(r, \phi, \theta) \quad (3.30)$$

Diese Form kann als der „Radar“-Meßoperator angesehen werden und stellt die ausführlichstmögliche Schreibweise für den volumengemittelten Wert von  $Z_e/I_N^2$  dar (oberer Querstrich in Gleichung (3.27) ganz rechts).

Im einfachsten Falle, wenn  $Z_e$  und  $\Lambda$  innerhalb des Pulsvolumens nahezu konstant sind und auch die Niederschlagsdämpfung  $l_N^2$ , integriert von  $r = 0$  bis  $r = r_0 - \Delta r/2$ , nicht von  $\phi$  und  $\theta$  abhängig ist (gleichmäßige Strahlfüllung auf dem ganzen Strahlweg bis zum betrachteten Pulsvolumen), kann der radargemittelte Wert von  $Z_e/l_N^2$  mit guter Näherung als im Zentrum des Pulsvolumens gemessen betrachtet werden. Bei stratiformen Niederschlagsereignissen ist diese Annahme gerechtfertigt. Denkt man aber an die Ränder intensiver konvektiver Einzelzellen, dann ergibt sich aus dieser Annahme eine weitere Fehlerquelle, die nichtgleichmäßige Strahlfüllung (englisch: nonuniform beam filling).

Im Anschluß werden die Verhältnisse bei konstantem  $Z_e$  und  $\Lambda$  innerhalb des Pulsvolumens und konstantem  $l_N^2$  auf dem Weg zum Pulsvolumen betrachtet. Bei Verwendung des logarithmischen Maßes  $\zeta$  und der Definitionsbeziehung (3.28) für  $Z_a$  (man beachte den dortigen Kommentar) wird der so vereinfachte Meßoperator für den Meßwert, den man der Stelle  $(r_0, \alpha_0, \epsilon_0)$  zuordnet, zu

$$\begin{aligned} \underbrace{10 \log_{10} \left( \frac{\bar{Z}_a}{1 \text{ mm}^6 \text{ m}^{-3}} \right)}_{:= \hat{\zeta}_a} &= 10 \log_{10} \left( \frac{C^*}{\tilde{C}^*} \right) + 10 \log_{10} \left( \frac{l_{radom, neu}^2}{l_{radom}^2} \right) + \\ &\quad \underbrace{10 \log_{10} \left( \frac{Z_e}{1 \text{ mm}^6 \text{ m}^{-3}} \right)}_{\zeta_e} - 10 \log_{10} \left( \exp \left( 2 \int_0^{r_0} \Lambda(r') dr' \right) \right) \\ \Leftrightarrow \hat{\zeta}_a &= -\Delta_{kal} - \Delta_{radom} + \zeta_e - \frac{20}{\ln 10} \int_0^{r_0} \Lambda(r) dr \quad . \end{aligned} \quad (3.31)$$

Die Größen  $\Delta_{kal}$  und  $\Delta_{radom}$  werden hier als logarithmischer Kalibrierfehler und logarithmischer Radomdämpfungsfehler bezeichnet.  $\hat{\zeta}_a = 10 \log_{10}(\bar{Z}_a)$  mit  $Z_a$  nach Gleichung (3.28) repräsentiert den radargemessenen und  $\zeta_e$  den „wahren“ logarithmischen Wert des Radarreflektivitätsfaktors im Pulsvolumen. Mit der Definition des Zweiweg-Dämpfungskoeffizienten

$$k_2(\mathbf{r}) = \frac{20\Lambda}{\ln 10} = \frac{20}{\ln 10} \int_0^\infty \sigma_{ext}(D) N(D, \mathbf{r}) dD \quad (3.32)$$

(üblicherweise in  $\text{dB km}^{-1}$ ) ergibt sich für den gesuchten Wert  $\zeta_e$  in der Entfernung  $r_0$

$$\zeta_e = \hat{\zeta}_a + \Delta_{kal} + \Delta_{radom} + \int_0^{r_0} k_2(r) dr \quad , \quad (3.33)$$

wobei nach Voraussetzung  $k_2$  hier nur von  $r$ , nicht aber von  $\phi$  und  $\theta$  abhängig ist. Diese Gleichung ist auch dann gültig, wenn man das Pulsvolumen gegen 0 gehen läßt, also bei der Behandlung von  $\zeta_e$ ,  $\hat{\zeta}_a$  und  $k_2$  als kontinuierliche Feldfunktionen. Man kann dann  $r$  statt  $r_0$  schreiben und das Dach bei  $\hat{\zeta}_a$  weglassen, weil dann  $\hat{\zeta}_a = 10 \log_{10}(Z_a) = \zeta_a$  gilt ( $Z_a$  nach Gleichung (3.28)).

Meist werden in der Literatur nur die bis jetzt angeführten Beziehungen angegeben und es wird oft nicht zwischen lokalen Feldgrößen und radargemittelten Werten unterschieden, weil implizit immer die Bedingung der homogenen Strahlfüllung angenommen wird. Die in der Literatur vorgeschlagenen Dämpfungskorrekturalgorithmen, die in Kapitel 4 beschrieben werden, basieren auf Gleichung (3.33), wobei dort als weitere Annahme die lokale Größe  $k_2$  als eindeutige Funktion von  $Z_e$  parametrisiert ist ( $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung), so daß Gleichung (3.33) zu einer Integralgleichung für die gesuchten  $Z_e$ - bzw.  $\zeta_e$ -Werte entlang des Strahls wird.

Bei Berücksichtigung der Variabilität der Streuelemente innerhalb des Strahlvolumens (Pulsvolumen + durchstrahltes Volumen auf dem Weg zum Pulsvolumen) ist die Formulierung einer Gleichung analog zu (3.33) etwas komplizierter. Zu einer Lösung gelangt man durch Definition und Betrachtung eines effektiven Wertes  $k_{2,eff}$ , deren Ausgangspunkt die Anwendung des Mittelwertsatzes der Integralrechnung im letzten Term auf der rechten Seite von Gleichung (3.27) darstellt,

$$\overline{\left(\frac{Z_e}{I_N^2}\right)} = \frac{\overline{Z_e}}{I_{N,eff}^2} \quad (3.34)$$

Der obere Querstrich symbolisiert wiederum die mit der Strahlgewichtsfunktion gewichtete Volumennormierung bei einer Radarmessung (siehe Gleichung (3.27)).  $k_{2,eff}$  kann definiert werden über die Beziehung

$$\frac{1}{I_{N,eff}^2(r)} = \exp\left(-\frac{\ln 10}{10} \int_0^r k_{2,eff}(r') dr'\right) \quad (3.35)$$

so daß sich aus Gleichung (3.27) durch Logarithmieren ( $10 \log_{10}(\dots)$ ) die Beziehung

$$\widehat{\zeta}_e = \widehat{\zeta}_a + \Delta_{kal} + \Delta_{radom} + \int_0^{r_0} k_{2,eff}(r) dr \quad (3.36)$$

ergibt. Der Effektivwert  $k_{2,eff}(r)$  entlang des Strahls ist durch die Relation

$$\int_0^{r_0} k_{2,eff}(r) dr = -10 \log_{10} \left( \overline{\left(\frac{Z_e}{I_N^2}\right)} \frac{1}{\overline{Z_e}} \right) = -10 \log_{10} \left( \frac{\int_{r_0-\Delta r/2}^{r_0+\Delta r/2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} Z_e(r, \phi, \theta) e^{-\frac{\ln 10}{10} \int_0^r k_2(r', \phi, \theta) dr'} \frac{f^4}{r^2} \cos \theta d\theta d\phi dr}{\int_{r_0-\Delta r/2}^{r_0+\Delta r/2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} Z_e(r, \phi, \theta) \frac{f^4}{r^2} \cos \theta d\theta d\phi dr} \right) \quad (3.37)$$

gegeben, die im Falle homogener Strahlfüllung auf die Beziehung für  $k_2$  reduziert (bis auf einen Fehler durch das nichtlineare Verhalten des exponentiellen Dämpfungstermes innerhalb des Pulsvolumens — dieser Fehler ist aber klein, wenn  $r_0 \gg \Delta r$  gilt).

Wird übrigens Gleichung (3.33) für den Fall eines infinitesimal kleinen Pulsvolumens mit linearen Reflektivitäten formuliert, volumengemittelt und logarithmiert, ergibt sich unter Verwendung der Definition von  $I_{N,eff}^2$  bzw.  $k_{2,eff}$  und dem Dach-Operator bei den Reflektivitäten exakt die Gleichung (3.36).

Gleichung (3.36) stellt die allgemeine Form von Gleichung (3.33) dar, die auch Effekte durch nichtgleichmäßige Strahlfüllung beinhaltet. Sie ist jedoch oft für eine praktische Anwendung ungeeignet, weil sie die Kenntnis der subskaligen Variation von  $Z_e$  voraussetzt, welche man nicht messen kann. Deshalb wird in der Literatur meist Gleichung (3.33) benutzt. Jedoch kann Gleichung (3.36) als Ausgangspunkt für die simulatorische Untersuchung von Effekten durch nichtgleichmäßige Strahlfüllung auf  $k_{2,eff}$  dienen, welches bei Anwendungen (z.B. bei einem Dämpfungskorrektur-Algorithmus) eine entscheidende Größe darstellt.

An dieser Stelle ist es angebracht, mit der integrierten Streckendämpfung *PIA* (englisch: path integrated attenuation) einen weiteren Dämpfungsparameter einzuführen. In der Literatur wird er gewöhnlich

als

$$PIA = \int_0^{r_0} k_2(r) dr \quad (3.38)$$

definiert, meßbar ist jedoch meist nur der Effektivwert  $PIA_{eff}$  nach Gleichung (3.37),

$$PIA_{eff} = \int_0^{r_0} k_{2,eff}(r) dr \quad (3.39)$$

Die  $PIA$  entspricht dem logarithmierten Dämpfungsfaktor  $l_N^2$  und wird meist in der Einheit dB angegeben. Inwieweit sich  $PIA$  und  $PIA_{eff}$  unterscheiden, hängt von der räumlichen Inhomogenität des Niederschlagsfeldes ab. Man nimmt gewöhnlich an, daß der Unterschied klein ist, aber es gibt dazu praktisch keine Untersuchungen.

### 3.6. Ableitung von physikalischen Niederschlagsparametern aus dem Reflektivitätsfaktor

Nachdem die mikrophysikalischen und radarmeteorologischen Grundlagen abgehandelt worden sind, die zum Verständnis des Extinktionseffektes bei einer Radarmessung nötig erscheinen, erfolgt zur Abrundung der Darstellung noch die Beschreibung, wie bei einem konventionellen Radargerät für gewöhnlich aus dem Meßwert  $\langle Z_e^{(R)} \rangle$  andere, besser zu interpretierende physikalische Niederschlagsparameter wie der Flüssigwassergehalt  $W$  oder die Niederschlagsrate  $R$  abgeschätzt werden.

Der Zusammenhang zwischen  $W$ ,  $R$  und dem Wert des (ungedämpften) äquivalenten Radarreflektivitätsfaktors  $Z_e$  kann relativ einfach abgeleitet werden, wenn man voraussetzt, daß die Partikel sämtlich klein gegenüber der Wellenlänge sind (Rayleigh-Approximation). Dann ist der Radarmeßwert proportional zum Reflektivitätsfaktor  $Z$  (siehe Gleichung (3.13) auf Seite 26) und  $Z$  wiederum proportional zu  $Z_e$  (bei Regen sind beide identisch). Die Ableitung von  $Z_e$  aus dem Radarmeßwert wiederum setzt u.A. die Kenntnis des Dämpfungsfaktors  $l_N^2$  und die Annahme von gleichmäßiger Strahlfüllung voraus, was im Folgenden vorausgesetzt wird. Jedoch ist speziell die Dämpfung in der Praxis nur schwer zu bestimmen bzw. zu korrigieren, und in der Literatur ist hierfür noch kein brauchbares Korrekturverfahren beschrieben worden. Kapitel 4 faßt die in der Literatur für diesen Zweck vorgeschlagenen Verfahren und die in diesem Zusammenhang auftretenden Probleme kurz zusammen. Im Folgenden werden sie zunächst ausgeklammert.

Einen generellen Eindruck von der Art der Beziehung zwischen  $Z$  und beispielsweise  $W$  erhält man, wenn man eine gewisse Form der Partikelgrößenverteilung postuliert und in den Integralen für  $Z$  und  $W$  einsetzt (Gleichungen (2.5) und (2.3)). Mit der Exponentialverteilung für  $N(D)$  ergibt sich beispielsweise für Regen ( $D = D_k$ ) unter Annahme homogener Strahlfüllung

$$W = \frac{\pi \rho_w}{6} \int_0^{\infty} N_0 e^{-\lambda D} D^3 dD = \frac{\pi \rho_w}{6} N_0 \frac{\Gamma(4)}{\lambda^4} \quad (3.40)$$

$$Z = \int_0^{\infty} N_0 e^{-\lambda D} D^6 dD = N_0 \frac{\Gamma(7)}{\lambda^7} \quad (3.41)$$

mit der Gamma-Funktion  $\Gamma(x)$ . Aufgrund der Voraussetzungen entspricht hier  $Z$  dem Radarmeßwert

$\langle Z_e^{(R)} \rangle$  bzw.  $Z_e$ . Eliminiert man daraus  $\lambda$ , so folgt

$$Z = \left( \frac{6}{\pi \Gamma(4)} \right)^{\frac{7}{4}} \Gamma(7) N_0^{-\frac{3}{4}} \left( \frac{W}{\rho_w} \right)^{\frac{7}{4}} = e W^f \quad . \quad (3.42)$$

Für eine Marshall-Palmer-Verteilung mit  $N_0 = 8000 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}$  ist das eine Z-W-Beziehung in Form eines Potenzgesetzes mit konstanten Parametern  $e$  und  $f$ ,  $Z = 454 W^{1.75}$ , wenn  $W$  in  $\text{g m}^{-3}$  und  $Z$  in  $\text{mm}^6 \text{ m}^{-3}$  angegeben wird. Für die Regenrate ergibt sich ähnliches, wenn man z.B. ein Fallgeschwindigkeitsgesetz der Form  $v = a(D/D_0)^b$  im Regenratenintegral (2.4) ansetzt und in analoger Weise wie bei Gleichung (3.42) den Parameter  $\lambda$  eliminiert:

$$Z = \left( \frac{6}{\pi \Gamma(4+b)} \right)^{\frac{7}{4}} \Gamma(7) N_0^{\frac{b-3}{4}} D_0^{\frac{7b}{4+b}} \left( \frac{R}{a} \right)^{\frac{7}{4+b}} = p R^q \quad . \quad (3.43)$$

Wählt man die Koeffizienten des Fallgeschwindigkeitsgesetzes für Regen nach Kessler (1969) ( $D_0 = 1 \text{ mm}$ ,  $a = 4.1 \text{ m s}^{-1}$ ,  $b = 0.5$ ) und  $N_0 = 8000 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}$ , ergibt sich eine Z-R-Beziehung mit konstanten Parametern  $p$  und  $q$  von  $Z = 207 R^{1.55}$  für  $Z$  in  $\text{mm}^6 \text{ m}^{-3}$  und  $R$  in  $\text{mm h}^{-1}$ .

Man erkennt in Gleichung (3.43), daß unter Verwendung eines Potenzansatzes für das Fallgeschwindigkeitsgesetz der Exponent der Regenrate eine explizite Funktion des Exponenten  $b$  dieses Fallgeschwindigkeitsgesetzes ist. Ein solcher Potenzansatz ist immer nur gültig für einen gewissen Größenbereich der Regentropfen. Typische Werte des Exponenten  $b$  für Potenzansätze, die das Verhalten für Tropfen im Größenbereich von etwa  $0.5 \text{ mm} < D < 4 \text{ mm}$  beschreiben können, bewegen sich in der Gegend von  $0.5 - 0.65$ . Damit variiert der Exponent in der Z-R-Beziehung nach Gleichung (3.43) nur sehr schwach im Bereich von  $1.5 - 1.55$ . Wenn  $N_0$  in natürlichem Niederschlag mit der Regenrate korreliert ist (implizite Abhängigkeit in Gleichung (3.43)), dann kann der Exponent auch etwas stärker variieren. Verwendet man anstatt eines Potenzansatzes das für einen größeren Tropfendurchmesserbereich gültige Fallgeschwindigkeitsgesetz nach Atlas et al. (1973) (Gleichung (2.14) für  $D > 0.745 \text{ mm}$ ), dann kann  $\lambda$  nicht mehr analytisch aus den sich ergebenden Ausdrücken für  $Z$  und  $R$  eliminiert werden. Eine numerische Rechnung ergibt aber auch hier, daß ein Potenzgesetz eine gute Näherung für die Z-R-Beziehung darstellt, wobei der Exponent der Regenrate bei etwa  $1.52$  liegt und der Vorfaktor einen Wert von ca.  $210$  annimmt ( $Z$  in  $\text{mm}^6 \text{ m}^{-3}$ ,  $R$  in  $\text{mm h}^{-1}$ ). Doelling et al. (1998) und auch andere schlagen vor, den Exponenten auf einen Wert von  $1.5$  festzulegen und den Vorfaktor in der Z-R-Beziehung dementsprechend zu bestimmen. Es soll an dieser Stelle nicht verschwiegen werden, daß die Sensitivität von  $Z$  bezüglich des  $R$ -Exponenten viel stärker ist als bezüglich des Vorfaktors.

Obige Potenzgesetze gelten streng genommen nur dann, wenn die Tropfengrößenverteilung exponentiell nach Marshall und Palmer (1948) verläuft. In der Natur könnten jedoch die von einem Radar gemessenen instantanen Spektren auch im Mittel davon abweichen, was oft aus bodengebundenen Tropfenspektrenmessungen mit sehr kleiner Meßfläche und damit im Vergleich zu einer Radarmessung sehr kleinen Meßvolumen abgeleitet wird. Dies wird oft als eine Ursache für die recht hohe Variabilität der in der Literatur angegebenen Z-R-Beziehungen für verschiedene Klimate und verschiedene Niederschlagsarten angesehen (in Battan, 1973 finden sich beispielsweise mehr als 70 verschiedene Z-R-Beziehungen in Form von Potenzgesetzen). Jedoch können in diesem Zusammenhang auch meßtechnische Effekte (Charakteristika der Meßinstrumente, Größe des Meßvolumens, usw.) eine Rolle spielen. Zudem gibt es Anzeichen, daß in dem in der Regel sehr großen Einflußbereich einer Radarmessung (siehe die Zahlenwerte für das Halbwerts-Pulsvolumen  $V_{3dB}$  in Tabelle 3.1 auf Seite 26) wegen der räumlichen Mittelung über eventuell unterschiedliche Niederschlagszonen (z.B. Kernzone und Randzone einer konvektiven Zelle) eine im Mittel annähernd exponentiell verlaufende Verteilungsfunktion zu finden ist (Joss und Gori, 1978).

Auf analoge Weise können Beziehungen zwischen beliebigen Momenten der Partikelgrößenverteilung hergeleitet werden, die auf Potenzgesetze führen. Auch der Extinktionskoeffizient  $\Lambda$  als Funktion der Reflektivität kann so annähernd als Potenzgesetz beschrieben werden, obwohl dieser kein echtes Moment der Verteilung darstellt.

Bei Radarmessungen im Schnee (nicht schmelzend) sind die Verhältnisse etwas komplizierter, auch wenn die Rayleigh-Approximation gültig ist und von homogener Strahlfüllung ausgegangen wird. Hier muß unter Anderem beachtet werden, daß vom Radar  $Z_e$  und nicht  $Z$  gemessen wird, so daß in die  $Z_e$ - $R$ -Beziehung bei Schnee zusätzlich die geänderten Rückstreuungseigenschaften gegenüber Wasser eingehen. Eine eingehendere Diskussion findet sich beispielsweise im Lehrbuch von Sauvageot (1992).

Nach wie vor stellt ein Potenzansatz für die  $Z$ - $R$ -Beziehung die Grundlage der Berechnung der Niederschlagsrate bei den meisten konventionellen Niederschlagsradargeräten dar, indem damit der vom Radar gemessene, einen Mittelwert über das Pulsvolumen darstellende äquivalente Radarreflektivitätsfaktor  $\langle Z_e^{(R)} \rangle$  in eine Regenrate umgerechnet und als repräsentativ für die senkrechte Projektionsfläche des Pulsvolumens angesehen wird. Implizit nimmt man damit durch die Gleichsetzung von  $Z$  und  $\langle Z_e^{(R)} \rangle$  an, daß die Radarmessung im Regen bei homogener Strahlfüllung stattgefunden hat.

### 3.7. Fehlerquellen bei der Bestimmung der Reflektivität und der Niederschlagsrate

Es ergeben sich eine Fülle von Fehlerquellen bei der Niederschlagsmessung mit Radar (= Interpretation der gemessenen  $\langle Z_e^{(R)} \rangle$ -Werte), die im Folgenden stichwortartig benannt werden. Genauer findet man in der Literatur, teilweise ergeben sie sich auch schon aus dem bisher Gesagten.

#### Fehlerquellen bei der Interpretation von $\langle Z_e^{(R)} \rangle$ :

- Radarkalibrierung
- Dämpfung durch ein verschmutztes oder mit Wasser/ Eis benetztes Radom
- Signale von anderen Streuern als Hydrometeore werden fälschlicherweise als Niederschlag interpretiert (Bodenreflektionen, Flugzeuge, Second-Trip-Echos)
- Extinktion durch Gase, Wolken und Niederschlagsteilchen (letzteres bildet das Thema der vorliegenden Arbeit)
- Nichtgleichmäßige Erfüllung des Pulsvolumens mit Hydrometeoren und dadurch in Verbindung mit der Strahlgewichtsfunktion Ableitung einer falschen mittleren Reflektivität für das Pulsvolumen
- Teilabschattung des Radarstrahls an Hindernissen (z.B. Berge), so daß dahinter weniger Energie zurückreflektiert werden kann, was zu einer Unterschätzung der mittleren Reflektivität im Pulsvolumen führt (englisch: partial beam shielding)
- Stark entfernungsabhängige räumliche Ausdehnung des Pulsvolumens, was mit zunehmender Entfernung zu einer „Verschmierung“ der Niederschlagsechos führt. Dies wiederum zieht, abhängig von der räumlichen Niederschlagsverteilung im Pulsvolumen und der Strahlgewichtsfunktion, einen Fehler in der mittleren Reflektivität nach sich.

#### Weitere Fehlerquellen für die Niederschlagsrate $R$ :

- Da ein Radar lokale Reflektivitäten mittelt und nicht Niederschlagsraten, ergibt sich bei nichtgleichmäßiger Strahlfüllung und/ oder in weiter Entfernung ein systematischer Fehler bei der Ableitung des pulsvolumengemittelten Niederschlags aus dem Radarmeßwert.

- Die Niederschlagsrate wird unter der Annahme geschätzt, es handle sich bei den Streuern um Regentropfen im Rayleigh-Bereich. Trockene Eisteilchen reflektieren bei derselben Niederschlagsrate aber wesentlich weniger Strahlung, was zu einer z.T. drastischen Unterschätzung führt. Schmelzende Partikel verursachen in der Regel den gegenteiligen Effekt (Helles Band). Sind die Partikel zusätzlich noch so groß, daß die Rayleigh-Approximation nicht mehr gilt, dann ergibt sich dadurch eine weitere Fehlerquelle.
- Die Messung erfolgt in größerer Höhe über dem Erdboden (Erdkrümmung), teilweise sogar ausschließlich oberhalb der Schmelzzone. Man ist aber an dem am Boden ankommenden Niederschlag interessiert (Vertikalprofil der Reflektivität).

Die vorliegende Arbeit widmet sich detailliert dem Einfluß der Extinktion an Niederschlagsteilchen auf eine Reflektivitätsmessung bei C-Band-Radargeräten. Alle anderen Fehlerquellen werden nur insofern berücksichtigt, als daß sie einen Einfluß auf die dargestellten Ergebnisse bezüglich der Extinktion haben.



## 4. Möglichkeiten der Extinktionskorrektur

Nach der theoretischen Behandlung des Extinktionseinflusses auf eine Radarmessung in Abschnitt 3.5 stehen in diesem Kapitel die sich daraus ergebenden Möglichkeiten zur Korrektur des Extinktionseffekts bei konventionellen Radargeräten im Vordergrund. Das Problem und die Notwendigkeit der Korrektur wurde schon früh erkannt und behandelt. Eine der ersten Arbeiten auf diesem Gebiet leisteten Hitschfeld und Bordan (1954), siehe in Abschnitt 4.1.1. Trotzdem ist es bis heute nicht gelungen, eine für den operationellen Betrieb geeignete, stabile Korrekturvorschrift für konventionelle Niederschlagsradargeräte zu entwickeln. Auf die möglichen Gründe, die meist in den Originalarbeiten bereits erkannt und auch untersucht worden sind, wird hier ebenfalls kurz eingegangen.

### 4.1. Algorithmen für die Extinktionskorrektur

#### 4.1.1. Methoden für ein einzelnes Radargerät

Ein für den operationellen Einsatz geeigneter Korrektur-Algorithmus muß in der Lage sein, die Unterschätzung von  $Z_e$  aufgrund von Extinktion entlang eines einzelnen Radarstrahls zu korrigieren, ohne dabei über das Ziel hinauszuschießen. In der Literatur werden mehrere Möglichkeiten vorgeschlagen, die aber leider meist nicht die gewünschte Stabilitätseigenschaft haben. An erster Stelle ist der klassische Algorithmus von Hitschfeld und Bordan (1954) zu nennen. Dieser basiert im Prinzip auf einer analytischen Lösung der Integralgleichung (3.33), die in der Originalarbeit aber über den Umweg linearer Werte der Reflektivität mittels einer  $Z$ - $R$ -Beziehung in Form eines Potenzansatzes ( $Z = pR^q$ ,  $p$  und  $q$  konstant) auf eine Gleichung für die Regenrate  $R$  umgeschrieben wurde. Die entsprechende Lösung beschreibt so direkt die extinktionskorrigierte Regenrate. Vorausgesetzt wird hierbei homogene Strahlfüllung bzw. ein infinitesimal kleines Pulsvolumen.

Da die Anwendung einer  $Z$ - $R$ -Beziehung an sich schon eine Interpretation von Radarmesswerten darstellt, erscheint es sinnvoller, Gleichung (3.33) direkt in der Form für lineare Reflektivitäten zu verwenden, ohne auf die Regenrate zu transformieren:

$$Z_e(r) = \frac{Z_a(r)}{C_{kal}} \exp \left( \underbrace{\frac{\ln 10}{10}}_{0.23} \int_0^r k_2(r') dr' \right) . \quad (4.1)$$

$Z_e$  stellt den wahren und  $Z_a$  den gedämpften äquivalenten Radarreflektivitätsfaktor nach der Definition Gleichung (3.28) dar.  $C_{kal}$  vereinigt die Fehler durch falsche Kalibrierung und die Radomdämpfung. Nimmt man an, daß  $k_2$  eine eindeutige Funktion von  $Z_e$  in Form eines Potenzansatzes ist,  $k_2 = aZ_e^b$  ( $a$ ,  $b = \text{const.}$ ), der z.B. in guter Näherung bei einer Marshall-Palmer-Verteilung für Regen gültig ist, dann liefert Logarithmieren und Differenzieren von Gleichung (4.1) eine gewöhnliche Differentialgleichung für  $Z_e$ ,

$$\frac{1}{Z_e} \frac{dZ_e}{dr} - 0.23 a Z_e^b = \frac{1}{Z_a} \frac{dZ_a}{dr} = f(r) . \quad (4.2)$$

In der Originalarbeit von Hitschfeld und Bordan (1954) wurde statt eines Potenzansatzes für die  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung ein Potenzansatz für die  $k_2$ - $R$ -Beziehung verwendet und es ergab sich eine vom Typ her ganz

ähnliche Differentialgleichung für die ungedämpfte Regenrate  $R$ .

Die Substitution  $U = Z_e^{-b}$  führt in Gleichung (4.2) auf eine gewöhnliche lineare inhomogene Differentialgleichung, die mit Standardmethoden gelöst werden kann. Formuliert man die Randbedingungen möglichst allgemein,

$$Z_e(r = r_0) = \frac{Z_a(r = r_0)}{C_{kal} A_0} \quad \text{mit:} \quad A_0 = \exp \left( -0.23 a \int_0^{r_0} Z_a^b(r') dr' \right), \quad (4.3)$$

wobei  $A_0$  die relative Dämpfung bis zur Entfernung  $r_0$  darstellt ( $r_0$  bezeichnet hier ausnahmsweise nicht die Mitte eines Pulsvolumens, sondern eine Bezugsentfernung), dann lautet die Lösung nach Rücksubstitution

$$Z_e(r) = \frac{Z_a(r)}{\left[ (A_0 C_{cal})^b - 0.23 a b \int_{r_0}^r Z_a^b(r') dr' \right]^{1/b}}. \quad (4.4)$$

Wenn  $C_{cal}$  (Kalibrierfehler + Radomdämpfung) und  $A_0$  bekannt sind und  $a$  und  $b$  den tatsächlichen Verhältnissen entsprechen, dann kann die Dämpfungskorrektur anhand dieser Gleichung durchgeführt werden, indem das Integral im Nenner numerisch aus den gemessenen diskreten Reflektivitäten bestimmt wird. Denn wenn alles zusammenpaßt, dann ist der Integralausdruck im Nenner immer kleiner als die Konstante, von der er abgezogen wird. Führt man die Korrektur vom Radarstandort aus durch, dann ist wegen  $r_0 = 0$  auch  $A_0 = 1$ .

Probleme ergeben sich dadurch, daß im operationellen Betrieb der Kalibrierfehler und die Radomdämpfung meist nicht bekannt sind, so daß  $C_{kal} = 1$  gesetzt werden muß. Ist nun das Radar überkalibriert (d.h., der wahre Wert von  $C_{kal}$  ist größer 1, das Radar zeigt zu viel Reflektivität an) und man kann das nicht berücksichtigen, so kann es passieren, daß im Extremfall der Integralausdruck im Nenner von Gleichung (4.4) zu 1 wird und insgesamt der Nenner zu 0, was dann eine unendlich große Korrektur bewirkt. Das liegt daran, daß man das Integral mit einem zu groß gemessenen  $Z_a(r)$  berechnet. Auch bei weniger dramatischer Überkalibrierung wird die Korrektur zu groß ausfallen. Bei einer Unterkalibrierung (wahrer Wert  $C_{kal} < 1$ , aber im Korrekturalgorithmus  $C_{kal} = 1$  berücksichtigt) sind die Verhältnisse umgekehrt und es resultiert eine zu kleine Korrektur. Die Radomdämpfung führt dagegen immer zu einer Verkleinerung der Korrektur.

Um diese Schwierigkeiten zu umgehen, schlagen Hitschfeld und Bordan (1954) vor,  $C_{kal}$  mit Hilfe einer unabhängigen Schätzung von  $Z_e$  bzw.  $R$  in einer gewissen Entfernung (z.B. Regenschirm am Boden in einer Entfernung von mehreren 10 km) zu bestimmen. Sie kommen aber trotzdem zu dem Schluß, daß im Allgemeinen jeder Versuch einer Dämpfungskorrektur nutzlos ist, weil der durch die Korrektur eingeführte Fehler größer sein kann als der ursprüngliche Dämpfungseffekt selbst.

Wie auch schon in der Originalarbeit erkannt, ist die Korrekturvorschrift nach Gleichung (4.4) mit  $A_0 = 1$  und  $C_{cal} = 1$  jedoch auch auf viele andere Fehlerquellen sensitiv, wie z.B. Bodenechos, unpassende Beschreibung der Dämpfung durch die verwendete  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung und statistische Schwankungen des gemessenen Radarsignals (Marshall und Hitschfeld, 1953). Damit eine Korrektur überhaupt erfolgreich sein kann, müssen die verwendeten Parameter  $C_{kal}$ ,  $a$  und  $b$  in engen Grenzen mit den tatsächlichen Werten übereinstimmen. Betrachtet man nur  $C_{kal}$  und setzt  $a$  und  $b$  als richtig voraus, dann ergeben Stabilitätsanalysen (z.B. Hildebrand, 1978), daß  $C_{kal}$  innerhalb von etwa 0.5 dB bekannt sein muß, um eine brauchbare Korrektur zu erhalten. Dies ist in der Praxis nur schwierig, wenn überhaupt zu erreichen. Wenn darüberhinaus die  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung für die jeweiligen Verhältnisse nicht adäquat ist, dann wird die Korrektur noch ungenauer.

Ein anderer Korrekturalgorithmus wird von Hildebrand (1978) angegeben, bei dem die Korrektur in räumlich diskretisierter Weise iterativ durchgeführt wird (Radardaten werden in diskreten Entfernungsschritten aufgezeichnet, die normalerweise der radialen Ausdehnung des Pulsvolumens entsprechen). Dieser Algorithmus findet sich unabhängig davon auch bei Meneghini (1978) und wurde dort ebenfalls gründlich untersucht. Details können den Originalarbeiten entnommen werden. Es zeigt sich, daß dieser Algorithmus gegen exakt dieselbe Lösung konvergiert wie sie von Gleichung (4.4) geliefert wird, wenn man das dort auftretende Integral im Nenner in diskretisierter Form entlang der diskreten Reflektivitätsdaten eines Strahls berechnet. Auch alle Fehlerquellen sind dieselben und wirken sich auf die gleiche Weise aus. Damit erübrigt sich eine eingehendere Diskussion dieses Verfahrens und es wird auf die Originalarbeit verwiesen.

Hildebrand (1978) führte numerische Untersuchungen zur Stabilität seines Dämpfungskorrekturalgorithmus durch. Aus den Ergebnissen kann geschlossen werden, daß es in der Praxis wohl am sinnvollsten ist, die maximale Korrektur auf beispielsweise 10 dB zu begrenzen und/oder die Anzahl der Iterationen a priori zu limitieren, um einer drastischen Überkorrektur vorzubeugen. Hucke (1995) und Delrieu et al. (1999a) kommen in ihren ebenfalls numerisch angelegten Stabilitätsanalysen zu ähnlichen Aussagen. Trotzdem ist das Verfahren bei auftretender starker Dämpfung (z.B. bei konvektiven Systemen) aufgrund der erwähnten Unsicherheiten und Fehlerquellen oft zum Scheitern verurteilt, wie z.B. ein eindringliches Beispiel einer Überkorrektur im C-Band bei Johnson und Brandes (1987) zeigt.

Eine weitaus bessere Möglichkeit bietet sich jedoch dann, wenn es gelingt, die integrierte Dämpfung in der maximal gewünschten Entfernung ( $PIA$  nach Gleichung (3.38) bzw. (3.39)) auf irgendeine Weise unabhängig zu schätzen und dann beispielsweise den Parameter  $a$  bei konstant gehaltenem Exponenten  $b$  so festzulegen, daß die Korrektur nach Gleichung (4.4) bei dieser Entfernung exakt den Wert der extern geschätzten  $PIA$  erreicht. Dieser Weg wird in der Mountain-Return-Technik (Hucke, 1995, Delrieu et al., 1995, Delrieu et al., 1997, Delrieu et al., 1999b) besprochen, wo Bodenechos von umgebenden Bergen dazu benützt werden, die  $PIA$  auf dem Strahlweg bis zum Berg zu bestimmen. Allerdings muß dazu das Rückstreuverhalten des Berges unter trockenen und wasserbenetzten Bedingungen genau bekannt sein und der Berg sollte wegen den Fehlern durch unterschiedliche Strahlausbreitungsbedingungen auch nicht allzu weit entfernt liegen. Außerdem sollte das Gelände so steil sein, daß das Bodenecho nicht über zu viele Radarbins verschmiert wird. In den oben angegebenen Arbeiten wird das Verfahren in der Gegend von Grenoble (Talkessel, umgeben von über 1700 m hohen Bergen) und in Marseille mit X-Band-Geräten für eine maximale Entfernung von etwa 10 km angewendet und liefert gute Ergebnisse. Eine Übertragung auf C-Band dürfte allerdings wegen der wesentlich kleineren Dämpfung schwierig sein: Man braucht vermutlich längere Strahlwege, um die  $PIA$  mit einem akzeptablen Fehler messen zu können, denn die niederschlagsinduzierte  $PIA$  sollte sich deutlich von der Rückstreunsicherheit des Bodenechos abheben. Bei größeren Entfernungen spielen aber wiederum die Fehler durch wechselnde Strahlausbreitungsbedingungen eine Rolle, indem sie die Bodenechos zeitlich variabler werden lassen.

#### 4.1.2. Methoden für zwei Radargeräte mit überlappendem Meßbereich

Hat man Messungen der Reflektivität von zwei verschiedenen Radargeräten am selben Ort (überlappende Meßbereich), sind weitere Korrekturmethode denkbar. Diese werden allgemein als Dual-Radar-Methoden bezeichnet. Kabèche und Testud (1995) schlagen, in Modifikation von Testud und Amayenc (1989), eine elegante, aber sehr aufwendige Methode vor, die dann anwendbar ist, wenn beide Radargeräte dieselbe Sendefrequenz besitzen. Es läßt sich dann eine lineare partielle Differentialgleichung 1. Ordnung für  $Z_e$  formulieren, deren Lösung das „ungedämpfte“  $Z_e$ -Feld darstellt. Als Nebenprodukt sind die Dämpfungskoeffizienten ableitbar. Solche Methoden erfordern keine weitere Annahme über den  $k_2$ - $Z_e$ -Zusammenhang. Kabèche und Testud (1995) verwenden zur Lösung der Differentialgleichung eine Variationsmethode, die eine besondere Berücksichtigung der Stabilität der Lösung hin-

sichtlich benötigter räumlicher Ableitungen des Reflektivitätsfeldes erlaubt. Für Details wird auf die Originalarbeit verwiesen.

Ein Hauptproblem solcher Methoden besteht darin, daß Messungen von zwei Radargeräten am selben Ort zur selben Zeit mit derselben räumlichen Auflösung benötigt werden. Daraus folgt sofort, daß ein Zeitversatz bei den Messungen advektiv korrigiert werden muß, vor allem wenn konvektive Niederschläge mit ihrer hohen zeitlichen und räumlichen Variabilität vorliegen.

Das obige Verfahren wurde von den Autoren bei Flugzeugmessungen mit X-Band-Radargeräten erfolgreich eingesetzt (ein Radar in der Rumpfnase, ein anderes am Heck, seitlich schräger Blickwinkel). Ein eindrucksvolles Beispiel der Vermessung einer konvektiven Squall-Line mit einer Erweiterung der Methode auf vier flugzeuggetragene X-Band-Radargeräte (zwei Flugzeuge) findet sich bei Oury et al. (1999). Bei einer solchen Messung ist sowohl der Zeitversatz in erträglichen Grenzen (wenige 10 s), so daß die angewendete einfache Zeitversatzkorrektur (Gewitterlinie wird mit ihrer mittleren Zuggeschwindigkeit horizontal verlagert, um die Radarmessungen zeitlich zur Übereinstimmung zu bringen) erfolgversprechend ist, und auch die räumliche Auflösung am selben Ort ist nicht allzu verschieden. Bei einer Übertragung auf bodengebundene Messungen dürften diese Probleme allerdings größer sein, zumal oft auch der Überlappungsbereich der Radarmessungen nur relativ eng begrenzt ist. Ein Beispiel eines ähnlichen Dual-Radar-Verfahrens zur Bestimmung von Extinktionskoeffizienten mit einer Anwendung auf bodengebundene Radarmessungen mit jeweils gleicher Wellenlänge findet sich bei Srivastava und Tian (1996) und Tian und Srivastava (1997). Im Unterschied zum Verfahren von Kabèche und Testud (1995) wird hier jedoch eine lineare partielle Differentialgleichung für  $k_2$  und nicht für  $Z_e$  gelöst, wobei keine Korrektur des Zeitversatzes erfolgt.

In dieser Arbeit wird nachfolgend ein einfaches Dual-Radar-Verfahren zur Ableitung von Dämpfungskoeffizienten vorgestellt, bei dem die beiden Radargeräte unterschiedliche Wellenlängen haben sollten und bei einem der beiden die Dämpfung vernachlässigbar sein muß (größere Wellenlänge, z.B. S-Band). Bei dem Verfahren wird ein besonderes Augenmerk auf den Aspekt der im Allgemeinen unterschiedlichen räumlichen Auflösung der Radargeräte und eine sinnvolle advektive Zeitversatzkorrektur gelegt. Näheres hierzu findet sich in Kapitel 6. Angewendet wird das Verfahren auf eine Kombination aus einem C-Band- und einem S-Band-Radar.

Eine ganz simple „klassische“ Methode der Dämpfungsberücksichtigung im operationellen Kontext (Korrektur wäre hier zuviel gesagt) besteht darin, in Kompositbildern von Daten eines Radarmeßnetzes an einem Ort immer das Maximum der von den verschiedenen Radargeräten gelieferten Reflektivitätswerte zu nehmen. Denkbar wäre auch, auf ähnliche Weise bei geometrisch geeigneten Radarstrahlen die  $PIA$  bei der maximalen Entfernung festzulegen, indem das Maximum der von den verschiedenen Radargeräten am selben Ort gemessenen Reflektivitätswerte als ungedämpft angenommen wird. Man könnte dann bei den als gedämpft angesehenen Strahlen der anderen Radargeräte ähnlich wie bei der Mountain-Return-Technik verfahren und bei festgehaltenem  $b$  im  $k_2$ - $Z_e$ -Potenzansatz den Koeffizienten  $a$  so festzulegen, daß die korrigierte Dämpfung die gemessene  $PIA$  am Strahlende reproduziert. Diese Rechnung müßte in den originalen Polarkoordinaten der Radargeräte erfolgen und würde als Ergebnis korrigierte Volumendatensätze liefern.

## 4.2. Offene Fragen im Bereich der C-Band-Dämpfung und deren Korrektur

Verfolgt man das Ziel der Entwicklung einer operationell anwendbaren Methode zur Korrektur der Dämpfung bei C-Band-Radargeräten, wie sie in Europa vorwiegend eingesetzt werden, sind immer noch die „klassischen“ Verfahren gefragt, die auf der Anwendung einer  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung in Form von Potenzgesetzen basieren. In diesem Zusammenhang kann man folgende Fragen aufwerfen:

- Wie groß ist die Dämpfung und die Variabilität der  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung bei verschiedenen Niederschlagsarten? Insbesondere sind hier schmelzender Niederschlag oder gar eine Mischung aus flüssigem und gegebenenfalls schmelzendem Niederschlag interessant, wie man ihn in der Schmelzzone oder bei konvektiven Gewitterzellen über einen größeren Höhenbereich antrifft.
- Welche  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung ist für eine Korrektur praktisch anwendbar und mit welchen Fehlern ist zu rechnen? Gibt es überhaupt eine anwendbare „effektive“  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung?
- Wie groß ist der Fehler durch Dämpfung auf die mit einem Radar gemessene Niederschlagssumme im langzeitlichen Mittel und würde sich der Aufwand und das Risiko einer Korrektur lohnen?

Die erste und zweite Frage werden zuerst mit theoretischen Methoden in Kapitel 5 behandelt, bevor angesichts der in der Theorie nötigen vielen Annahmen der Versuch unternommen wird, die Fragen mittels der Auswertung von Messungen in Kapitel 7 anzugehen. Die dritte Frage wird ebenfalls anhand der in Kapitel 7 verwendeten Meßdaten behandelt (Abschnitt 7.7).



## 5. Theoretische Berechnung von Reflektivität und Extinktionskoeffizient

Eine der offenen Fragen im Bereich der C-Band-Dämpfung, die in Abschnitt 4.2 gestellt worden ist, ist die nach der natürlichen Variabilität des Zusammenhangs zwischen dem äquivalenten Radarreflektivitätsfaktor  $Z_e$  und dem Zweiweg-Dämpfungskoeffizienten  $k_2$ , der die Basis für die klassischen iterativen Korrekturalgorithmen in Abschnitt 4.1 bildet. Meist wird dort ein mittlerer Zusammenhang für Regen in Form eines nichtlinearen Potenzansatzes  $k_2 = aZ_e^b$  ( $a, b$  sind Konstanten) verwendet, der auf einer Annahme über das Tropfenspektrum (z.B. der Marshall-Palmer-Verteilung Gleichung (2.7) oder der Verteilung nach Sekhon und Srivastava (1971), Gleichung (2.9)) basiert. Nun ist bekannt, daß solche Korrekturalgorithmen Fehler exponentiell verstärken (sie sind instabil, siehe Abschnitt 4.1.1), so daß neben anderen Effekten Abweichungen der "wahren"  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung von der verwendeten Modellbeziehung als eine mögliche Fehlerquelle betrachtet werden müssen. Diese Abweichungen (Variabilität) kommen sowohl durch die Abweichung der momentanen wahren Größenverteilungsfunktion vom angenommenen Modell (z.B. Marshall-Palmer-Verteilung) als auch durch die Anwesenheit von (ggf. schmelzenden) Eisteilchen zustande. Eisförmiger Niederschlag, den man grob nach Hagel, Graupel und Schnee unterteilen kann, zeigt aufgrund von unterschiedlichen Streueigenschaften hinsichtlich der  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung ein anderes Verhalten als Regen. Aber auch andere Faktoren wie z.B. eine nichtgleichmäßige Strahlfüllung oder die Temperaturabhängigkeit des Brechungsindex von Eis und Wasser können hier eine Rolle spielen. In diesem Kapitel soll die Variabilität der  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung im Hinblick auf in der Natur zu erwartende Niederschlagsverhältnisse anhand einer numerischen Sensitivitätsstudie unter Anwendung theoretischer Methoden untersucht werden, wobei nichtgleichmäßige Strahlfüllung zunächst unberücksichtigt bleibt.

Bevor in den Abschnitten 5.4.1 bis 5.4.8 auf die konkreten Verhältnisse bei verschiedenen Niederschlagsarten detailliert eingegangen wird, müssen noch die für die Berechnung der Streuparameter  $\sigma_b$  und  $\sigma_{ext}$  wichtigen Grundlagen abgehandelt werden, was in den Abschnitten 5.2 bis 5.3 geschieht. Zu allererst soll jedoch die bei der Sensitivitätsstudie angewendete Methodik eingeführt und diskutiert werden, was direkt im Anschluß in Abschnitt 5.1 geschieht.

Abschnitt 5.5 schließlich bietet eine kurze Zusammenfassung der Ergebnisse für die untersuchten Niederschlagsarten, und zur Abrundung widmet sich Abschnitt 5.6 noch dem Problem der nichtgleichmäßigen Strahlfüllung.

### 5.1. Methodik und Diskussion der folgenden Sensitivitätsstudie

Bei einer Radarmessung ist der Effektivwert  $k_{2,eff}$  (siehe Abschnitt 3.5) für die Beschreibung des Extinktionseinflusses auf den pulsvolumen- und ensembledemittelten Meßwert  $\langle Z_e^{(R)} \rangle$  (siehe Abschnitt 3.4) maßgeblich. Diese beiden Größen stimmen nur bei gleichmäßiger Strahlfüllung mit den lokal gültigen Größen  $k_2$  und  $Z_e$  überein. Eine detaillierte Berechnung von  $k_{2,eff}$  und  $\langle Z_e^{(R)} \rangle$  nach Gleichung (3.37) auf Seite 33 bzw. Gleichung (3.27) auf Seite 30 erfordert neben der „sinnvollen“ Vorgabe von Partikelart und -größenverteilungsfunktion auch die Vorgabe von deren räumlicher Variation. Dies erhöht die Zahl der Freiheitsgrade bei der im Folgenden diskutierten Sensitivitätsstudie in einer Weise, daß von einer derartigen Berechnung abgesehen wird. Wir beschränken uns auf die lokalen Parameter  $k_2$

nach Gleichung (3.32) auf Seite 32 und  $Z_e$  nach Gleichung (3.21) auf Seite 28 in Verbindung mit Gleichung (3.11).

Der in Gleichung (3.32) benutzte Ansatz für die Beschreibung von  $k_2$  beruht auf der Annahme, daß man durch einfache Summierung der Extinktionsquerschnitte eines nicht allzu dicht gepackten Niederschlagspartikelensembles in einem von Strahlung durchsetzten Volumen zu einer adäquaten Beschreibung der von einem Radar gemessenen lokalen Intensitätsabschwächung der Strahlung gelangt. Das stellt eine weitreichende Vereinfachung der exakten Strahlungsübertragungsgleichung dar, deren Voraussetzungen an dieser Stelle nicht weiter diskutiert werden. Wie schon in Abschnitt 3.3.1 angesprochen, vernachlässigt man damit alle Effekte durch Mehrfachstreuung, d.h. den Effekt, daß ein geringer Teil der von den einzelnen Partikeln seitwärts gestreuten Leistung über den Umweg anderer Streuteilchen wieder in die Vorwärtsrichtung gelangen muß, was zu einer Verminderung des Extinktionseffekts führt. Für gewöhnlich sind die von einzelnen Hydrometeoren seitwärts gestreuten Beiträge aber sehr klein gegen die einfallende Leistungsdichte der Radarstrahlung, so daß nach dem Umweg über weitere benachbarte Streupartikel in Vorwärtsrichtung davon nicht viel übrigbleibt — zumal die mittleren Abstände der Streuer i.A. groß gegen ihren Durchmesser und auch größer als die Wellenlänge der Radarstrahlung sind. Man kann deshalb von einem „dünn besetzten“ Volumen sprechen.

Im Zusammenhang der Nutzung von Gleichung (3.33) als Grundlage für die in der Literatur vorgeschlagenen Dämpfungskorrekturalgorithmen für konventionelle Radargeräte (siehe Kapitel 4) ist die Kenntnis des Zusammenhangs zwischen  $k_2$  und  $Z_e$  bzw.  $\zeta_e$  wichtig. Gemeinhin werden hierfür angenähert gültige Potenzgesetze der Form  $k_2 = aZ_e^b$  verwendet, die, wie früher schon erwähnt, nur unter restriktiven Annahmen z.B. hinsichtlich der Partikelspektren gültig sind. In der Natur sind diese Annahmen jedoch meist nicht erfüllt, deshalb muß erwartet werden, daß die auftretenden  $k_2$ -Werte bei gleichem  $Z_e$  innerhalb einer gewissen Bandbreite mehr oder weniger stark streuen, was zu großen Problemen hinsichtlich der Stabilität der Dämpfungskorrekturalgorithmen führt.

In diesem Kapitel wird jene Bandbreite der  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung anhand der lokalen theoretischen Beschreibung von  $k_2$  nach Gleichung (3.32) und derjenigen von  $Z_e$  nach Gleichung (3.21) und Gleichung (3.11) in einer Sensitivitätsstudie durch Berechnung von vielen  $k_2$ - $Z_e$ -Wertepaaren bei Vorgabe unterschiedlicher Randbedingungen untersucht, wobei die die Berechnung nach den Formeln

$$k_2 = \frac{20}{\ln 10} \int_{D_{min}}^{D_{max}} \sigma_{ext}(D_k) N(D_k) dD_k \quad (5.1)$$

$$Z_e = \frac{\lambda_0^4}{\pi^5 |K_w|^2} \int_{D_{min}}^{D_{max}} \sigma_b(D_k) N(D_k) dD_k \quad (5.2)$$

erfolgt und die Parameter Temperatur, Partikelart (Regen, Hagel, Graupel, Schnee, ggf. auch schmelzend), Partikelgrößenverteilung  $N(D)$  und die Radarwellenlänge variiert werden. Anders ausgedrückt werden  $k_2$  und  $Z_e$  für jedes Spektrum eines ganzen Spektrenensembles berechnet. Der Begriff der Sensitivität wird dann als Bandbreite der vorkommenden  $k_2$ -Werte bei gleichem  $Z_e$  und festgehaltenen anderen Ensembleparametern interpretiert. Das Hauptaugenmerk liegt hierbei auf den Verhältnissen bei C-Band-Radargeräten mit einer Wellenlänge von  $\lambda_0 = 5.5$  cm, wie sie in Europa hauptsächlich eingesetzt werden. Im Hinblick auf die später in dieser Arbeit dargestellte Ableitung von C-Band-Extinktionsparametern mit Hilfe einer Dual-Radar-Methode, bei der ein S-Band-Radar als Referenzmeßgerät dient, erfolgt die Betrachtung auch für dessen Wellenlänge von  $\lambda_0 = 10.7$  cm. Die Darstellung der Ergebnisse für C-Band ist aber generell ausführlicher gehalten.

Die Berechnung des Rückstreuquerschnitts  $\sigma_b$  und des Extinktionsquerschnitts  $\sigma_{ext}$  erfolgt dabei unter Verwendung der Mie-Theorie für Streukörper in Form von einfachen oder zweischaligen Kugeln (da-

zu später mehr), wobei wiederum die Wellenlänge  $\lambda_0$  wichtig ist. Die Temperaturabhängigkeit kommt über den in  $\sigma_b$  und  $\sigma_{ext}$  enthaltenen komplexen Brechungsindex  $m$  der Streupartikel zustande (auch wiederum von  $\lambda_0$  abhängig). Dieser prägt entscheidend das Rückstreuverhalten bei gegebener Form und Größe eines Teilchens, wie in den folgenden Abschnitten noch deutlich werden wird. Eine kurze allgemeine Einführung über Wellenausbreitung und komplexen Brechungsindex findet sich in Anhang A. Dort werden auch die nötigen Konventionen bei der Beschreibung elektromagnetischer Wellen in dieser Arbeit festgelegt. Auf den (temperaturabhängigen) Brechungsindex der im Zusammenhang mit Niederschlagsteilchen wichtigen Materialien Wasser und Eis sowie auf die entsprechenden Effektivwerte bei Eis-Wasser-Luft-Gemischen (z.B. schmelzende Schneeflocken) wird in Abschnitt 5.3 noch näher eingegangen.

In den Gleichungen (5.1) und (5.2) werden die Integrationsgrenzen bezüglich der Größenvariable  $D_k$  im Gegensatz zu den ursprünglichen Definitionsgleichungen nicht von 0 bis  $\infty$  geführt, sondern von einem jeweils vorzugebenden  $D_{min}$  bis  $D_{max}$ . Dies hat seinen Grund darin, daß für die theoretische Beschreibung der Partikelspektren  $N(D)$  die Gamma-Verteilung (Ansatz (2.11) auf Seite 12) als Modellfunktion gewählt wird, und zwar für alle Niederschlagsarten; hier nun kommt die Trunkierung der Spektren bei  $D_{max}$  zum Tragen, vor allem bei Regen: Der maximal vorkommende Durchmesser von Regentropfen wird durch deren spontanes oder stoßinduziertes Zerplatzen (englisch: breakup) begrenzt. Nach experimentellen Befunden werden Tropfen mit einem volumenäquivalenten Durchmesser von mehr als etwa 6 mm beim Fallen durch leeseitige periodische Wirbelablösungen so sehr zu Schwingungen angeregt, daß sie recht schnell zerplatzen, was man als spontanes Zerplatzen (englisch: spontaneous breakup) bezeichnet. Die Kollision von zwei Tropfen kann ebenfalls zum Zerplatzen des kurzzeitig existierenden Vereinigungstropfens führen, wenn der relative Stoßimpuls nicht durch die Oberflächenspannung kompensiert werden kann (englisch: collision induced breakup). Dann entstehen unter Umständen eine ganze Reihe von kleineren Zerfallstropfen, die wiederum die Anzahl der kleinen Tropfen im Spektrum erhöhen. Modelliert man die Regentropfengrößenverteilung aber beispielsweise durch eine Gammafunktion oder eine einfachere Exponentialfunktion (Ansatz (2.6) mit zwei freien Parametern  $N_0$  und  $\lambda$ ), dann enthält dieser Ansatz auch eine signifikante Anzahl von größeren Tropfen als  $D = 6$  mm. Diese würden unter Umständen bei der Berechnung von höheren Momenten einen nicht mehr zu vernachlässigenden Beitrag liefern, wenn man den Integrationsbereich bis  $D \rightarrow \infty$  ausdehnt. Deshalb erscheint ein physikalisch sinnvolles „Abschneiden“ der theoretischen Verteilungsfunktion wichtig, damit man nicht durch fälschliche Berücksichtigung zu großer Tropfen zu verfälschten Ergebnissen gelangt. Es ist zu erwarten, daß der maximal zugelassene Durchmesser  $D_{max}$  einen Einfluß auf die simulierte  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung hat.

Zu erwähnen ist noch, daß  $D_k$  in den Gleichungen (5.1) und (5.2) jeweils den Außendurchmesser der als kugelförmig angenommenen Partikel darstellt. Die beteiligten Integrale werden mittels der Simpson-Regel auf einem regelmäßigen, sehr fein aufgelösten  $D_k$ -Gitter bestimmt. Die gewählten  $D_{min}$  und  $D_{max}$  werden in den folgenden Abschnitten jeweils angegeben. Bei Graupel und Schnee bezieht sich der Außendurchmesser  $D_k$  auf den ungeschmolzenen Zustand und wird in den entsprechenden Abschnitten im Folgenden mit  $D_g$  bzw.  $D_s$  bezeichnet.  $D$  hingegen bezeichnet den wasseräquivalenten Kugeldurchmesser nach Gleichung (2.1), der nur bei Regentropfen mit  $D_k$  übereinstimmt.

Weitere kritische Größen sind neben der Größenverteilungsfunktion der Hydrometeore deren Rückstreu- und Extinktionsquerschnitt. Im Folgenden werden die Hydrometeorotypen Regen, Hagel, Graupel, Schnee und schmelzende Partikel jeweils durch Kugeln (ggf. auch zweischalig) beschrieben, so daß die klassische Streutheorie nach Mie (1908) anwendbar ist. Vor allem die eisförmigen und schmelzenden Partikel haben in der Realität zwar weit kompliziertere Formen, aber diese sind oft nur mit einem sehr hohen mathematischen Aufwand behandelbar, was den Rahmen dieser Arbeit überschreiten würde. In den folgenden Abschnitten dieses Kapitels wird die Berechnung der entsprechenden Streuquerschnitte beschrieben sowie der in diesem Zusammenhang auftretende komplexe Brechungs-

index für Wasser und Eis als Funktion der Temperatur und dessen Effektivwert bei Partikeln, die aus einer Mischung von Wasser, Eis und Luft bestehen.

In der Literatur wird als Kompromiß für die Form von Hydrometeoren oft, anstelle der einfachen Kugel, das Modell des oblaten Sphäroids für die Form von Eisteilchen verwendet. Das Streuverhalten eines solchen Partikels unterscheidet sich von dem einer volumengleichen Kugel immer mehr, je abgeplatteter das Teilchen ist. Eine Übersicht über die zur Verfügung stehenden mathematischen Methoden findet sich z.B. in Holt (1982) oder in Oguchi (1983). Jedoch ist der mathematische Aufwand im Vergleich zur Kugel erheblich größer, da neben einem Größenparameter auch das Hauptachsenverhältnis und die Orientierung der Hauptachse relativ zu Ausbreitungsrichtung und Polarisation der Radarstrahlung vorgegeben werden müssen und nicht zuletzt die mathematischen und numerischen Verfahren viel aufwendiger sind.

Im Hinblick auf die Sensitivitätsstudie wird angenommen, daß zwar vermutlich die Absolutwerte von  $Z_e$  und den Extinktionsparametern nicht genau stimmen, wenn man mit Kugeln anstatt komplizierteren Formen rechnet, aber daß die Sensitivitäten trotzdem qualitativ richtig erfaßt werden, zumal im Endprodukt nicht die Streuung an den einzelnen Partikeln wichtig ist, sondern die Summe über sehr viele unterschiedlich große Teilchen. Letztenendes ist zu erwarten, daß gerade bei großen, evtl. schmelzenden Schneeflocken das oblate Sphäroid zwar eine bessere Näherung als eine Kugel darstellt, aber daß trotzdem die Unsicherheiten aufgrund der tatsächlichen Form und des effektiven Brechungsindex (dieser hängt von der räumlichen Verteilung von Wasser, Eis und Luft innerhalb des Teilchenvolumens ab) relativ groß sind, weshalb der erhöhte mathematische Aufwand des Sphäroidmodells in dieser Arbeit nicht betrieben wird. Zudem bewegen sich bei den hier betrachteten Wellenlängen (minimal 5 cm) die Größen der Hydrometeore in einem Bereich, wo erst bei größeren Abweichungen von der Kugelform signifikante Fehler erwartet werden können (Schneeflocken sind hier zwar problematisch, werden aber dennoch als Kugeln behandelt).

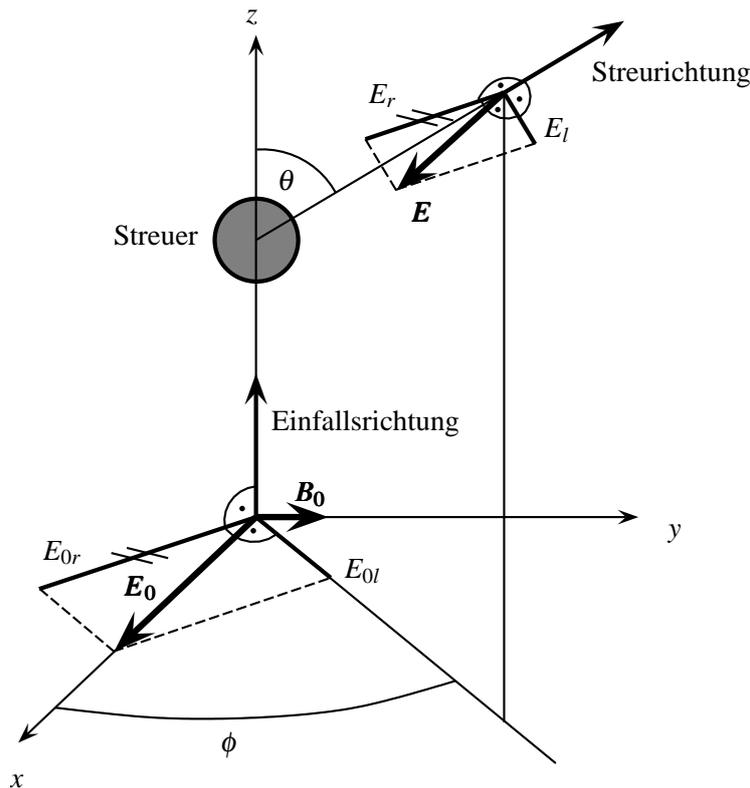
In Gleichung (5.1) und Gleichung (5.2) wird ein eindeutiger Zusammenhang zwischen den Streuquerschnitten und dem Größenparameter gefordert. Während dies für Regen und Hagel in guter Näherung erfüllt ist, dürfte es in der Natur bei Schnee und Graupel im Allgemeinen nicht mehr gelten. Bei gleichem Durchmesser kann hier die Dichte der einzelnen Partikel im Pulsvolumen in weiten Grenzen variieren, so daß sich jeweils unterschiedliche Streuquerschnitte bei gleichem  $D$  ergeben. Um die Gleichungen (5.1) und (5.2) dennoch anwenden zu können, wurde für die Schnee- und Graupelpartikel jeweils ein Form- und Dichtemodell so gewählt, daß sich ein eindeutiger Zusammenhang ergibt. Diese Annahme bzw. Einschränkung führt dazu, daß man die so bestimmte  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung nicht quantitativ auf tatsächliche einzelne Schnee- oder Graupelereignisse anwenden kann. Die Beziehung ist vielmehr in beiden Fällen als eine mögliche Realisierung einer großen natürlichen Vielfalt anzusehen. Die daraus abgeleiteten Sensitivitäten dürften jedoch aussagekräftig sein; es ist anzunehmen, daß die natürlichen Bandbreiten wegen der obigen Einschränkung eher noch größer ausfallen.

Wir wenden uns nun allgemein der Streuung an einem kugelförmigen Einzelteilchen (Mie-Streuung) inklusive dem erweiterten Modell der zweischaligen Kugel zu, bevor nach einer Diskussion des komplexen Brechungsindex für Hydrometeore auf die konkrete Sensitivitätsstudie für die Niederschlagsarten Regen, Hagel, Graupel und Schnee eingegangen wird.

## 5.2. Streuung an einem einzelnen kugelförmigen Partikel

### 5.2.1. Allgemeine Begriffe und Definitionen

Die Streuung von Mikrowellen an Hydrometeoren ist frequenztreu (z.B. Kyle (1991)), da die Photonenenergie in diesem Frequenzbereich zu niedrig für die Anregung von Quantenzuständen der Wasser- bzw. Eismoleküle ist, so daß hier kein Raman-Effekt auftritt. Eine solche Art der Streuung wird durch



**Abb. 5.1.:** Zur Definition der Streuebene und der Winkel  $\phi$  und  $\theta$  in der Streumatrix. Die einfallende Welle ( $\mathbf{E}_0$  und  $\mathbf{B}_0$ ) pflanzt sich in  $z$ -Richtung fort. Die Streuebene enthält die  $z$ -Achse und bildet mit der  $x$ - $z$ -Ebene den Winkel  $\phi$ .  $E_l$  und  $E_r$  sind die Komponenten des streurichtungs-senkrechten Anteils des  $\mathbf{E}$ -Feldes der gestreuten Welle, wobei  $E_l$  in der Streuebene liegt und  $E_r$  senkrecht dazu.  $E_{0l}$  und  $E_{0r}$  sind die Komponenten des einfallenden  $\mathbf{E}$ -Feldes in bzw. senkrecht zur Streuebene.

Wellenlösungen der klassischen Maxwell-Gleichungen richtig beschrieben, die an der Grenzfläche zwischen Medium und Streuer gewisse Randbedingungen erfüllen (Kontinuität der Tangentialkomponenten von  $\mathbf{E}$ - und  $\mathbf{H}$ -Feld, unter der Annahme, daß keine Oberflächenströme fließen; siehe z.B. Kerker, 1969, Seite 10, oder Bohren und Huffman, 1983, Seite 59 ff.). Der Streuvorgang in weiter Entfernung vom Radar kann in sehr guter Näherung als Streuung einer linear polarisierten homogenen ebenen Welle beschrieben werden, da die lokale Krümmung der Phasenflächen im Fernfeld der Antenne gerade dem inversen Abstand zum Radar entspricht und sehr klein ist. In der näheren Umgebung des Streuers macht sich außerdem die Variation der Strahlungsintensität (Energieverteilung in der Hauptkeule) nicht bemerkbar, da die laterale Ausdehnung des Strahlquerschnitts sehr groß gegen den Teilchendurchmesser ist. Dieses recht allgemein formulierte Streuproblem wird in der Literatur sehr ausführlich behandelt, weil es in vielen natur- und ingenieurwissenschaftlichen Gebieten von großer Bedeutung ist. Eine eingehende Behandlung, teilweise mit speziellem Bezug auf die Radarmeteorologie, findet sich z.B. in den Lehrbüchern von van de Hulst (1957), Kerker (1969), Ulaby et al. (1981a) oder Bohren und Huffman (1983). Auch natürliches unpolarisiertes Licht kann als Überlagerung unendlich vieler linear polarisierter Teilwellen mit gleichverteilter Polarisationsrichtung beschrieben werden, so daß die im Folgenden dargestellten Ergebnisse für linear polarisiertes Licht auch dort anwendbar sind.

Nimmt man weiter an, daß sich das gestreute Licht in weiter Entfernung vom Streuer wie eine Kugelwelle verhält (Welle ist transversal und breitet sich radialsymmetrisch aus, Amplitude  $\sim 1/r$ ), jedoch mit richtungsabhängiger  $\mathbf{E}$ -Feld-Amplitude, so kann der Zusammenhang des einfallenden und gestreu-

ten  $\mathbf{E}$ -Feldes aufgrund der Linearität der Maxwell-Gleichungen (siehe z.B. in Anhang A.1) durch die folgende lineare Transformation beschrieben werden, die die zur Einfallsbzw. Streurichtung senkrechten Komponenten des einfallenden (Index „0“) und gestreuten  $\mathbf{E}$ -Feldes in Beziehung setzt:

$$\begin{pmatrix} E_l \\ E_r \end{pmatrix} = \frac{e^{i(kz - kr)}}{ikr} \begin{pmatrix} S_2(\phi, \theta) & S_3(\phi, \theta) \\ S_4(\phi, \theta) & S_1(\phi, \theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{0l} \\ E_{0r} \end{pmatrix} . \quad (5.3)$$

$k$  ist die Wellenzahl im Medium außerhalb des Streuers,  $z$  bezeichnet die Entfernung vom Streuer in die Vorwärtsrichtung und  $r$  diejenige in Streurichtung. Die aus den sogenannten Streufunktionen  $S_1$  bis  $S_4$  gebildete Matrix bezeichnet man als Streumatrix. Die verwendeten  $\mathbf{E}$ -Feldkomponenten parallel und senkrecht zur Streuebene (Index „l“ und „r“) sind zusammen mit den Streuwinkeln in Abbildung 5.1 dargestellt und entsprechen dem in der Literatur verwendeten Standard. Die sogenannte Streuebene wird dabei von der Einfallsbzw. Streurichtung und der jeweils betrachteten Streurichtung  $(\phi, \theta)$  aufgespannt. Dieser Ansatz berücksichtigt keine Radialkomponente, ist aber für unsere Zwecke ausreichend — bei der unten angeführten Streuung an einer Kugel geht die Radialkomponente des gestreuten Lichts mit wachsender Entfernung viel schneller gegen null als die Tangentialkomponenten. Man spricht von der sogenannten Fernfeldnäherung. Der Vorfaktor  $\exp(i(kz - kr))$  im Ansatz (5.3) ist übrigens so gewählt, daß sich bei Einsetzen von komplexen Wellenansätzen für  $E_l$  und  $E_r$  bzw.  $E_{0l}$  und  $E_{0r}$  die Phasenterme vollständig kürzen und nur noch die Amplituden übrigbleiben. Die Streufunktionen beschreiben somit eine reine Amplitudentransformation inklusive einer eventuellen Phasenverschiebung, wenn sie komplex sind.

Die Komponenten  $S_1(\phi, \theta)$  bis  $S_4(\phi, \theta)$  beschreiben den Zusammenhang zwischen einfallender und gestreuter Welle in Abhängigkeit der Richtung in weiter Entfernung vom Streuer vollständig und werden von der Form des Streuers und dessen Brechungsindex eindeutig festgelegt. Da sie die relative Änderung der  $\mathbf{E}$ -Feldamplitude bei der Streuung beschreiben, nennt man sie auch Amplitudenfunktionen. Die für diese Arbeit benötigten Extinktions- und Rückstreuquerschnitte können daraus direkt abgeleitet werden.

### 5.2.2. Streufunktionen für eine Kugel

Im Falle einer Kugel sind die Streufunktionen  $S_3 = S_4 = 0$ , und  $S_1$  und  $S_2$  hängen aus Symmetriegründen nur vom Winkel  $\theta$  ab (siehe z.B. in van de Hulst, 1957). Diese Amplitudenfunktionen lassen sich, wie für einige andere regelmäßige Teilchenformen auch (Sphäroide, unendlich lange Zylinder), analytisch als Lösungen der Maxwell-Gleichungen mit den oben erwähnten Randbedingungen finden. Dabei nützt man die Tatsache aus, daß es jeweils ein Koordinatensystem gibt, bei dem die Körperoberfläche eine Koordinatenfläche darstellt und bei dem die Maxwell-Gleichungen entkoppelt sind.

Auf diese Art hat Mie (1908) die Lösung für eine an einer Kugel gestreute homogene linear polarisierte ebene Welle berechnet, die später immer wieder auch von anderen Autoren auf andere Weise erhalten wurde. Gute Darstellungen findet man z.B. in van de Hulst (1957), Kerker (1969) oder in Bohren und Huffman (1983). Diesen Streuprozess bezeichnet man als Mie-Streuung. Dabei beschreibt die Mie-Lösung das gesamte Wellenfeld innerhalb und außerhalb des Streupartikels. Für die Amplitudenfunktionen des rein kugelwellenartigen Streuanteils (Transversalkomponenten) ergeben sich in großer Entfernung vom Streuer die folgenden Reihendarstellungen

$$S_1(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \{a_n \pi_n(\cos \theta) + b_n \tau_n(\cos \theta)\} \quad (5.4)$$

$$S_2(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \{b_n \pi_n(\cos \theta) + a_n \tau_n(\cos \theta)\} . \quad (5.5)$$

Die Koeffizienten  $a_n$  und  $b_n$  sind gegeben durch

$$a_n = \frac{\psi'_n(y) \psi_n(x) - m \psi_n(y) \psi'_n(x)}{\psi'_n(y) \zeta_n(x) - m \psi_n(y) \zeta'_n(x)} \quad (5.6)$$

$$b_n = \frac{m \psi'_n(y) \psi_n(x) - \psi_n(y) \psi'_n(x)}{m \psi'_n(y) \zeta_n(x) - \psi_n(y) \zeta'_n(x)} \quad , \quad (5.7)$$

wobei die relative Permeabilität  $\mu$  von Streuer und Umgebung als gleich vorausgesetzt worden sind. Mit einem Strich sind die Ableitungen nach dem jeweiligen Argument gemeint. Die Größen  $x$  und  $y$  sind definiert als

$$x = \frac{\pi D m_0}{\lambda_0} \quad (\text{reell}), \quad y = \frac{m}{m_0} x \quad (\text{komplex}) \quad , \quad (5.8)$$

wobei  $D$  den Kugeldurchmesser,  $m$  den komplexen Brechungsindex des Kugelmaterials und  $m_0$  den als reell angenommenen Brechungsindex der Umgebung (keine Absorption) darstellt. Den Größenparameter  $x$  bezeichnet man auch als Mie-Parameter. Er tritt als Ähnlichkeitszahl in Erscheinung in dem Sinne, daß alle Streuvorgänge an Kugeln mit demselben  $x$  durch dieselben Streufunktionen  $S_1$  und  $S_2$  beschrieben werden. Sei  $z \in \mathbb{C}$  und  $n \in \mathbb{N}$ , dann gilt

$$\psi_n(z) = z j_n(z) = \sqrt{\frac{\pi z}{2}} J_{n+1/2}(z) \quad (5.9)$$

$$\chi_n(z) = -z n_n(z) = -\sqrt{\frac{\pi z}{2}} N_{n+1/2}(z) \quad (5.10)$$

$$\zeta_n(z) = \psi_n(z) + i \chi_n(z) \quad (5.11)$$

Dies sind die Riccati-Bessel-Funktionen mit komplexem Argument, die ihrerseits aus den sphärischen Besselfunktionen  $j_n$  (1. Art) und  $n_n$  (2. Art) zusammengesetzt sind.  $J_{n+1/2}$  und  $N_{n+1/2}$  stellen die Besselfunktionen 1. Art bzw. 2. Art von halbzahlgiger Ordnung dar. Näheres zu diesen Funktionen findet sich z.B. in Bronstein und Semendjajew (1991). Für die Besselfunktionen gelten gewissen Rekursionsformeln bezüglich der Ordnung  $n$ , die eine effiziente Berechnung — auch mit komplexem Argument — gestatten (siehe z.B. Press et al., 2001). Man erkennt, daß  $a_n$  und  $b_n$  nur von der Wellenlänge, vom Kugeldurchmesser und von den Brechungsindices abhängen.

Die Richtungsabhängigkeit steckt gänzlich in den Funktionen  $\pi_n$  und  $\tau_n$ . Diese leiten sich aus den beigeordneten Legendre-Polynomen 1. Art ( $P_n^1$ ) im Argument  $\cos \theta$  ab,

$$\pi_n(\cos \theta) = \frac{P_n^1(\cos \theta)}{\sin \theta} \quad (5.12)$$

$$\tau_n(\cos \theta) = \frac{dP_n^1(\cos \theta)}{d\theta} \quad (5.13)$$

und können ebenfalls mit einer Rekursionsvorschrift berechnet werden (Bohren und Huffman, 1983), die sich wiederum aus Rekursionsvorschriften für die Legendrepolynome (z.B. Bronstein und Semendjajew, 1991) ableiten lassen

$$\pi_0 = 0, \quad \pi_1 = 1, \quad \pi_n = \frac{2n-1}{n-1} \cos \theta \pi_{n-1} - \frac{n}{n-1} \pi_{n-2} \quad (5.14)$$

$$\tau_0 = 0, \quad \tau_1 = \cos \theta, \quad \tau_n = n \cos \theta \pi_n - (n+1) \pi_{n-1} \quad . \quad (5.15)$$

Zur Erinnerung:  $\theta$  ist der in Abbildung 5.1 definierte Zenitwinkel relativ zur Vorwärtsstreuichtung.

Die obigen Formeln für  $a_n$  und  $b_n$  gelten für einen Zeitfaktor  $\exp(i\omega t)$  bei der Lösung der Maxwell-Gleichungen, so daß der komplexe Brechungsindex konventionsgemäß mit negativem Imaginärteil formuliert werden muß (siehe dazu auch Anhang A). Dies entspricht der Konvention in van de Hulst (1957) und Kerker (1969). Bei Bohren und Huffman (1983) hingegen wird der Zeitfaktor  $\exp(-i\omega t)$  gewählt. Zum einen muß in diesem Falle der Imaginärteil des Brechungsindex positiv sein und zum anderen die Funktion  $\zeta_n$  (Gleichung (5.11)) als  $\zeta_n = \psi_n - i\chi_n$  definiert werden, damit die Formeln für die Koeffizienten  $a_n$  und  $b_n$  dieselben bleiben.

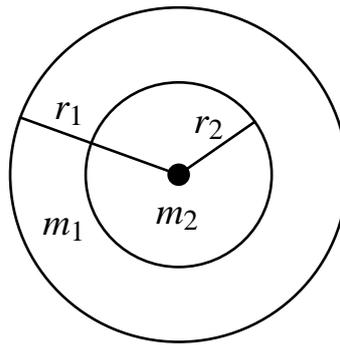
Für die praktische Berechnung bieten sich Rekursionsformeln für die Streukoeffizienten  $a_n$  und  $b_n$  an, die Deirmendjian (1969) durch konsequente Anwendung der Rekursionsformeln für die Besselfunktionen in Gleichung (5.6) und (5.7) entwickelt hat. Weit verbreitet ist ein Code, der im Anhang bei Bohren und Huffman (1983) angegeben wird und ebenfalls Rekursionsformeln geschickt ausnützt. Bei deren Anwendung ist wiederum die Konvention des Brechungsindex mit positivem Imaginärteil zu beachten.

In dieser Arbeit werden jedoch die Streufunktionen  $S_1$  und  $S_2$  direkt mittels der obigen konvergenten Reihenentwicklung berechnet, indem so lange aufsummiert wird, bis sich der Betrag der komplexen Streufunktionen nicht mehr wesentlich ändert. Dies hat sich für große Mie-Parameter als numerisch etwas stabiler erwiesen als die Anwendung von Rekursionsformeln, wobei der Grund für dieses Verhalten aber nicht weiter untersucht wurde.

### 5.2.3. Streufunktionen für eine zweischalige Kugel

Für manche komplizierteren Hydrometeorarten kann das Modell eines zweischaligen Kugelkörpers als eine bessere Näherung betrachtet werden als das einer einfachen Kugel (z.B. schmelzender Hagel). Dabei umgibt eine Kugelschale eines Materials mit Brechungsindex  $m_1$  und Radius  $r_1$  einen runden Kern mit  $m_2$  und kleinerem Radius  $r_2$  (siehe Abbildung 5.2). Dieser Körper befindet sich in einem Medium mit Brechungsindex  $m_0$  (hier der Einfachheit halber als nicht absorbierend angenommen —  $m_0 \in \mathbb{R}$ ). Kerker (1969) gibt die Lösung dieses Mie-Problems an. Die Streufunktionen  $S_1$  und  $S_2$  sind dabei formal identisch mit Gleichung (5.4) und (5.5), die Streukoeffizienten  $a_n$  und  $b_n$  unterscheiden sich jedoch von denen für eine gewöhnliche Kugel:

$$a_n = \frac{\left( \begin{aligned} & \left( \frac{m_2}{m_0} \psi'_n \left( \frac{m_1}{m_0} x_2 \right) \psi_n \left( \frac{m_2}{m_0} x_2 \right) - \frac{m_1}{m_0} \psi_n \left( \frac{m_1}{m_0} x_2 \right) \psi'_n \left( \frac{m_2}{m_0} x_2 \right) \right) \times \\ & \left( \chi'_n \left( \frac{m_1}{m_0} x_1 \right) \psi_n(x_1) - \frac{m_1}{m_0} \chi_n \left( \frac{m_1}{m_0} x_1 \right) \psi'_n(x_1) \right) - \\ & \left( \frac{m_2}{m_0} \chi'_n \left( \frac{m_1}{m_0} x_2 \right) \psi_n \left( \frac{m_2}{m_0} x_2 \right) - \frac{m_1}{m_0} \chi_n \left( \frac{m_1}{m_0} x_2 \right) \psi'_n \left( \frac{m_2}{m_0} x_2 \right) \right) \times \\ & \left( \psi'_n \left( \frac{m_1}{m_0} x_1 \right) \psi_n(x_1) - \frac{m_1}{m_0} \psi_n \left( \frac{m_1}{m_0} x_1 \right) \psi'_n(x_1) \right) \end{aligned} \right)}{\left( \begin{aligned} & \left( \frac{m_2}{m_0} \psi'_n \left( \frac{m_1}{m_0} x_2 \right) \psi_n \left( \frac{m_2}{m_0} x_2 \right) - \frac{m_1}{m_0} \psi_n \left( \frac{m_1}{m_0} x_2 \right) \psi'_n \left( \frac{m_2}{m_0} x_2 \right) \right) \times \\ & \left( \chi'_n \left( \frac{m_1}{m_0} x_1 \right) \zeta_n(x_1) - \frac{m_1}{m_0} \chi_n \left( \frac{m_1}{m_0} x_1 \right) \zeta'_n(x_1) \right) - \\ & \left( \frac{m_2}{m_0} \chi'_n \left( \frac{m_1}{m_0} x_2 \right) \psi_n \left( \frac{m_2}{m_0} x_2 \right) - \frac{m_1}{m_0} \chi_n \left( \frac{m_1}{m_0} x_2 \right) \psi'_n \left( \frac{m_2}{m_0} x_2 \right) \right) \times \\ & \left( \psi'_n \left( \frac{m_1}{m_0} x_1 \right) \zeta_n(x_1) - \frac{m_1}{m_0} \psi_n \left( \frac{m_1}{m_0} x_1 \right) \zeta'_n(x_1) \right) \end{aligned} \right)} \quad (5.16)$$



**Abb. 5.2.:** Konvention der Brechungsindizes  $m_0, m_1, m_2$  und der Kugelradien  $r_1, r_2$  bei den Streukoeffizienten  $a_n$  und  $b_n$  für eine zweischalige Kugel.

$$b_n = \frac{\left( \begin{array}{l} \left( \frac{m_1}{m_0} \psi_n' \left( \frac{m_1}{m_0} x_2 \right) \psi_n \left( \frac{m_2}{m_0} x_2 \right) - \frac{m_2}{m_0} \psi_n \left( \frac{m_1}{m_0} x_2 \right) \psi_n' \left( \frac{m_2}{m_0} x_2 \right) \right) \times \\ \left( \frac{m_1}{m_0} \chi_n' \left( \frac{m_1}{m_0} x_1 \right) \psi_n \left( x_1 \right) - \chi_n \left( \frac{m_1}{m_0} x_1 \right) \psi_n' \left( x_1 \right) \right) - \\ \left( \frac{m_1}{m_0} \chi_n' \left( \frac{m_1}{m_0} x_2 \right) \psi_n \left( \frac{m_2}{m_0} x_2 \right) - \frac{m_2}{m_0} \chi_n \left( \frac{m_1}{m_0} x_2 \right) \psi_n' \left( \frac{m_2}{m_0} x_2 \right) \right) \times \\ \left( \frac{m_1}{m_0} \psi_n' \left( \frac{m_1}{m_0} x_1 \right) \psi_n \left( x_1 \right) - \psi_n \left( \frac{m_1}{m_0} x_1 \right) \psi_n' \left( x_1 \right) \right) \end{array} \right)}{\left( \begin{array}{l} \left( \frac{m_1}{m_0} \psi_n' \left( \frac{m_1}{m_0} x_2 \right) \psi_n \left( \frac{m_2}{m_0} x_2 \right) - \frac{m_2}{m_0} \psi_n \left( \frac{m_1}{m_0} x_2 \right) \psi_n' \left( \frac{m_2}{m_0} x_2 \right) \right) \times \\ \left( \frac{m_1}{m_0} \chi_n' \left( \frac{m_1}{m_0} x_1 \right) \zeta_n \left( x_1 \right) - \chi_n \left( \frac{m_1}{m_0} x_1 \right) \zeta_n' \left( x_1 \right) \right) - \\ \left( \frac{m_1}{m_0} \chi_n' \left( \frac{m_1}{m_0} x_2 \right) \psi_n \left( \frac{m_2}{m_0} x_2 \right) - \frac{m_2}{m_0} \chi_n \left( \frac{m_1}{m_0} x_2 \right) \psi_n' \left( \frac{m_2}{m_0} x_2 \right) \right) \times \\ \left( \frac{m_1}{m_0} \psi_n' \left( \frac{m_1}{m_0} x_1 \right) \zeta_n \left( x_1 \right) - \psi_n \left( \frac{m_1}{m_0} x_1 \right) \zeta_n' \left( x_1 \right) \right) \end{array} \right)} \quad (5.17)$$

mit

$$x_1 = \frac{2\pi r_1 m_0}{\lambda_0} \quad ; \quad x_2 = \frac{2\pi r_2 m_0}{\lambda_0} \quad . \quad (5.18)$$

$\psi_n, \chi_n$  und  $\zeta_n$  stellen wiederum die Riccati-Bessel-Funktionen dar, wie sie schon im Abschnitt 5.2.2 definiert worden sind (Gln. (5.9) – (5.11)). Ein Strich bedeutet die Ableitung nach dem jeweiligen Argument. Wiederum wurde dabei die relative Permeabilität der Umgebung und der beiden Kugelmaterialien als gleich angenommen.

Kerker (1969) zeigt, daß sich diese Ausdrücke bei Bedingungen, die der einer einfachen Kugel entsprechen (z.B.  $m_1 = m_2$  oder  $r_1 \rightarrow r_2$  bzw.  $r_2 \rightarrow r_1$  oder  $m_1 = m_0$  oder  $r_2 \rightarrow 0$ ), jeweils analytisch auf die Ausdrücke (5.6) und (5.7) reduzieren lassen. Bei Berechnungen der vollen Formeln mit einem Computerprogramm muß im Falle  $r_2 \rightarrow 0$  jedoch beachtet werden, daß die  $\psi_n$ - und  $\chi_n$ -Funktion beim Argument 0 eine Singularität besitzt. Im analytischen Grenzausdruck fallen  $\psi_n$  und  $\chi_n$  heraus, bei der numerischen Auswertung der Formeln (5.16) und (5.17) müssen die Singularitäten jedoch explizit abgefangen werden.

Zu beachten ist hier ebenfalls die Brechungsindexkonvention mit negativem Imaginärteil.

Im Anhang in Bohren und Huffman (1983) werden auch Rekursionsformeln für die Streukoeffizienten der zweischaligen Kugel zur effizienten Berechnung samt einem Programmcode in der Programmiersprache Fortran angegeben. In dieser Arbeit erfolgt die Berechnung der Streufunktionen  $S_1$  und  $S_2$  jedoch direkt mittels der oben angegebenen Reihenentwicklung in den Streukoeffizienten  $a_n$  und  $b_n$ .

### 5.2.4. Streu-, Rückstreu- und Extinktionsquerschnitt

Zur Beschreibung, wieviel Energie in welche Richtung gestreut wird, kann man den (bistatischen) Streuquerschnitt  $\sigma$  verwenden, wie er schon in Gleichung (3.6) auf Seite 21 definiert worden ist. Bei einfallendem linear polarisiertem Licht und einem kugelförmigen Streuer ist dieser aus den Streufunktionen  $S_1$  und  $S_2$  ableitbar durch (van de Hulst, 1957)

$$\sigma(\phi, \theta) = \frac{4\pi}{k^2} \left( |S_1(\theta)|^2 \sin^2 \phi + |S_2(\theta)|^2 \cos^2 \phi \right), \quad (5.19)$$

wobei  $k$  wiederum die Wellenzahl im Medium darstellt. Zu beachten ist, daß die gestreute Leistung einfach proportional zum zeitlichen Mittelwert des Quadrats des gestreuten  $\mathbf{E}$ -Feldes angesetzt wurde, also keine Aussage über die Polarisationsrichtung der gestreuten Welle macht (letztere kann aus den Streufunktionen abgeleitet werden, die die Verhältnisse relativ zur Streuebene beschreiben). Will man die durch  $\sigma$  beschriebene gestreute Energie messen, so darf das Meßgerät nicht polarisationsabhängig sein.

Für aktive monostatische Fernerkundungsverfahren wie das Niederschlagsradar sind insbesondere die in Rückwärts- und Vorwärtsrichtung gestreuten Anteile von Bedeutung. In diesen Fällen ist die Definition der Streuebene (Abbildung 5.1) nicht mehr eindeutig, da Einfalls- und Streurichtung nicht mehr unterscheidbar sind.

Zuerst soll die Rückstreuung bei einem kugelförmigen Streuer betrachtet werden. In diesem Falle ist  $\theta = 180^\circ$  und  $\cos \theta = -1$ . Man kann zeigen, daß dann  $-\pi_n(-1) = \tau_n(-1) = (-1)^n \frac{n}{2}(n+1)$  ist (Bohren und Huffman, 1983). Durch Einsetzen in die Formeln (5.4) und (5.5) erkennt man, daß  $-S_1(180^\circ) = S_2(180^\circ) := S(180^\circ)$ . Die Streuebene (der Winkel  $\phi$  in Abbildung 5.1) kann nun willkürlich festgelegt werden, und in allen Fällen degeneriert Gleichung (5.19) zur Definition des Rückstreuquerschnitts  $\sigma_b$ , mit

$$\sigma_b := \sigma(\phi, 180^\circ) = \frac{4\pi}{k^2} |S(180^\circ)|^2 = \frac{4\pi}{k^2} \left| \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( n + \frac{1}{2} \right) (a_n - b_n) \right|^2, \quad (5.20)$$

unabhängig von  $\phi$ . Die Eigenschaften des Streukörpers (Durchmesser, Brechungsindex bzw. diese Werte für die einzelnen Kugelschalen beim Zweischalenmodell) stecken in den Koeffizienten  $a_n$  und  $b_n$ .

Die Vorwärtsstreuamplitude ist deshalb von großer Bedeutung, weil sie über das sogenannte Optische Theorem direkt mit der Extinktion (Absorption + Streuung) verknüpft ist. Die Interpretation des in diesem Zusammenhang auftretenden Extinktionsquerschnitts  $\sigma_{ext}$  (siehe auch Abschnitt 3.3.2) ist dabei etwas anders: Er beschreibt nicht eine gestreute Intensität, sondern diejenige Fläche eines idealen Absorbers, der aus der einfallenden Welle genau denjenigen Energiebeitrag absorbiert, der in einer Messung mit einem infinitesimal kleinen Meßgerät weit vom Streuer entfernt in der Vorwärtsrichtung im Vergleich zur ungestört einfallenden Welle fehlt. Die Intensitätsabschwächung der Vorwärtswelle ist das Ergebnis von Absorption im Streuer und Seitwärtsstreuung von Energiebeiträgen und manifestiert sich in einem komplizierten Interferenzmusters (destruktive Interferenz) der in die Vorwärtsrichtung gestreuten Welle mit der ursprünglich einfallenden Strahlung (Details siehe z.B. in van de Hulst, 1957 und Bohren und Huffman, 1983). Energetisch entspricht die über das destruktive Interferenzbild in der Vorwärtsrichtung berechnete Abschwächung genau dem Energiebetrag, der im Streukörper absorbiert und seitwärts (nicht in Vorwärtsrichtung) gestreut wurde.

Für die Definition der Streumatrix nach Gleichung (5.3) und einen kugelförmigen Streuer ist dies

(z.B. Bohren und Huffman, 1983)

$$\underbrace{\sigma_{ext} = \frac{4\pi}{k^2} \Re \{S(0^\circ)\}}_{\text{Eine Form des optischen Theorems}} = \frac{4\pi}{k^2} \Re \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \left( n + \frac{1}{2} \right) (a_n + b_n) \right\} . \quad (5.21)$$

Die letzte Identität gilt, weil mit  $\theta = 0^\circ$  wegen  $\cos \theta = 1$  für  $\pi_n(1) = \tau_n(1) = \frac{n}{2}(n+1)$  gilt und sich somit  $S_1(0^\circ) = S_2(0^\circ) := S(0^\circ)$  ergibt, wie man durch Einsetzen bestätigt.

Das optische Theorem ergibt sich, wenn man den extingierten Lichtbeitrag durch Integration der gestreuten Anteile (proportional zu Streuquerschnitt) über den gesamten Raumwinkel integriert und für weite Entfernungen vom Streukörper nähert. Es ergibt sich dann, daß energetisch gerade der sich aus der Vorwärtsstreuamplitude nach der linken Seite von Gleichung (5.21) ergebende Energiebeitrag gestreut und absorbiert worden ist und somit der direkt durchgehenden Welle fehlt. An der Verknüpfung der Extinktion mit der Vorwärtsstreuamplitude erkennt man, daß sich im Wellenbild der elektromagnetischen Strahlung die Extinktion als Amplitudenverminderung der einfallenden Strahlung durch destruktive Interferenz mit der nach vorwärts gestreuten Welle manifestiert.

Dieses Theorem gilt ganz allgemein für die Streuung an einem beliebig geformten Körper bei beliebiger Art der Polarisierung der einfallenden Welle (diese kann immer als Überlagerung linear polarisierter Basiswellen dargestellt werden, wobei das optische Theorem für jede einzelne gilt; in diesem Sinne stellt unpolarisiertes Licht eine gleichverteilte Überlagerung unendlich vieler solcher Basiswellen dar). Der allgemeine Ausdruck für das optische Theorem bei einem beliebig geformten Körper enthält alle vier Streumatrixelemente und findet sich z.B. im Lehrbuch von Bohren und Huffman (1983). Dort wird auch in ausführlicher Form eine physikalische Interpretation des Optischen Theorems als Manifestierung des Umstandes geboten, daß die Extinktion durch ein kompliziertes Interferenzphänomen (destruktive Interferenz) der vorwärts gestreuten Welle mit der einfallenden Strahlung zustande kommt (siehe dazu auch van de Hulst, 1957).

An dieser Stelle soll nochmals betont werden, daß die in den Gleichungen (5.20) und (5.21) verwendeten Streufunktionen Näherungen für weite Entfernungen vom Streukörper darstellen (d.h., daß die Messung in weiter Entfernung vom Streuer stattfinden muß). Zudem ergibt sich beim Extinktionsquerschnitt ein scheinbares Paradoxon. Der Grenzwert von  $\sigma_{ext}$  für sehr große Werte des Mie-Parameters  $x$  (Grenzfall der Geometrischen Optik) beträgt das doppelte der geometrischen Partikelquerschnittsfläche, während die geometrische Optik hierfür exakt die geometrische Querschnittsfläche prognostiziert, was man in Streuexperimenten im Labor auch messen kann (z.B. Lichtschrankenaufbau auf optischer Bank). Die Auflösung dieses Paradoxons liegt in der Tatsache, daß ein Strahlungsmeßgerät nicht zwischen gestreutem und nicht gestreutem Licht unterscheiden kann. Wenn nun in praktischen Anwendungen die Aperturfläche des Meßgerätes so groß ist, daß auch gestreutes Licht mitempfangen wird, fällt die gemessene Reduktion der Lichtintensität bei Einbringen des Streuers in den Lichtstrahl (Extinktionseffekt) kleiner aus, als wenn das Meßgerät keine Streustrahlung empfangen kann. Das rein ungestreute Licht bekommt man nur, wenn die Meßfläche so klein ist, daß sie, vom Streuer aus gesehen, nur einen sehr kleinen Raumwinkel überstreicht.

Bei einem Lichtschrankenaufbau im Labor zur Extinktionsmessung an Partikeln, die groß gegen die Wellenlänge sind, genügt es beispielsweise bereits, wenn die Empfangsfläche des Meßgerätes gleich oder nur etwas größer ist als der Streukörper selbst, damit der gemessene „Extinktionsquerschnitt“ gleich groß ausfällt wie der geometrische Querschnitt des Partikels. Man spricht dann von rein geometrischer Abschattung. Bei einer Radarmessung von Niederschlag ist hingegen das Meßgerät sehr weit von den Streuern entfernt (mindestens etwa 1 km bis zu mehreren 100 km bei einem Antennendurchmesser von maximal einigen Metern), so daß der Aperturwinkel von den Hydrometeoren aus gesehen

äußerst klein ausfällt. Deshalb darf hier  $\sigma_{ext}$  nach Gleichung (5.21) für die Beschreibung der gemessenen Intensitätsabschwächung angewendet werden.

Es bleibt noch zu erwähnen, daß die Reihendarstellungen in den Gleichungen (5.20) und (5.21) für den Rückstreu- bzw. Extinktionskoeffizienten für den Fall, daß der Streukörper eine homogene Kugel und klein gegen die Wellenlänge  $\lambda_0$  ist, durch einfachere Ausdrücke angenähert werden können. Diese Näherungen ergeben sich, wenn man die Koeffizienten  $a_n$  und  $b_n$  für ein einfaches Kugelpartikel (siehe Abschnitt 5.2.2) in Potenzreihen entwickelt, diese wiederum in die Ausdrücke (5.20) und (5.21) für den Rückstreu- und Extinktionsquerschnitt einsetzt und in den entstehenden Polynomausdrücken bezüglich des Mie-Parameters  $x$  nur die Terme bis einschließlich der 6. Ordnung in  $x$  behält (Bohren und Huffman, 1983).

Bei  $\sigma_b$  bleibt auf diese Weise nur ein einziger Term übrig, der unter der Bedingung  $m_0 = 1$  (Brechungsindex der Luft entspricht in guter Näherung dem Wert im Vakuum) den Ausdruck

$$\sigma_b = \frac{\pi^5}{\lambda_0^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 D_k^6 = \frac{\pi^5}{\lambda_0^4} |K|^2 D_k^6 \quad \text{mit} \quad \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} = K \quad (5.22)$$

ergibt. Dieser Ausdruck für  $\sigma_b$  wird auch als Rayleigh-Approximation bezeichnet und enthält neben der Abhängigkeit von  $\lambda_0^{-4}$  und dem sogenannten Dielektrizitätsfaktor  $K$  nur noch die analytisch recht einfache Abhängigkeit von der 6. Potenz des Partikeldurchmessers. Vergleiche mit der exakten Lösung für  $\sigma_b$  nach Gleichung (5.20) ergeben (auf eine graphische Darstellung wird verzichtet), daß Gleichung (5.22) bei einem kugelförmigen Wassertropfen im Mikrowellenbereich (Werte für den komplexen Brechungsindex  $m$  finden sich in Abschnitt 5.3.1) dann eine gute Näherung darstellt, wenn  $D_k < \lambda_0/20$  gilt. Bei einem Eiskorn genügt hingegen schon  $D_k < \lambda_0/5$ . Je größer  $|m|$ , desto restriktiver die Bedingung an  $D_k$ . Bohren und Huffman (1983) formulieren daher die Gültigkeitsbedingung der Approximation, wie in Abschnitt 3.3.1 bereits angegeben, als  $|m/m_0| \pi D_k / \lambda_0 \ll 1$ .

Ein entsprechendes Vorgehen für den Extinktionsquerschnitt  $\sigma_{ext}$  nach Gleichung (5.21) für einen homogenen kugelförmigen Streukörper liefert die Näherung

$$\sigma_{ext} = \frac{\pi^2}{\lambda_0} \Im\{-K\} D_k^3 + \frac{2}{3} \frac{\pi^5}{\lambda_0^4} |K|^2 D_k^6 \quad , \quad (5.23)$$

wobei  $K$  dieselbe Bedeutung hat wie bei Gleichung (5.22). Hier wurde jedoch zusätzlich noch ein Term 5. Ordnung in  $x$  vernachlässigt, der unter der Bedingung  $|m/m_0| \pi D_k / \lambda_0 \ll 1$  klein gegenüber den verbleibenden 2 Termen ist.

Der erste Term in Gleichung (5.23) beschreibt die Verluste durch Absorption im Streukörper, der zweite die Verluste durch Seitwärtsstreuung (siehe z.B. van de Hulst, 1957). Das Minuszeichen in  $\Im\{-K\}$  kommt von der Konvention des Brechungsindex  $m$  mit negativem Imaginärteil. Wird die Konvention mit positivem Imaginärteil verwendet, dann muß  $\Im\{K\}$  geschrieben werden. Im Falle der Radarmessung von kleinen Wassertropfen wird  $\sigma_{ext}$  durch den Absorptionsterm dominiert (Beispiel mit Index  $w$  für Wasser:  $\lambda_0 = 1$  cm,  $m_w = 4.97 - 2.79i$  (10°C) nach Ray (1972),  $|K_w|^2 = 0.91$ ,  $\Im\{-K\} = 0.07$ ,  $D_k = D = 0.1$  mm  $\Rightarrow$  Absorptionsterm =  $7 \cdot 10^{-11}$  m<sup>2</sup>, Streuterm =  $3 \cdot 10^{-14}$  m<sup>2</sup>, geometrischer Querschnitt =  $8 \cdot 10^{-9}$  m<sup>2</sup>). Im Falle von Wolkeneispartikeln sind jedoch beide Terme wichtig, weil  $\Im\{-K_i\} \ll |K_i|^2$  (Index  $i$  für Eis). Eis absorbiert Mikrowellenstrahlung viel schwächer als Wasser.

Bei Wassertropfen im Mikrowellenbereich gilt die Näherungsformel (5.23) nur für  $D_k < \lambda_0/100$ , bei Eiskugeln hingegen für ein weit weniger restriktives  $D_k < \lambda_0/2$ . Auch hier ist die Bedingung an  $D_k$  umso restriktiver, je größer  $|m|$ . Auf jeden Fall sollte  $\sigma_{ext}$  im Zweifelsfall nicht mittels der obigen Näherung, sondern mit der exakten Reihendarstellung Gleichung (5.21) berechnet werden.

Im Falle der Radarmessung von reinen Wasserwolken, bei der nur der Absorptionsbeitrag bei  $\sigma_{ext}$  in Gleichung (5.23) zu berücksichtigen ist (siehe das obige Zahlenbeispiel), hängt der Extinktionskoeffizient  $k_2$  nach Gleichung (3.32) (Seite 32) nur vom Flüssigwassergehalt (Gleichung (2.3) auf Seite 8) ab, da dann  $\sigma_{ext} \sim D_k^3$  (Partikelvolumen) gilt und somit  $k_2$  proportional zum 3. Moment der Tropfengrößenverteilung und damit dem Flüssigwassergehalt ist.

Interessant ist noch, daß die obigen Näherungsformeln auch bei nicht kugelförmigen Partikeln angewendet werden können, wenn diese im Vergleich zur Wellenlänge sehr klein sind und die Abweichung von der Kugelform nicht allzu stark ausfällt. Die Form spielt dabei immer weniger eine Rolle, je kleiner das betrachtete Partikel ist.

Wenn übrigens das Hintergrundmedium einen von 1 verschiedenen (reellen) Brechungsindex hat, dann muß in den obigen Näherungsformeln für  $\sigma_b$  und  $\sigma_{ext}$  anstatt  $m$  einfach der relative komplexe Brechungsindex  $m/m_0$  eingesetzt werden.

## 5.3. Der Brechungsindex von Niederschlagsteilchen

Dieser Abschnitt widmet sich der Beschreibung des komplexen Brechungsindex  $m$  von Niederschlagsteilchen, der bei den in den vorangegangenen Abschnitten beschriebenen Streuformeln eine entscheidende Rolle spielt. Einige allgemeine Betrachtungen zum komplexen Brechungsindex in der Theorie der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen sowie die Diskussion der in dieser Arbeit verwendeten Brechungsindexkonvention findet sich in Anhang A.

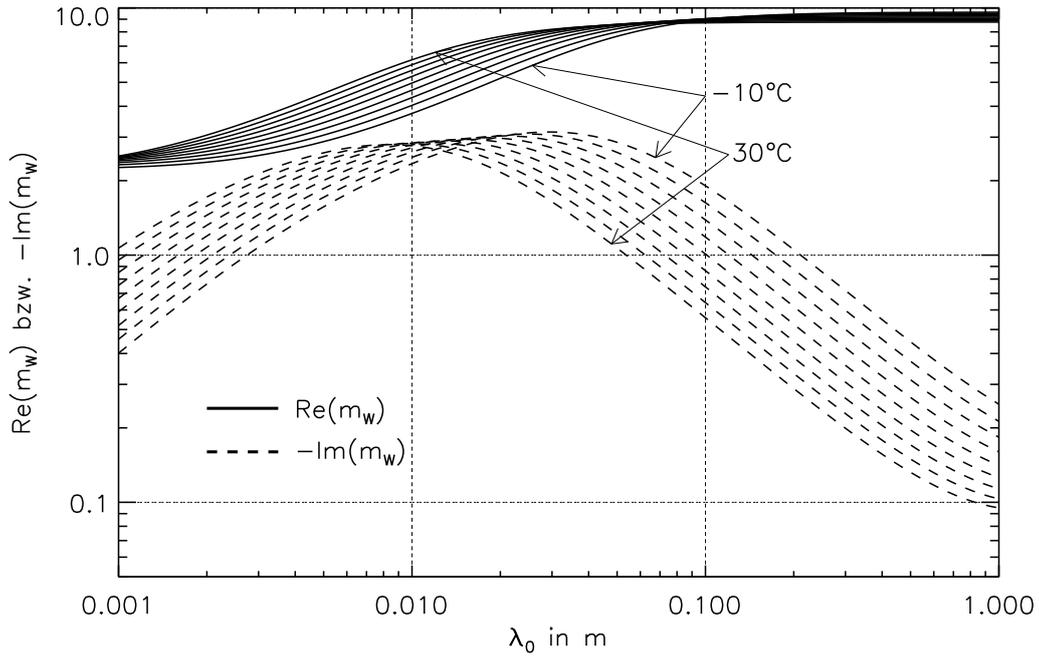
### 5.3.1. Brechungsindex von Wasser

Der komplexe Brechungsindex  $m_w$  von reinem Wasser im Mikrowellenbereich (Wellenlängen bis hinunter zu etwa 1 mm) kann durch die klassische Relaxationstheorie von Debye mit ausreichender Genauigkeit beschrieben werden (Saxton und Lane, 1946; Saxton, 1946). Erst bei kürzeren Wellenlängen werden Rotations- und Translationsschwingungen der Moleküle oder höhere Energiezustände der einzelnen Wassermoleküle angeregt, so daß sich Absorptionslinien zeigen.

Im klassischen Bild der Relaxationstheorie kommt die Wechselwirkung der Wassermoleküle mit der elektromagnetischen Welle durch periodische Ausrichtung der mit einem permanenten Dipolmoment ausgestatteten Wassermoleküle zustande. Die wechselnde Ausrichtung wird dabei gehemmt durch die intermolekularen Wechselwirkungsmechanismen in der Flüssigkeit oder dem Festkörper. In der Relaxationstheorie wird dieses Verhalten der einzelnen Moleküle durch das Modell des gedämpften harmonischen Oszillators beschrieben, bei dem sich bekanntermaßen, nach Abklingen der Eigenschwingung, eine Schwingung mit der Anregungsfrequenz einstellt, deren Amplitude im Resonanzbereich maximal und jenseits davon mit zunehmender Frequenz kleiner wird. Je größer aber die in den Dipolen angeregte Schwingungsamplitude, desto stärker die Wechselwirkung (siehe dazu auch Anhang A oder ausführlicher in der physikalischen Spezialliteratur). Da die Intensität der intermolekularen Wechselwirkungsmechanismen von der Temperatur abhängt, ist auch der Brechungsindex eine Funktion der Temperatur.

In dieser Arbeit wird ein Modell nach Ray (1972) für den Brechungsindex von Wasser verwendet. Der Vergleich mit anderen Modellen (Segelstein, 1981, Liebe et al., 1991) in Anhang A.5 ergibt im benötigten Wellenlängen- und Temperaturbereich keine signifikanten Unterschiede, was die Anwendbarkeit des Ray-Modells unterstreicht.

Hierbei liegen der Realteil und der negative Imaginärteil der komplexen Dielektrizitätszahl  $\epsilon_c = \epsilon' + i\epsilon''$  in Form von analytischen Funktionen in den Variablen Wellenlänge und Temperatur vor, wobei die generelle Form der Ansatzfunktionen von der Relaxationstheorie diktiert und die zu bestimmen-



**Abb. 5.3.:** Brechungsindex  $m_w$  von Wasser als Funktion der Wellenlänge und der Temperatur nach Ray (1972) (Nur dessen Formeln (5) und (6)). Scharparameter ist die Temperatur von  $-10^\circ\text{C}$  bis  $30^\circ\text{C}$  in Schritten von  $5^\circ\text{C}$ .

den Parameter mit Hilfe von Messungen aus der Literatur angepaßt wurden (Methode der kleinsten Quadrate). In der Originalarbeit werden zusätzlich einige in Form von Gauss-Funktionen aufgesetzte Absorptionslinien im Infrarotbereich berücksichtigt, die für diese Arbeit aber keine Rolle spielen. Verwendet wurden nur die in der Arbeit von Ray (1972) mit (5) und (6) gekennzeichneten Formeln, ohne die aufgesetzten IR-Linien. Deren Gültigkeitsbereich erstreckt sich ohne die IR-Linien bezüglich  $\lambda_0$  von 1 mm bis 1 m und bezüglich der Temperatur von  $-10^\circ\text{C}$  bis  $30^\circ\text{C}$ . Der Brechungsindex definiert sich über die Beziehung  $m^2 = \varepsilon_c$ , wobei für  $m$  aus physikalischen Gründen diejenige der beiden Lösungen in der komplexen Zahlenebene mit positivem Realteil gewählt werden muß (Hauptzweig). Details finden sich wiederum in Anhang A.  $\varepsilon_c$  hängt mit  $m = m' + im''$  bei Verwendung des des Zeitfaktors  $\exp(i\omega t)$  ( $\varepsilon'' < 0, n'' < 0$ ) wie folgt zusammen:

$$\varepsilon' = m'^2 - m''^2 \quad (5.24)$$

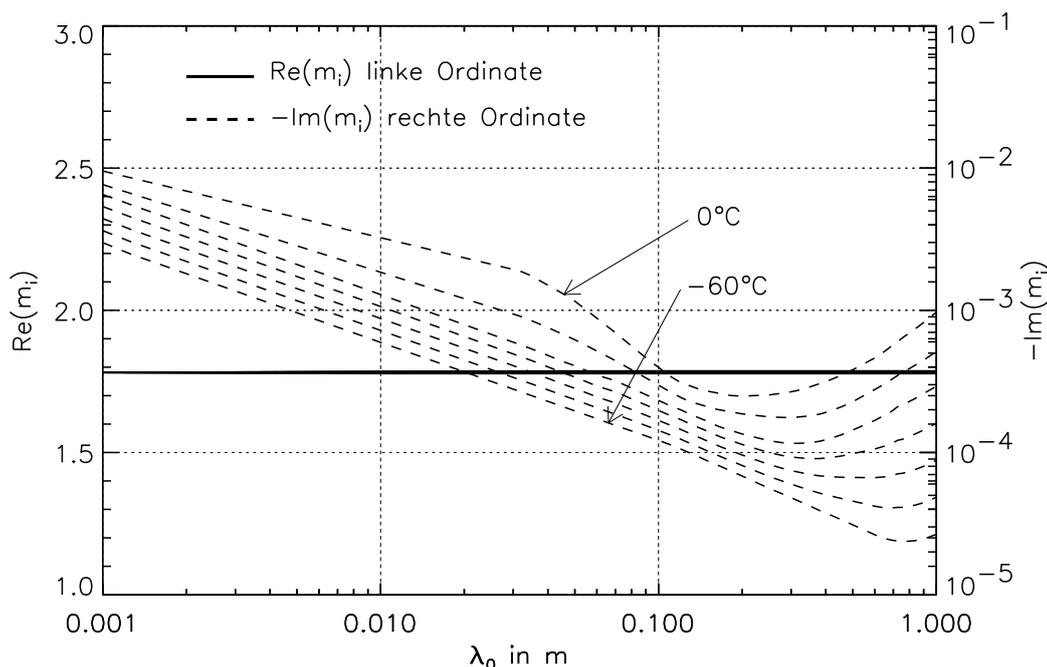
$$\varepsilon'' = 2m'm'' \quad (5.25)$$

$$m' = \sqrt{\frac{\sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2} + \varepsilon'}{2}} \quad (5.26)$$

$$m'' = -\sqrt{\frac{\sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2} - \varepsilon'}{2}} \quad (5.27)$$

Die letzten beiden Ausdrücke definieren den Hauptzweig der komplexen Wurzelfunktion, wenn  $\varepsilon'' < 0$ .

Der nach diesem Modell berechnete komplexe Brechungsindex von Wasser ist in Abbildung 5.3 dargestellt. Man erkennt das typische Verhalten im Relaxationsmode mit einem breiten Maximum des Ima-



**Abb. 5.4.:** Brechungsindex  $m_i$  von Eis als Funktion der Wellenlänge und der Temperatur nach Warren (1984). Scharparameter ist die Temperatur von  $-60^\circ\text{C}$  bis  $0^\circ\text{C}$  in Schritten von  $10^\circ\text{C}$ . Der Realteil hängt nicht von Temperatur und Wellenlänge ab, lediglich der Imaginärteil.

ginärteils im Bereich von 1 – 3 cm und die dort stattfindende Änderung des Realteils (Anormale Dispersion). Das Maximum des Imaginärteils und die Zone anormaler Dispersion des Realteils verschieben sich mit zunehmender Temperatur zu niedrigeren Frequenzen, wie man das aufgrund der steigenden intermolekularen Wechselwirkung bei Flüssigkeiten und Anwendung des Oszillatormodells erwarten kann. Man sieht außerdem, daß Wasser im Mikrowellenbereich relativ stark absorbiert (im Gegensatz zu Eis), was sich im recht großen Imaginärteil von  $m_w$  manifestiert.

### 5.3.2. Brechungsindex von Eis

In der Arbeit von Ray (1972) wird auch ein Modell für den Brechungsindex  $m_i$  von Eis angegeben, das aber in der Literatur wegen der Verwendung „unsicherer“ Meßwerte und der Nichterfüllung der Kramers-Kronig-Beziehungen kritisiert wird (Bohren und Huffman, 1983, Warren, 1984). Näheres hierzu wird auch in Anhang A.5 ausgeführt. In dieser Arbeit findet daher für Eis ein Modell nach Warren (1984) seine Anwendung, bei dem  $\epsilon_c$  in tabellierter Form vorliegt. Dessen Gültigkeitsbereich erstreckt sich bezüglich der Wellenlänge von 45 nm bis 8.6 m, deckt also den gesamten Bereich vom Ultraviolett bis zu den Mikrowellen ab. Bezüglich der Temperatur kann das Modell von  $-60^\circ\text{C}$  bis  $0^\circ\text{C}$  angewendet werden. Es soll noch erwähnt werden, daß von Mätzler (1998) ein neueres Modell in Form einer analytischen Funktion in Abhängigkeit von Frequenz und Temperatur angegeben wird, das bezüglich des Imaginärteils des Brechungsindex bis zu einem Faktor 8 kleinere Werte als das Warren-Modell liefert. Dennoch wird in dieser Arbeit willkürlich das Modell nach Warren gewählt.

In Abbildung 5.4 ist der sich nach dem Warren-Modell im Mikrowellenbereich ergebende komplexe Brechungsindex von Eis dargestellt (Real- und Imaginärteil getrennt). Man erkennt, daß der Realteil (durchgezogene Linien) von  $m_i$  nicht wellenlängen- und temperaturabhängig ist und bei konstant 1.78

liegt (alle Kurven der Schar liegen aufeinander und variieren nicht mit  $\lambda_0$ ). Der Imagärteil zeigt hingegen mit Werten zwischen  $3 \cdot 10^{-5}$  und  $1 \cdot 10^{-2}$  eine hohe Variabilität, wenn auch auf sehr niedrigem Niveau. Erst jenseits des Mikrowellenbereichs ( $\lambda_0 < 1$  mm) wird die Anregung von Gitter- und Molekülschwingungen (angeregte Quantenzustände) wichtig, so daß dort der Imaginärteil wesentlich größer sein kann. Hier spielt die viel stärkere Einbettung der Wassermoleküle ins Eiskristallgitter im Vergleich zur flüssigen Phase eine entscheidende Rolle.

Insgesamt ist Eis im Mikrowellenbereich ein schlechter Absorber.

### 5.3.3. Effektiver Brechungsindex von homogenen Mischmaterialien (z.B. Eis-Wasser-Luft-Gemischen)

Bis hierher wurde der Brechungsindex von Körpern eines einzigen Materials (Wasser oder Eis) beschrieben. Damit ist prinzipiell eine Beschreibung von Regentropfen und trockenen Eispartikeln möglich (kleine Plättchen, Nadeln oder auch Hagelkörner), wenn man die entsprechenden Streufunktionen kennt. Viele Hydrometeorarten zeigen jedoch eine kompliziertere Struktur, z.B. Schneeflocken, Graupel und schmelzende Partikel. In diesem Fall hat man es, je nach Teilchenart, mit einer Mischung aus Luft, Eis und/ oder Wasser zu tun. Will man das Streuverhalten eines solchen Körpers anhand von Streuformeln für einen Körper mit einheitlichem Brechungsindex untersuchen, stellt sich die Frage, welchen „effektiven“ Wert des Brechungsindex für die Materialmischung man verwenden muß, um zum richtigen Ergebnis zu kommen. Gedanklich hat man das vorhandene Streumaterial durch ein homogenes Material zu ersetzen, dem ein effektiver Brechungsindex in der Weise zugeschrieben wird, daß man dasselbe Streuverhalten beobachten kann wie beim realen Mischmaterial. Dieses Problem zieht sich quer durch alle Naturwissenschaften und ist noch Gegenstand aktueller Forschung (Stichwort: Effective medium approximation, EMA).

Man hat dabei als Mischungsmodell eine Mischung von kleinen Körnchen verschiedener Materialien im Sinn, von denen jedes einzelne groß genug ist, um mit einem Brechungsindex charakterisiert werden zu können. Für einen solchen weniger homogenen „Kompositkörper“ wird ein Effektivwert des Brechungsindex im allgemeinen sehr stark von der Verteilung der Konstituenten innerhalb des Körpervolumens abhängen (Textur). Außerdem ist es denkbar, daß der Effektivwert auch noch von der Art des jeweils betrachteten physikalischen Streueffekts abhängt: je nach Mischungsart kann z.B. für die Bestimmung der Vorwärtsstreuamplitude ein anderer Effektivwert gelten als für eine andere Streurichtung.

Lediglich für den Grenzfall, daß die einzelnen, die Mischung bildenden Körnchen klein und auch deren wechselseitige Abstände klein gegen die Wellenlänge sind (homogene Mischung), finden sich in der Literatur einigermaßen akzeptierte (zumindest breit angewendete) Näherungsformeln für einen effektiven Brechungsindex. Für weitergehende Diskussionen dieses Problems wird auf die Spezialliteratur verwiesen (für den radarmeteorologischen Bereich z.B. Bohren und Battan, 1980; Bohren und Battan, 1982; Chýlek und Srivastava, 1983; Bohren und Huffman, 1983; Bohren, 1986; Chýlek et al., 1988; Chýlek et al., 1991; Meneghini und Liao, 2000).

Ein Ansatz für die effektive komplexe Dielektrizitätszahl  $\epsilon_{eff}$  einer Mischung von  $N$  Spezies, den Oguchi (1983) auf Otto Wiener<sup>1</sup> zurückführt, lautet

$$\frac{\epsilon_{eff} - 1}{\epsilon_{eff} + u} = \sum_{j=1}^N p_j \frac{\epsilon_j - 1}{\epsilon_j + u} \quad , \quad (5.28)$$

wobei  $p_j$  den relativen Volumenanteil der Spezies  $j$  am Gesamtvolumen und  $\epsilon_j$  deren komplexe Dielek-

<sup>1</sup>Oguchi (1983) verweist auf einen Review-Artikel von Lichtenecker, 1926, in der eine Zusammenfassung der Arbeiten von Otto Wiener auf dem Gebiet der Lichtstreuung zu finden ist. In der Arbeit von Wiener (1912) finden sich etwas allgemeinere Ausdrücke als die Gleichung (5.28). Es ist nun so, daß sich Gleichung (5.28) ergibt, wenn die einzelnen Spezies  $j$  mit Dielektrizitätszahlen  $\epsilon_j$  als Einschlüsse in einem Hintergrundmedium mit Dielektrizitätszahl 1 (Vakuum) eingebettet sind. Daher rührt die Zahl 1 im Zähler der Brüche von Gleichung (5.28). Weiter muß vorausgesetzt werden, daß die Formen der Einschlüsse der  $j$  Materialien alle gleich sind und deren Anordnung isotrop ist sowie deren wechselseitige Abstände so groß sind, daß das  $\mathbf{E}$ -Feld zwischen ihnen als homogen betrachtet werden darf.

trizitätszahl darstellen. Der Parameter  $u$  beschreibt die Form der den Streukörper bildenden subskaligen Teilchen, die für alle Spezies als gleich angenommen werden. Besteht der Mischkörper aus lauter kleinen Kügelchen der verschiedenen Materialien in Vakuum, so ist  $u = 2$ . Dies ist exakt das Ergebnis von Debye (1929), der damit aber die Vorstellung einer homogenen Mischung von einzelnen Molekülen im Vakuum verfolgte und somit die Lorentz-Lorenz-Theorie verallgemeinerte. Der Parameter  $u$  für andere Formen der Mischungskörnchen muß experimentell bestimmt werden.

Der Ansatz (5.28) mit  $u = 2$  wurde in früheren Arbeiten für die Beschreibung von trockenen/ schmelzenden Schneeflocken und auch für schmelzenden Hagel verwendet. Die experimentelle Bestimmung des Rückstreuquerschnitts von schmelzendem Hagel durch Joss (1964) brachte aber keine befriedigende Übereinstimmung mit theoretischen Rechnungen, die Gleichung (5.28) mit  $u = 2$  verwendet haben. Inzwischen werden in der Literatur andere Ansätze favorisiert, die in der ein paar Zeilen weiter oben angegebenen Literatur diskutiert und angewendet werden (z.B. Bohren und Battan, 1982). Diese werden nachfolgend angeführt.

Die Bruggemann-Formel (Bruggemann, 1935) für eine homogene Mischung aus gleichberechtigten subskaligen makroskopischen Körnchen lautet (z.B. Chýlek und Srivastava, 1983)

$$\sum_{j=1}^N p_j \frac{\epsilon_j - \epsilon_{eff}}{\epsilon_j + 2\epsilon_{eff}} = 0 \quad (5.29)$$

und basiert auf einer Approximation der Mie-Vorwärtsstreuungsfunktion  $S_1(0) = S_2(0)$  an den einzelnen Körnchen, in der nur der Koeffizient  $a_1$  in Gleichung (5.4) mitgeführt wird. Die einzelnen Körnchen müssen deshalb sehr klein gegen die Wellenlänge sein. Die Gleichberechtigung der Konstituenten manifestiert sich in der Invarianz der Formulierung gegenüber einem Vertauschen der Spezies, wie auch in der Wiener-Formel (Gleichung (5.28)).

Die implizite Gleichung (5.29) führt auf die Nullstellenbestimmung eines komplexen Polynoms  $N$ -ter Ordnung in  $\epsilon_{eff}$ , das nach dem Fundamentalsatz der Algebra genau  $N$  komplexe Lösungen besitzt. Diese können z.B. iterativ mit dem Laguerre-Verfahren (Press et al., 2001) bestimmt werden. Die gesuchte physikalisch sinnvolle Lösung für  $m_{eff} = \sqrt{\epsilon_{eff}}$  (Umrechnung mit Gleichung (5.26) und (5.27)) muß für die in dieser Arbeit verwendete Konvention einen negativen Imaginärteil haben, und der Realteil muß zwischen den Realteilen für die einzelnen Spezies liegen. Mit Hilfe dieser Bedingungen läßt sich die gesuchte physikalisch richtige Lösung für  $m_{eff}$  separieren.

Eine weitere Formulierung der EMA geht auf Maxwell-Garnett (Maxwell Garnett, 1904) zurück. Bei dieser sind die an der Mischung beteiligten Spezies aber nicht mehr gleichberechtigt, sondern die Vorstellung geht dahin, daß eine Spezies ein Hintergrundmedium bildet (die Matrix), in dem kleine Körnchen der anderen Spezies eingebettet sind. Diese müssen klein gegen die Wellenlänge sein, wie auch ihr gegenseitiger Abstand. In der ursprünglichen Formulierung wurden diese Einschlüsse als kugelförmig modelliert, was zu folgender Formel für  $\epsilon_{eff}$  führt, wenn  $\epsilon_1$  die Dielektrizitätszahl der Matrix und  $\epsilon_j$  diejenigen der  $N - 1$  anderen Materialien bezeichnet (Bohren und Huffman, 1983)

$$\epsilon_{eff} = \frac{p_1 \epsilon_1 + \sum_{j=2}^N p_j \beta_j \epsilon_j}{p_1 - \sum_{j=2}^N p_j \beta_j} \quad (5.30)$$

$$\beta_j = \frac{3 \epsilon_1}{\epsilon_j + 2 \epsilon_1} .$$

Die Matrix bildet nach dieser Vorstellung ein „durchlöchertes“, aber trotzdem zusammenhängendes Volumen. Bohren und Battan (1982) haben dieses Modell auf sphäroide Einschlüsse erweitert, die gleichverteilt innerhalb der Matrix orientiert und deren Hauptachsenverhältnisse (Form) gleichverteilt sind.

Dafür müssen lediglich die Koeffizienten  $\beta_j$  zu

$$\beta_j = \frac{2\varepsilon_1}{\varepsilon_j - \varepsilon_1} \left( \frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_j - \varepsilon_1} \ln \left( \frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_1} \right) - 1 \right) \quad (5.31)$$

undefiniert werden. Der komplexe Logarithmus bezeichnet hier den Hauptzweig. Man bemerkt, daß diese Formulierung nicht mehr invariant gegenüber einem Vertauschen der Matrix-Spezies ist, jedoch gegen einen Tauschen der Einschlüsse. Hat man es, wie bei schmelzendem Niederschlag, mit 3 Spezies zu tun, ergeben sich vielfältige Möglichkeiten, die Matrix und die zwei Einschlüsse festzulegen: 6 Möglichkeiten bei der Festlegung von einer Spezies als Matrix und den zwei anderen Einschlüssen; nochmals 6, wenn man wiederum die Matrix festlegt, aber jetzt nur mit einer eingeschlossenen Spezies arbeitet, die ihrerseits wieder aus Matrix und Einschlüssen besteht (Ineinanderschachtelung von zwei zweikomponentigen Mischungen). Jede dieser 12 Möglichkeiten führt zu unterschiedlichen Werten. Die Freiheitsgrade sind hier also sehr hoch.

Chýlek et al. (1991) werten experimentelle Texturanalysen von schmelzendem Hagel aus und schlagen vor, eine Mischung aus Bruggemann- und Maxwell-Garnett-Formulierung zu verwenden (nur zwei Spezies, Wasser und Eis), wobei die Gewichtung der beiden Formulierungen vom relativen Flüssigwasseranteil abhängig ist, der wiederum die Textur bestimmt.

Weitere Ansätze, die z.B. in der Satellitenfernerkundung angewendet werden, findet man auch in Anhang E des Lehrbuches von Ulaby et al. (1981b).

Manche dieser Ansätze liefern nur für die Extinktion richtige Ergebnisse, weil diese bei deren Herleitung als „Aneichbedingung“ dient (d.h.,  $m_{eff}$  muß so sein, daß die Extinktion durch das Mischmaterial mit Hilfe von  $m_{eff}$  richtig beschrieben werden kann). Inwieweit sie auch für die Streuquerschnitte anwendbar sind, ist noch Gegenstand aktueller Forschung. In Ermangelung besserer Ansätze wird in dieser Arbeit deswegen auch das Rückstreuverhalten ausschließlich unter Verwendung der oben dargestellten Brechungsindexformulierungen berechnet.

## 5.4. Extinktionsberechnungen für verschiedene Niederschlagsarten

Rückstreu- und Extinktionsquerschnitt für ein kugelförmiges Partikel (homogene oder zweischalige Kugel) sowie Möglichkeiten zur Beschreibung des effektiven Brechungsindex von Hydrometeoren stehen nun zur Verfügung. In Verbindung mit einer Annahme über die Partikelgrößenverteilung (hier: Gamma-Verteilung nach Ansatz 2.11 auf Seite 12) kann im Folgenden daran gegangen werden, mittels Auswertung der Integralausdrücke 5.1 und 5.2 die Sensitivität der  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung für verschiedene Niederschlagsarten (Regen, Hagel, Schnee und Graupel, gegebenenfalls auch im Stadium des Schmelzens) und für nichtregnende Wolken zu untersuchen. Abschnitt 5.5 bietet eine Zusammenfassung der daraus gewonnenen Erkenntnisse, während Abschnitt 5.6 noch kurz auf das Problem der nichtgleichmäßigen Strahlfüllung eingeht, das in den theoretischen Rechnungen nicht beachtet werden konnte.

### 5.4.1. Regen

Um die Sensitivitäten der  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung untersuchen zu können, wurde auf analytische vorgegebene Tropfenspektren und daraus abgeleitete  $Z_e$ - und  $k_2$ -Werte zurückgegriffen. Da bei Regentropfen  $D = D_k$  gilt, wird im Folgenden der Einfachheit halber  $D$  als Bezeichnung des volumenäquivalenten Durchmessers verwendet.

Es wäre hier prinzipiell auch denkbar, am Boden gemessene Tropfenspektren zu verwenden, was die Schwierigkeit der „physikalisch sinnvollen“ Vorgabe natürlich vorkommender Größenverteilungs-

funktionen umgehen würde. Jedoch ist bekannt, daß am Boden während einer üblichen Meßzeit von wenigen Minuten gemessene Tropfenspektren mit einer gewissen statistischen Unsicherheit behaftet sind, die sich aus dem im Vergleich zu einer Radarmessung sehr kleinen effektiven Meßvolumen ergibt. Um diese Unsicherheit zu umgehen, müsste man über einen längeren Zeitraum mitteln ( $> 10$  min), was wiederum bei konvektiven Niederschlägen (räumlich und zeitlich sehr variabel) zu einer Mittelung über verschiedene Stadien der Niederschlagsentwicklung einer Zelle führen kann, die nicht repräsentativ für eine mit dem Radar gemessene „Momentaufnahme“ ist. Zudem weiß man, daß Spektren an der Wolkenbasis eher exponentiell sind und sich eine Verringerung der Tropfendichten bei kleinen Durchmessern erst auf dem Fallweg zum Boden einstellt. Somit sollten die für die Simulation einer Radarmessung verwendeten Spektren eine etwas weniger konvexe Krümmung aufweisen als am Boden gemessene.

Die Unsicherheit von analytisch vorgegebenen Spektren hingegen besteht in der Wahl einer geeigneten Musterfunktion für die Tropfenspektren (Exponentiell, Gamma, usw., siehe auch Abschnitt 2.2.3) und in der Vorgabe von physikalisch sinnvollen Parameterbereichen dieser Modellfunktion. Die analytische Form bietet jedoch bessere Möglichkeiten, diese Parameter über einen weiten Bereich zu variieren und deren Einfluß auf die  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung systematisch studieren zu können. Die Ergebnisse sollten jedoch mit der gebührenden Vorsicht interpretiert werden.

Als Musterfunktion für Spektrenensembles wird hier die Gamma-Funktion Gleichung (2.11) verwendet, wobei der Formparameter  $\mu$  im Bereich  $[0, 6]$  variiert wird. Als Ausgangspunkt für die sinnvolle Festlegung der Variationsbereiche der anderen beiden Parameter  $N_*$  und  $\lambda_*$  dient eine qualitative Analyse gemessener Spektren, wobei hier zunächst nur die mit der Methode der Momente (Waldvogel, 1974) berechneten Exponentialparameter  $N_0$  und  $\lambda$  (Ansatz (2.6)) bestimmt wurden. Diese stimmen für  $\mu = 0$  mit denen der Gamma-Verteilung überein. Hierfür wurde jeweils das 3. und 6. Moment der gemessenen Verteilung benutzt, wobei gilt

$$\begin{aligned} M_{3,\infty} &= \int_0^{\infty} N_0 e^{-\lambda D} D^3 dD = N_0 \frac{\Gamma(4)}{\lambda^4} \quad \text{und} \\ M_{6,\infty} &= \int_0^{\infty} N_0 e^{-\lambda D} D^6 dD = N_0 \frac{\Gamma(7)}{\lambda^7} \quad . \end{aligned} \quad (5.32)$$

$N_0$  und  $\lambda$  sind also als alternativ zu diesen beiden Momenten zu betrachten. Sind durch die Analyse von Meßdaten die natürlichen Variationsbereiche von  $N_0$  und  $\lambda$  einmal festgelegt, so können durch Vorgabe von verschiedenen  $\mu$  bei festem  $M_{3,\infty}$  und  $M_{6,\infty}$  bzw. festem  $N_0$  und  $\lambda$  weitere Gamma-Spektren mit derselben Kombination aus  $M_{3,\infty}$  und  $M_{6,\infty}$  erzeugt werden, für die dann mit Ansatz (2.11) gilt

$$\begin{aligned} M_{3,\infty} &= \int_0^{\infty} N_* e^{-\lambda_* D} \left(\frac{D}{D_0}\right)^\mu D^3 dD = \frac{N_*}{D_0^\mu} \frac{\Gamma(4+\mu)}{\lambda_*^{4+\mu}} \quad \text{und} \\ M_{6,\infty} &= \int_0^{\infty} N_* e^{-\lambda_* D} \left(\frac{D}{D_0}\right)^\mu D^6 dD = \frac{N_*}{D_0^\mu} \frac{\Gamma(7+\mu)}{\lambda_*^{7+\mu}} \quad . \end{aligned} \quad (5.33)$$

$D_0$  stellt einen beliebigen Bezugsdurchmesser dar (vgl. Ansatz (2.11)), der in dieser Arbeit zu 1 mm gewählt wird. Der hier verwendete unendliche Integrationsbereich bei der Berechnung der Momente widerspricht der Realität insofern, daß es keine unendlich großen Tropfen geben kann. Für den hier verfolgten Zweck der sinnvollen Festlegung des Variationsbereiches der Parameter  $N_0$ ,  $\lambda$  und  $\mu$  ist das aber weitgehend unerheblich — wichtig werden  $D_{min}$  und  $D_{max}$  erst, wenn die Werte von  $Z_e$  und  $k_2$  für ein einzelnes Gamma-Spektrum berechnet werden.

Da das Hauptaugenmerk auf der Simulation der Abhängigkeit von  $k_2$  von  $Z_e$  liegt, sollen die Werte von  $Z_e$ , berechnet für die analytischen Spektren, möglichst homogen über einen Bereich von 30 bis etwa 60 dBZ verteilt sein. Diese Forderung kann durch folgendes Vorgehen bei der Vorgabe des analytischen Spektrenensembles näherungsweise erfüllt werden:

Schritt 1. Festlegung von  $N_0 \in [N_{0,min}, N_{0,max}]$ ,

Schritt 2. Variation eines  $Z_{Rayleigh} \in [Z_{min}, Z_{max}]$  bei festem  $N_0$ ,

Schritt 3. Für jede  $N_0$ - $Z_{Rayleigh}$ -Kombination Berechnung von  $\lambda = \left( \frac{N_0 \Gamma(7)}{Z_{Rayleigh}} \right)^{1/7}$  (Annahme von Rayleigh-Streuung und unendlichem Durchmesserbereich, siehe Gleichung (5.32), wobei  $Z_{Rayleigh}$  hier dem 6. Moment  $M_{6,\infty}$  entspricht),

Schritt 4. Schritte 1 und 3 definieren  $N_0$  und  $\lambda$  eines Exponentialspektrums, dessen exakter äquivalenter Reflektivitätsfaktor  $Z_e$  in der Nähe von  $Z_{Rayleigh}$  nach Schritt 2 liegt.

Schritt 5. Erzeugung weiterer Gamma-Spektren durch Variation des Parameters  $\mu$  der Gamma-Verteilung bei festgehaltenen Momenten  $M_{3,\infty}$  und  $M_{6,\infty}$ , wobei letztere denjenigen des Exponentialspektrums in Schritt 3 entsprechen. Die Parameter dieser Gamma-Verteilungen berechnen sich aus  $\mu$ ,  $M_{3,\infty}$  und  $M_{6,\infty}$  wie folgt, wenn  $M_{3,\infty}$  und  $M_{6,\infty}$  als Funktionen von  $N_0$  und  $\lambda$  dargestellt werden:

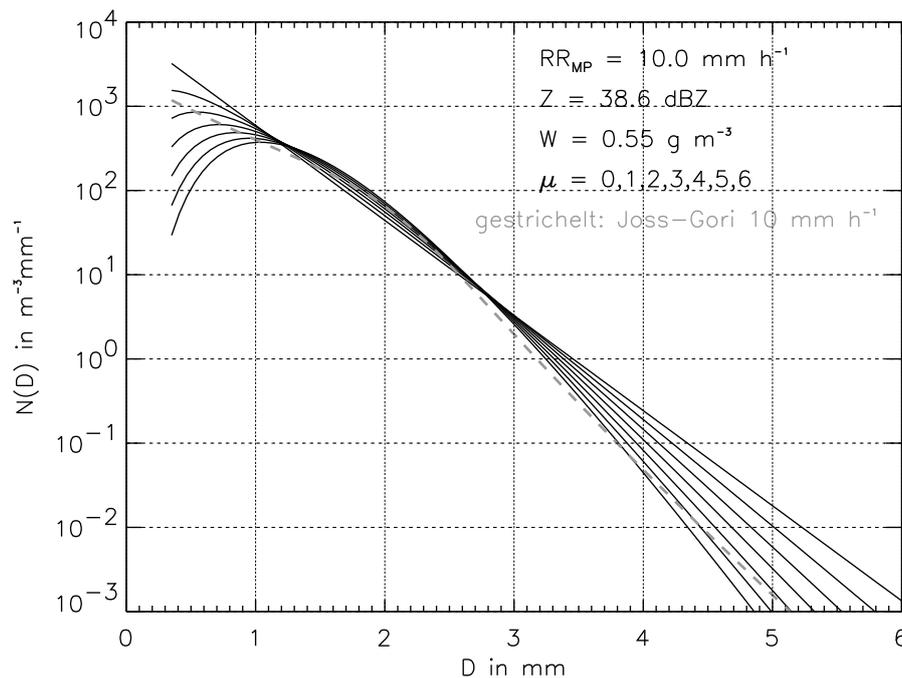
$$\lambda_* = \left( \frac{\Gamma(4)\Gamma(7+\mu)}{\Gamma(7)\Gamma(4+\mu)} \right)^{1/3} \lambda = \left( 1 + \frac{37}{60}\mu + \frac{\mu^2}{8} + \frac{\mu^3}{120} \right)^{1/3} \lambda \quad (5.34)$$

$$N_* = M_{3,\infty} \frac{D_0^\mu \lambda_*^{4+\mu}}{\Gamma(4+\mu)} = N_0 \frac{\Gamma(4)}{\lambda^4} \frac{D_0^\mu \lambda_*^{4+\mu}}{\Gamma(4+\mu)} \quad (5.35)$$

Hierfür muß  $\mu > -4$  sein.  $\Gamma(x)$  bezeichnet die Gamma-Funktion. Die letzte Identität in Gleichung (5.34) entsteht durch dreimalige Anwendung der Rekursionsformel  $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$  bei  $\Gamma(7+\mu)$  und Kürzen mit  $\Gamma(4+\mu)$  im Nenner. Für jedes Exponentialspektrum nach Schritt 3 werden also durch Variation des Parameters  $\mu$  weitere Gamma-Spektren erzeugt. Dies ist in Abbildung 5.5 graphisch veranschaulicht. Mit durchgezogenen Linien dargestellt ist die sich bei  $N_0 = 8000 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}$  und  $Z_{Rayleigh} = 10^{0.1 \cdot 38.6} \text{ mm}^6 \text{ m}^{-3}$  (Marshall-Palmer-Verteilung für  $R = 10 \text{ mm h}^{-1}$ ) ergebende Spektrenfamilie, wenn  $\mu$  zwischen 0 und 6 in Schritten von 1 variiert wird. Man erkennt, daß die Spektren bei wachsendem  $\mu$  eine zunehmend konvexe Krümmung erhalten, also zunehmend weniger kleine und große Tropfen beinhalten. Dies wiederum wird durch eine Zunahme der Tropfenzahlen im mittleren Durchmesserbereich kompensiert. Insgesamt erscheint dieses Verhalten im Vergleich mit empirischen Erfahrungen als qualitativ sinnvoll. Zusätzlich grau gestrichelt wurde eine nach Ansatz (2.13) konstruierte Verteilungsfunktion dargestellt, wobei die Parameter denen entsprechen, die Joss und Gori (1978) für  $R = 10 \text{ mm h}^{-1}$  angeben haben (gültig für stratiformen Stauniederschlag in Locarno, Kanton Tessin, Schweiz).

Schritt 6. Nach vollständiger Variation von  $Z_{Rayleigh}$  und  $\mu$  weiter bei Schritt 1 mit neuem  $N_0$ .

Für jedes so erzeugte Spektrum wird  $k_2$  und  $Z_e$  nach der Mie-Theorie berechnet, wobei das Spektrum außerhalb des Durchmesserbereichs  $[D_{min}, D_{max}]$  abgeschnitten wird. In dieser Studie wird für Regentropfen  $D_{min} = 0.35 \text{ mm}$  gewählt, was die oft zu beobachtende „Lücke“ im Spektrum zu den Wolken- tropfen nachbilden soll. Das Beschränken des Tropfendurchmessers auf  $D_{max}$  ist sinnvoll, weil durch



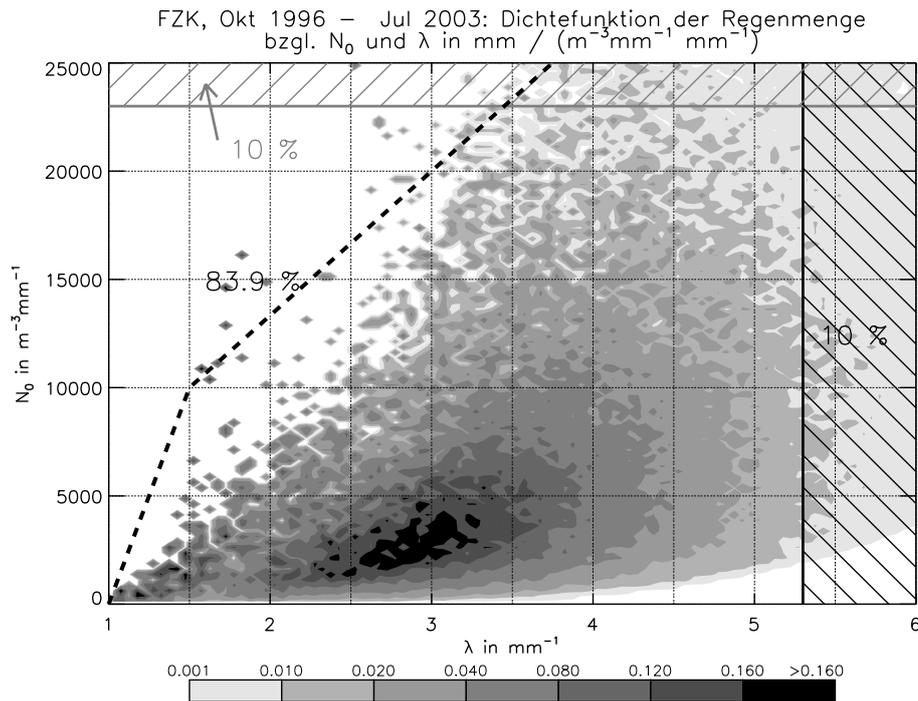
**Abb. 5.5.:** Analytische Formen einer Familie von Anzahldichteverteilungsfunktionen in  $\text{mm}^{-1} \text{m}^{-3}$  als Funktion des volumenäquivalenten Durchmessers  $D$  in mm ( $D = D_k$ , da Wassertropfen), wenn der Parameter  $\mu$  der Gamma-Verteilung bei festgehaltenem 3. und 6. Moment (diese entsprechen denjenigen der Marshall-Palmer-Verteilung für  $R = 10 \text{ mm h}^{-1}$ ) im Bereich 0 bis 6 in Schritten von 1 variiert wird (durchgezogene Linien). Je größer  $\mu$ , desto stärker die konvexe Krümmung. **Grau gestrichelt:** Spektrum nach der Parametrisierung von Joss und Gori (1978) für  $R = 10 \text{ mm h}^{-1}$ .

Zerplatzen die Bildung von sehr großen Tropfen verhindert wird. Es ist zu erwarten, daß vor allem  $D_{max}$  einen Einfluß auf die  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung hat, weil große Tropfen u.U. unterschiedliche relative Beiträge zu  $k_2$  und  $Z_e$  liefern, abhängig von Tropfenspektrum und Trunkierung.  $D_{max}$  wird aus diesem Grunde als sensibler Parameter mitvariiert, und zwar im Bereich zwischen 6 und 10 mm. Bei den Rechnungen kommt der Brechungsindex  $m_w$  nach dem Modell von Ray (1972) zur Anwendung.

Durch dieses Vorgehen ergeben sich automatisch sinnvolle Wertekombinationen der Parameter  $N_*$  und  $\lambda_*$  der Gamma-Verteilung, die aus Messungen nicht so gut abgeleitet werden können wie die Exponentialparameter  $N_0$  und  $\lambda$ . Außerdem wäre bei einer freien Vorgabe der Parameter  $N_*$ ,  $\lambda_*$  und  $\mu$  innerhalb bestimmter Grenzen deren sinnvoller Bereich viel schwieriger zu treffen, weil diese in natürlichem Regen untereinander stark korreliert sind (Straub, 2000, Illingworth und Blackman, 2002) — nicht jede Kombination dieser drei Parameter in einem abgegrenzten kubischen Parameterraum ist damit physikalisch sinnvoll. Die Gefahr einer Überschätzung der Sensitivität der  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung auf das Tropfenspektrum wäre sehr groß.

Gleichzeitig wird durch eine äquidistante Variation von  $Z_{Rayleigh}$  bei Schritt 2 sichergestellt, daß die sich ergebenden  $Z_e$ -Werte ebenfalls recht gleichmäßig über den Reflektivitäts-Wertebereich verteilt sind. Dabei weichen die  $Z_e$ -Werte durch die Trunkierung der Spektren und die Berücksichtigung von Mie-Streuung von den vorgegebenen  $Z_{Rayleigh}$ -Werten geringfügig ab (im vorliegenden Falle von S- und C-Band-Wellenlängen um höchstens wenige dB).

Obiger Algorithmus wird jeweils für verschiedene Temperaturen aus dem Bereich  $[0^\circ\text{C}, 30^\circ\text{C}]$  und für

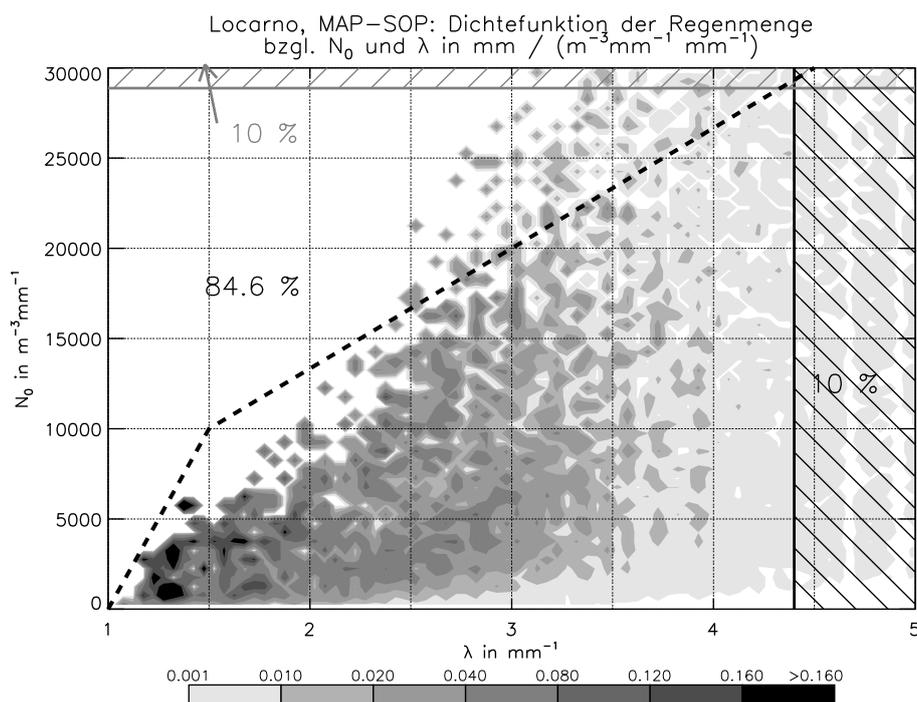


**Abb. 5.6.:** Dichtefunktion der Regenmenge als Funktion von  $N_0$  in  $\text{mm}^{-1} \text{m}^{-3}$  und  $\lambda$  in  $\text{mm}^{-1}$  für Messungen mit einem Joss-Waldvogel-Disdrometer (einminütige Spektren) auf dem Dach des Institutsgebäudes im Forschungszentrum Karlsruhe, Zeitraum 1996 bis 2003.

verschiedene Trunkierungsgrenzen  $D_{max}$  durchlaufen. Insgesamt ergibt sich für die Spektrenensembles also ein fünfdimensionaler Parameterraum, der von  $N_0$ ,  $Z_{Rayleigh} = M_{6,\infty}$ ,  $T$ ,  $\mu$  und  $D_{max}$  aufgespannt wird. Die Variationsbereiche der letzten drei Größen sind recht einfach festzulegen, die Parameter  $N_0$  und  $M_{6,\infty}$  bzw.  $N_0$  und  $\lambda$  (ineinander umrechenbar) erfordern aber eine eingehendere Analyse, am besten mit Hilfe gemessener Spektren.

Zu diesem Zweck wurde die Regenmengendichtefunktion  $F_R$  in Abhängigkeit der anschaulichen Parameter  $N_0$  und  $\lambda$  analysiert, wie sie von Disdrometern am Boden über einen längeren Zeitraum gemessen worden ist.  $F_R dN_0 d\lambda$  beschreibt die während des Meßzeitraums gefallene Regenmenge im Intervall  $[N_0, N_0 + dN_0]$ ,  $[\lambda, \lambda + d\lambda]$ , wobei  $F_R$  in der Einheit  $\text{mm} (\text{mm}^{-1} \text{m}^{-3} \text{mm}^{-1})^{-1}$  angegeben wird.  $F_R$  ist ein Maß dafür, bei welcher Parameterkombination aus  $N_0$  und  $\lambda$  welcher Anteil der Gesamtregenmenge an einem Standort gefallen ist und somit, wie „wichtig“ diese Parameterkombination ist. Betrachtet werden Datensätze der Meßorte Karlsruhe und Locarno, die jeweils mit einem Joss-Waldvogel-Disdrometer aufgenommen worden sind.  $N_0$  und  $\lambda$  wurden aus dem 3. und 6. Moment der gemessenen Spektren (unter Annahme eines unendlichen Meßbereichs) berechnet. Diese Momente sollten mit den entsprechenden Werten in höheren Atmosphärenniveaus eher vergleichbar sein als niedrigere Momente, wenn man annimmt, daß sich die Spektren auf dem Fallweg hauptsächlich bei kleinen Durchmessern ändern (Verdunstungseffekt). Nun haben die verwendeten Disdrometer eine untere Detektionsschwelle für kleine Tropfen, die etwa bei  $D = 0.5 \text{ mm}$  liegt. Eine Obergrenze gibt es nicht, jedoch werden alle Tropfen mit  $D > 5 \text{ mm}$  in der Größenklasse bei 5 mm einsortiert. Das dadurch gegebene Abschneideverhalten verursacht einen geringen Fehler in den Parametern  $N_0$  und  $\lambda$ , die aber für die weiteren Betrachtungen unerheblich sind.

In Abbildung 5.6 ist die Funktion  $F_R$  in Abhängigkeit von  $N_0$  und  $\lambda$  für Messungen dargestellt, die

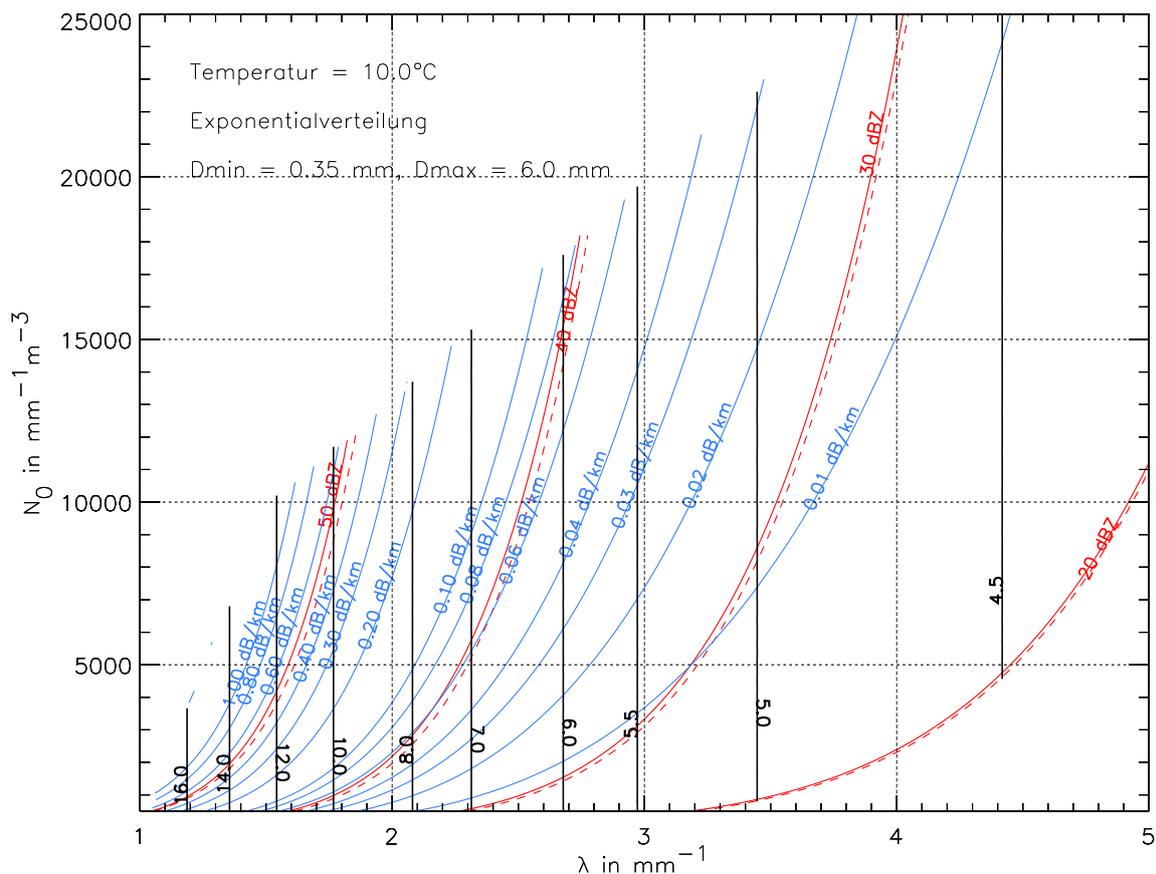


**Abb. 5.7.:** Dichtefunktion der Regenmenge als Funktion von  $N_0 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}$  und  $\lambda$  in  $\text{mm}^{-1}$  für Messungen mit einem Joss-Waldvogel-Disdrometer (einminütige Spektren) in Locarno während der MAP-SOP, Herbst 1999.

im Zeitraum von 1996 bis 2003 auf dem Dach des Institutsgebäudes im Forschungszentrum Karlsruhe (FZK) durchgeführt wurden. Grundlage der Darstellung bilden alle über eine Minute akkumulierten Tropfenspektren mit Regenraten größer  $0.1 \text{ mm h}^{-1}$  (Anzahl 179667, gesamte akkumulierte Menge 3124 mm). Weiß dargestellte Bereiche kennzeichnen nicht vorkommende Parameterkombinationen aus  $N_0$  und  $\lambda$  oder solche mit einer äußerst geringen Niederschlagsmenge. Man erkennt, daß ein Bereich mit kleinen  $\lambda$  und großen  $N_0$  nicht vorzukommen scheint. Einzelne eingestreute Maxima (graue Punkte) erklären sich durch einmalig gemessene Starkniederschlagsspektren, die in diesem Bereich, wenn vorkommend, während einer Minute schon zu einem signifikanten Beitrag führen. 83.9 % der gesamten gefallenen Regenmenge befinden sich im Bereich  $N_0 \in [0 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}, 23000 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}]$ ,  $\lambda \in [1.0 \text{ mm}^{-1}, 5.3 \text{ mm}^{-1}]$ , und jeweils 10 % der Regenmenge liegt bei  $N_0 > 23000 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}$  bzw.  $\lambda > 5.3 \text{ mm}^{-1}$  (Anteile der Randverteilungen). Man beachte, daß sich die angegebenen 10%-Bereiche überlappen (rechte obere Ecke des Schaubildes), wobei im Überlappungsbereich 3.9 % der Regenmenge liegt.

Dieselbe Analyse für den Meßort Locarno während der Special Observing Period des Mesoscale Alpine Programs (MAP-SOP) im Herbst 1999 zeigt ein ganz ähnliches Bild und ist in Abbildung 5.7 dargestellt. Hier wurden einminütige Tropfenspektren des Joss-Waldvogel-Disdrometers des DLR Oberpfaffenhofen verwendet (Anzahl 13566, gesamte akkumulierte Menge  $749 \text{ mm h}^{-1}$ ). Es fällt auf, daß hier relativ mehr Niederschlag bei kleineren  $N_0$  und  $\lambda$  als am Standort FZK gefallen ist, was auf einen stärkeren Einfluß von konvektiven Niederschlägen hinweist. Im Rahmen dieser Arbeit werden in Kapitel 7 auch Radardaten ausgewertet, die während dieses Feldexperimentes in diesem Gebiet aufgezeichnet wurden, deshalb ist die Darstellung hier von besonderem Interesse. Details über die Tropfenspektrenmessungen in Locarno finden sich in Blahak (2000).

Aufgrund der Befunde am FZK und in Locarno wurde der für die Simulationen verwendete  $N_0$ -



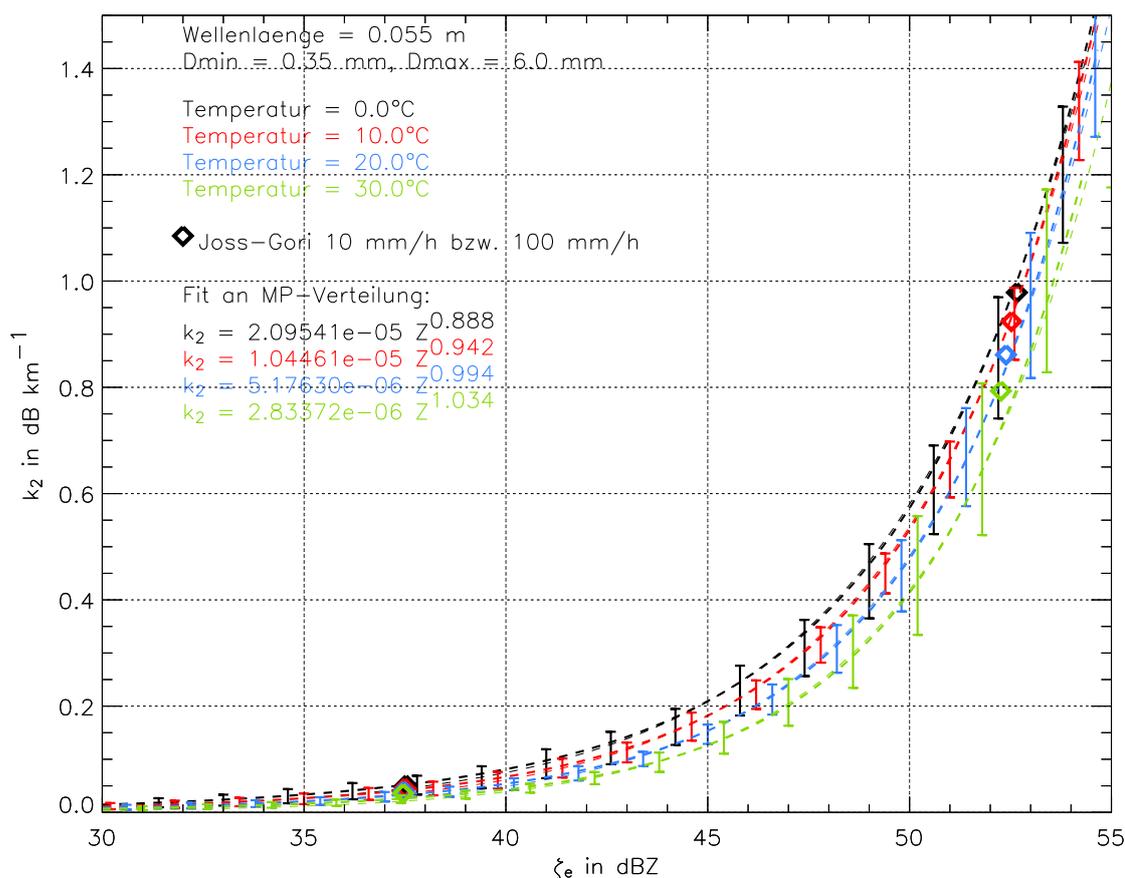
**Abb. 5.8.:** Verschiedene Parameter der betrachteten Exponentialspektren bei  $T = 10^\circ\text{C}$  in Abhängigkeit von den Exponentialparametern  $N_0$  in  $\text{mm}^{-1} \text{m}^{-3}$  und  $\lambda$  in mm. **Rot durchgezogen:**  $Z_e$  in dBZ für C-Band. **Rot gestrichelt:** dasselbe für S-Band. **Blau:**  $k_2$  in  $\text{dB km}^{-1}$  für C-Band. **Schwarz:** Verhältnis von  $k_2$  in C- und S-Band.

Parameterbereich auf  $[500 \text{ mm}^{-1} \text{m}^{-3}, 25000 \text{ mm}^{-1} \text{m}^{-3}]$  festgelegt, wobei zusätzlich nur solche Spektren benutzt wurden, bei denen die Kombination aus  $N_0$  und  $\lambda$  unterhalb der schwarz gestrichelten Linie in den Abbildungen (5.6) und (5.7) liegt (erlaubter Bereich). Insgesamt ergibt sich folgender Variationsbereich der einzelnen Parameter des simulierten Spektrenensembles:

- $T$  aus dem Bereich  $[0^\circ\text{C}, 30^\circ\text{C}]$  in  $5^\circ\text{C}$ -Schritten,
- $N_0$  aus dem Bereich  $[500 \text{ mm}^{-1} \text{m}^{-3}, 25000 \text{ mm}^{-1} \text{m}^{-3}]$  in Schritten von  $100 \text{ mm}^{-1} \text{m}^{-3}$ ,
- $Z_{\text{Rayleigh}}$  aus dem Bereich  $[30 \text{ dBZ}, 60 \text{ dBZ}]$  in Schritten von  $0.5 \text{ dB}$ ,
- $\mu$  aus dem Bereich  $[0, 6]$  in Schritten von  $1$ ,
- $D_{max}$ : 6, 8 und 10 mm ( $D_{min} = 0.35 \text{ mm}$  fest).

Wie schon erwähnt, muß dabei das aus  $N_0$  und  $Z_{\text{Rayleigh}}$  berechnete  $\lambda$  (Schritt 2 im obigen Algorithmus) im von  $N_0$  abhängigen erlaubten Bereich liegen.

Einen Überblick über die Auswertungen vermittelt Abbildung 5.8. Dargestellt sind hier nur Ergebnisse für  $\mu = 0$  (reine Exponentialspektren),  $T = 10^\circ\text{C}$  und  $D_{max} = 6 \text{ mm}$ , doch lassen sich hier bereits prinzipielle Eigenschaften von  $k_2$  und  $Z_e$  für Regen ablesen. Rot durchgezogen dargestellt sind die Isolinien von  $Z_e$  für  $\lambda_0 = 5.5 \text{ cm}$  (C-Band), rot gestrichelt dieselben für  $\lambda_0 = 10.7 \text{ cm}$  (S-Band),



**Abb. 5.9.:** Berechnete  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung im C-Band ( $\zeta_e$  bezeichnet  $Z_e$  in dBZ für  $\lambda_0 = 5.5$  cm,  $k_2$  in  $\text{dB km}^{-1}$ ) bei  $D_{max} = 6$  mm und bei durch verschiedene Farben gekennzeichneten Temperaturen. Gestrichelte Linien: Beziehung für  $N_0 = 8000 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}$ ,  $\mu = 0$  (klassische Marshall-Palmer-Verteilung, MP). Die angegebenen Potenzgesetze sind Zahlenwertgleichungen für  $k_2$  in  $\text{dB km}^{-1}$  und  $Z_e$  in  $\text{mm}^6 \text{ m}^{-3}$  und ergeben sich durch eine Anpassung nach der Methode der kleinsten Quadrate ( $\log k_2$  über  $\log Z_e$ ) an die MP-Beziehungen. Farbige Rauten kennzeichnen die Joss-Gori-Verteilung für 10 bzw.  $100 \text{ mm h}^{-1}$  bei verschiedenen Temperaturen, wobei die Parameter der Verteilungsfunktion der Arbeit von Joss und Gori (1978) entnommen wurden. Die Fehlerbalken kennzeichnen die durch das Spektrensemble simulierte Bandbreite für verschiedene Temperaturen.

beide als Funktion von  $N_0$  und  $\lambda$ . Die blauen Linien kennzeichnen  $k_2$  im C-Band, die schwarzen Linien das Verhältnis von  $k_2$  im C- und S-Band. Man erkennt, daß die Dämpfung im C-Band bei relevanten Dämpfungskoeffizienten von mehr als etwa  $0.03 \text{ dB km}^{-1}$  um mindestens den Faktor 5 größer ist als im S-Band, wobei das Verhältnis bei stärkerer Dämpfung generell noch zunimmt — nahezu unabhängig von  $\lambda$ . Weiterhin lassen sich aus dieser Darstellung  $Z_e$  und  $k_2$  für Exponentialspektren in Abhängigkeit von  $N_0$  und  $\lambda$  ablesen.

Zur Verdeutlichung der Sensitivitäten der  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung ist auch eine andere Form der Darstellung geeignet, wie sie für  $D_{max} = 6$  mm in Abbildung 5.9 und für  $D_{max} = 10$  mm in Abbildung 5.10 zu finden ist. Für das jeweils angegebene  $D_{max}$  enthält jede Abbildung die gesamte Information der Berechnung für alle  $\mu$ -Werte in etwas reduzierter Form. Anstatt der Darstellung von Punktwolken (jedes simulierte Spektrum würde durch einen Punkt in der  $k_2$ - $Z_e$ -Ebene repräsentiert) wurde als gestrichelte Linie der  $k_2$ - $Z_e$ -Zusammenhang bei  $N_0 = 8000 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}$  und  $\mu = 0$  (klassische Marshall-Palmer-Verteilung) bei

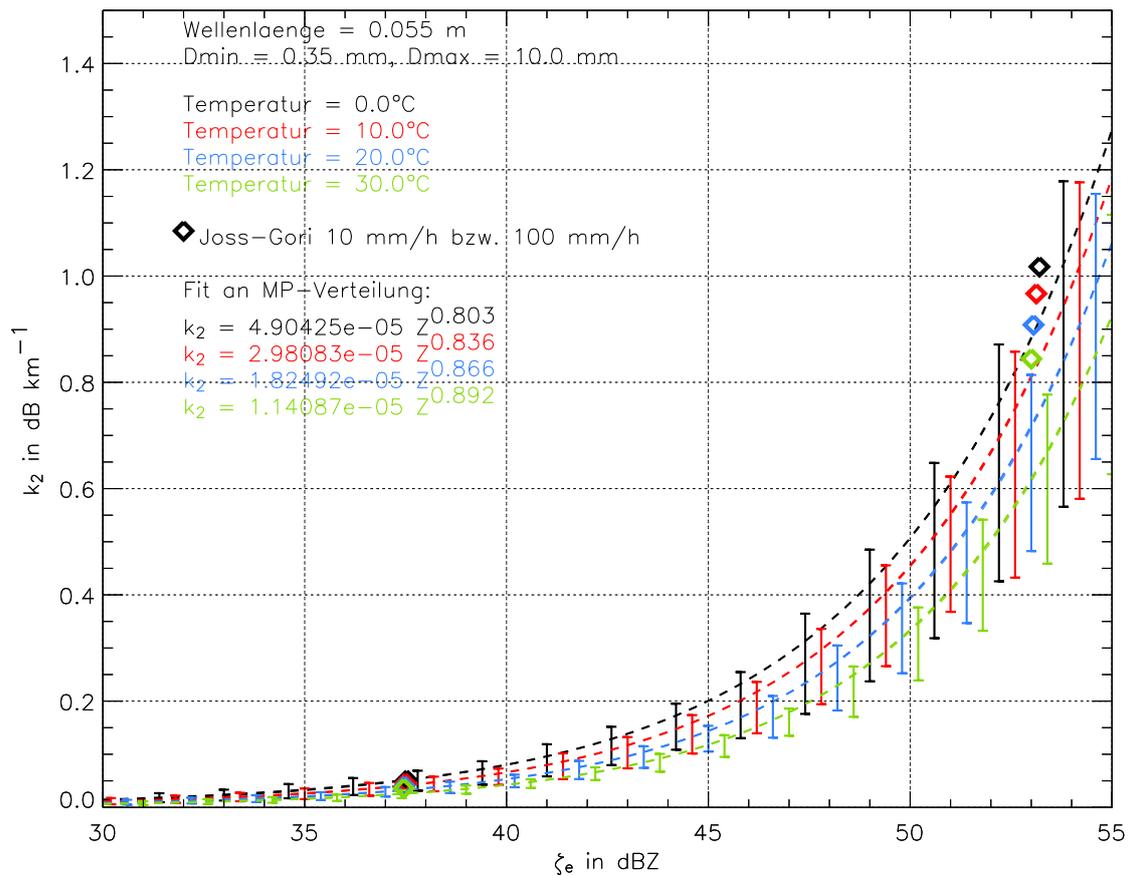


Abb. 5.10.: Analog zu Abbildung 5.9, jedoch für  $D_{max} = 10$  mm.

verschiedenen, farblich gekennzeichneten Temperaturen eingezeichnet und mit den Balken die bei der jeweiligen Reflektivität und Temperatur gegebene Bandbreite von  $k_2$  dargestellt (Minimum und Maximum von  $k_2$  in jeder  $Z_e$ -Klasse bei einer Klassenbreite von 0.5 dB). Die Balken stellen somit eine Näherung der Einhüllenden der Punktwolke bei der jeweiligen Temperatur dar. Dabei wurde je Temperaturwert (je Farbe) nur jeder vierte Balken eingezeichnet, so daß die Bandbreiten bei verschiedenen Temperaturen quasi „ineinandergeschachtelt“ dargestellt sind. Gedanklich hat man lediglich die Enden der gleichfarbigen Fehlerbalken zu verbinden, um die Einhüllende der jeweilig betrachteten Punktwolke zu erhalten.

Generell erkennt man eine mit der Temperatur abnehmende Dämpfung. Außerdem ist  $k_2$  bei derselben Reflektivität und  $D_{max} = 6$  mm um etwa 15 % größer als bei  $D_{max} = 10$  mm. Dies ist darauf zurückzuführen, daß bei der Simulation mit  $D_{max} = 10$  mm einige Tropfen im Durchmesserbereich zwischen 6 und 10 mm hinzukommen, was bei einem einzelnen simulierten Spektrum zu einer relativ gesehen stärkeren Zunahme von  $Z_e$  als von  $k_2$  im Vergleich zur Rechnung mit  $D_{max} = 6$  mm führt. Insgesamt sind damit die Wertepaare in der  $k_2$ - $Z_e$ -Ebene eher zu größeren  $Z_e$ - als zu größeren  $k_2$ -Werten verschoben und bei gleicher Reflektivität finden sich kleinere Dämpfungskoeffizienten. Die nach Joss und Gori (1978) für eine Regenrate von  $100 \text{ mm h}^{-1}$  berechneten Dämpfungskoeffizienten liegen für  $D_{max} = 10$  mm deutlich außerhalb der simulierten Bandbreite — diese Parametrisierung enthält bei gleicher Reflektivität wesentlich weniger große Tropfen und wurde durch sorgfältige Auswertung von am Boden gemessenen Minutenspektren (Meßort: Locarno) entwickelt. Dadurch wird die Vermutung gestützt, daß bei Benut-

zung einer Gamma-Verteilung für die analytisch vorgegebenen Spektren ein  $D_{max}$  von 6 mm aufgrund des Zerplatzens von großen Tropfen sinnvoller sein könnte als ein größerer Wert. Der Gamma-Ansatz kann den Abfall zu großen Tropfen hin offensichtlich nicht flexibel genug darstellen. Es ist außerdem zu erkennen, daß die Bandbreite mit zunehmendem  $D_{max}$  zunimmt und bei  $D_{max} = 10$  mm die Oberhand über die Temperaturvariation gewinnt. Bei  $D_{max} = 6$  mm sind hingegen Temperaturvariation und Bandbreite in etwa gleich, vor allem bei 10°C und 20°C.

In Abbildung 5.9 und Abbildung 5.10 finden sich zusätzlich noch Regressionsfunktionen in Form von Potenzgesetzen für die  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehungen im C-Band bei verschiedenen Temperaturen, gültig für die Marshall-Palmer-Verteilung (Exponentialverteilung mit  $N_0 = 8000 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}$ , MP).  $k_2$  ergibt sich hierbei in  $\text{dB km}^{-1}$ , wenn  $Z_e$  in  $\text{mm}^6 \text{ m}^{-3}$  eingesetzt wird. Die Potenzgesetze sind zusätzlich zu den originalen MP-Beziehungen (gestrichelte Linien) als dünnere gestrichelte Linien in der jeweiligen Farbe eingezeichnet, welche aber meist aufgrund der sehr guten Übereinstimmung in der Strichstärke der Originalbeziehungen verschwinden. Zur Regression (Anpassung einer Geraden an die Auftragung von  $\ln k_2$  über  $\ln Z_e$  mit der Methode der kleinsten Quadrate) wurden nur diejenigen analytisch vorgegebenen Marshall-Palmer-Spektren mit einer Regenrate von mehr als  $20 \text{ mm h}^{-1}$  benutzt. Bei Verwendung auch der übrigen Spektren stimmt die Potenzgesetze mit den Originalbeziehungen bei Reflektivitäten größer 40 dBZ nicht mehr gut überein, was daran liegt, daß bei der Regression logarithmische Abstandsquadrate minimiert werden, also eher relative Abweichungen. Damit liegt das Hauptgewicht auf einer guten Anpassung bei niedrigeren Reflektivitäten. Man ist aber eher an den starken Reflektivitäten interessiert, was durch die geforderte Mindestregenrate bei der Regression erreicht werden kann. Auf die Angabe eines Fehlermaßes für die Anpassung wird verzichtet, weil die Potenzgesetzte meist so gut mit den Originalbeziehungen übereinstimmen, daß sie in den Abbildungen 5.9 und 5.10 kaum zu unterscheiden sind.

Im Falle von  $D_{max} = 6$  mm bewegen sich die Exponenten der angepaßten Potenzgesetze zwischen 0.89 bei 0°C und 1.03 bei 30°C und bei  $D_{max} = 10$  mm liegen sie zwischen 0.80 und 0.89. In der Literatur werden meist wesentlich geringere Exponenten angegeben. Bei Gorgucci et al. (1998) liegen sie beispielsweise zwischen 0.73 und 0.83. Dort wird jedoch im Gegensatz zu dieser Arbeit die Tropfenabplattung berücksichtigt. Zudem verwenden die Autoren eine andere Art der Festlegung der Parametervariationsbereiche für die Gamma-Verteilung und wählen (vermutlich) ein sehr großes  $D_{max}$ . Ihr Vorgehen ist bei Scarchilli et al. (1993) beschrieben und mit dieser Arbeit nicht unmittelbar vergleichbar. Man sollte sich hier nicht allzu sehr mit den Exponenten der Potenzgesetze aufhalten, denn die wichtigere Information ist die Bandbreite (Balken), die sich auch bei Berücksichtigung der Tropfenabplattung in ähnlicher Weise ergeben sollte und die hauptsächlich von der Wahl des Spektrenensembles abhängen dürfte.

Einige hier nicht explizit dargestellten Ergebnisse der Sensitivitätsstudie sind noch von Interesse. Wie nicht anders zu erwarten, wird mit steigendem  $\mu$  der Einfluß von  $D_{max}$  geringer, weil immer weniger große Tropfen im Spektrum vorhanden sind, die unterschiedlich zu  $k_2$  und  $Z_e$  beitragen. Außerdem erklären die reinen Exponentialspektren ( $\mu = 0$ ) bereits 75 % der Bandbreite der  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung, was den Schluß zuläßt, daß für den hier verfolgten Zweck eine Simulation mit reinen Exponentialspektren ausgereicht hätte, deren relevante Parameterbereiche für  $N_0$  und  $\lambda$  aus Messungen leicht ablesbar sind, im Gegensatz zu denen der komplizierteren Parametrisierungen.

Dieselben Spektren zeigen bei Berücksichtigung der Wellenlängen von S- und C-Band jeweils etwas unterschiedliche äquivalente Reflektivitätsfaktoren  $Z_e$ . Zurückzuführen ist das auf die Berücksichtigung der Wellenlängenabhängigkeit der Mie-Streuungsberechnung. Bei  $D_{max} = 6$  mm beträgt der  $Z_e$ -Unterschied zwischen C- und S-Band je nach Spektrum zwischen 0 und -1 dB, wobei die Bandbreite des Unterschieds bei den höheren Reflektivitäten etwas größer ausfällt. Für  $D_{max} = 10$  mm hingegen treten im Falle der Exponentialspektren Unterschiede bis zu etwa 3 dB bei  $Z_e > 40$  dBZ auf, die dann nicht mehr zu vernachlässigen wären. Glücklicherweise sind die Verhältnisse bei einer realistischeren

Beschreibung der Anzahl großer Tropfen durch konvexe Spektren mit  $\mu > 0$  nicht mehr so dramatisch.

Unberücksichtigt bei der Simulation der Bandbreite der  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung blieb die Höhenabhängigkeit der Fallgeschwindigkeit. Diese geht zwar nicht direkt in die Berechnung von  $k_2$  und  $Z_e$  ein, wirkt sich aber indirekt aus, da bei der Festlegung der Parameterbereiche von  $N_0$  und  $\lambda$  von am Boden gemessenen Spektren ausgegangen wurde, wohingegen für eine Radarmessung die Verhältnisse in höheren Atmosphärenschichten maßgeblich sind. Denn im Falle eines höhenkonstanten Niederschlagsflusses sorgt eine Änderung der Fallgeschwindigkeit auf dem Fallweg für eine umgekehrt proportionale Änderung der lokalen spektralen Tropfenzkonzentration. Bei halber Luftdichte (entspricht relativ zum Bodenwert einer Höhe von etwa 5000 m) fallen die Tropfen nach Gleichung (2.15) für  $D$  zwischen 1 und 5 mm etwa um den Faktor 1.3 schneller. Somit beträgt die lokale spektrale Tropfendichte unter der Voraussetzung der Höhenkonstanz des Niederschlagsflusses nur etwa 75 % (1/1.3) des Bodenwertes, was sich bei dem hier benutzten Gamma-Ansatz zur Beschreibung der Spektren in einer Reduktion des Parameters  $N_*$  bzw.  $N_0$  um diesen Faktor ausdrückt. Das „höhenkorrigierte“  $N_0$  ist somit im vorgegebenen Variationsbereich enthalten und die Ergebnisse bezüglich der Bandbreiten sind auch im Sinne einer Größtfehlerbetrachtung für Regenspektren in höheren Schichten anwendbar.

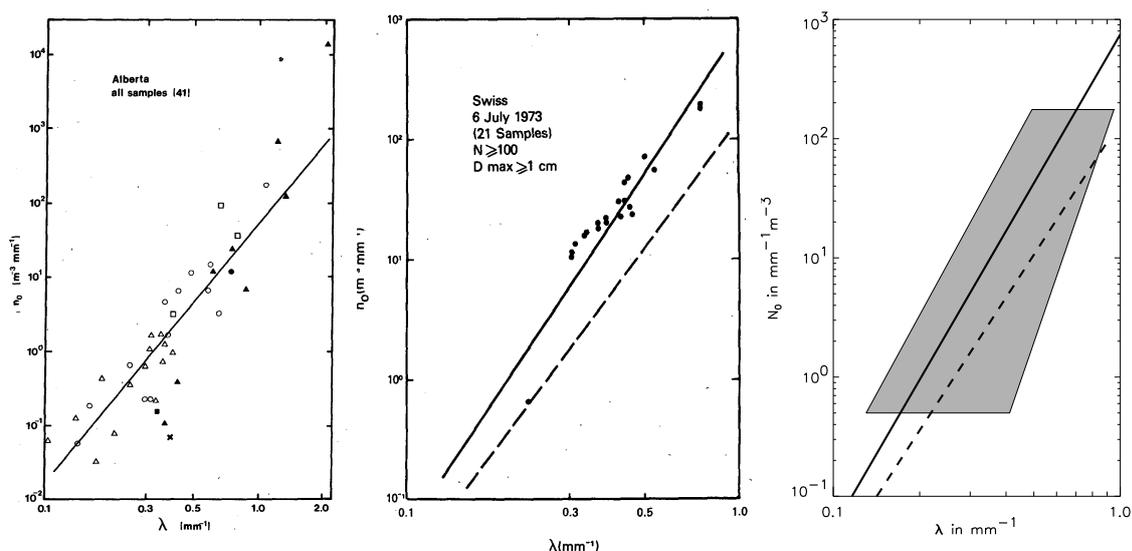
An dieser Stelle soll noch erwähnt werden, daß der in diesem Abschnitt beschriebene Algorithmus zur Erzeugung des Spektrenensembles in jeweils sinnvoll angepaßter Weise auch bei den anderen dargestellten Niederschlagsarten zur Anwendung kommt.

#### 5.4.2. Trockener Hagel

Eine Sensitivitätsstudie für Hagelkörner wurde in ganz analoger Weise zu der in Abschnitt 5.4.1 beschriebenen Berechnungsmethode für Regen durchgeführt. Bei der Vorgabe des Spektrenensembles liegt ebenfalls die Gamma-Verteilung zugrunde. Zur Berechnung der äquivalenten Reflektivitätsfaktoren  $Z_e$  nach Gleichung (3.21) und der Dämpfungskoeffizienten  $k_2$  wurden die Hagelkörner als massive Eiskörner ohne Luft- oder Wassereinschlüsse angenommen. Dies entspricht den meisten in der Literatur beschriebenen Naturbeobachtungen (z.B. Federer und Waldvogel, 1975), wo der überwiegende Anteil der untersuchten Hagelkörner aus mehr oder weniger massivem Eis bestanden hat und nur wenige Teilchen signifikante Luft- und/ oder Wassereinschlüsse aufwiesen (englisch: spongy ice). Die Form von Hagelkörnern erstreckt sich dabei von kugelförmig über abgeplattet bis unregelmäßig geklumpt, je nach den beteiligten meteorologischen Entstehungsmechanismen. Dies bleibt im Folgenden aber unberücksichtigt: Hagelkörner werden als massive Eiskugeln angenommen, indem bei den Rückstreurechnungen die Mie-Formeln für einfache Kugeln zur Anwendung kamen (Brechungsindex von Eis nach dem Modell von Warren, 1984).

Eine ausführliche Darstellung der mikrophysikalischen Eigenschaften von Hagel würden den Rahmen dieses Kapitels weit überschreiten. Es sei hier z.B. auf das Lehrbuch von Pruppacher und Klett (1997) verwiesen.

Die beim Spektrenensemble variierten Parameter sind dieselben wie bei der Regenberechnung im vorangegangenen Abschnitt, einzig und allein die Variationsbereiche müssen neu festgelegt werden. Was die Form von Hagelspektren anbelangt, gibt es viel weniger in der Literatur veröffentlichte Messungen wie für Regenspektren. Die vorhandenen Berichte deuten darauf hin, daß in vielen Fällen eine Beschreibung durch eine Exponentialfunktion angebracht ist (z.B. Federer und Waldvogel, 1975, Cheng und English, 1983, Waldvogel et al., 1978), in einigen Fällen aber von einem mehr oder weniger monodispersen Spektrum (stark konvex) ausgegangen werden muß (Carte und Held, 1978). Letzteres könnte durch Sortiereffekte zustande kommen, verursacht z.B. durch die unterschiedliche Sedimentationsgeschwindigkeiten von unterschiedlich großen Hagelkörnern in Verbindung mit dem Aufwindgebiet der Zelle (kleine Körner werden nach oben transportiert, mittlere verweilen bei konstanter Höhe und große fallen gegen den Aufwind nach unten). Verwendet man die Gamma-Verteilung als analytische Modell-



**Abb. 5.11.:** Links:  $N_0$  (bzw.  $n_0$ ) in  $\text{mm}^{-1} \text{m}^{-3}$  als Funktion von  $\lambda$  in  $\text{mm}^{-1}$  für Exponentialfits an gemessene Hagelspektren während des Jahres 1980 in Alberta, Kanada; aus Cheng und English (1983). Jedes Symbol repräsentiert ein Spektrum.  $N_0$  (Ordinate) logarithmisch dargestellt von  $10^{-2}$  bis  $10^4 \text{ mm}^{-1} \text{m}^{-3}$  (kaum zu erkennen). Durchgezogene Linie: angepaßtes Potenzgesetz. Mitte: Dasselbe für gemessene Hagelspektren (Punkte) einer Gewitterzelle von 1973 aus der Schweiz von Federer und Waldvogel (1975); Darstellung ebenfalls aus Cheng und English (1983).  $N_0$  logarithmisch von  $10^{-1}$  bis  $10^3 \text{ mm}^{-1} \text{m}^{-3}$  (ebenfalls kaum zu erkennen). Gestrichelt: Potenzgesetz für die Punktwolke der linken Abbildung, bereinigt um die statistisch unsicher gemessenen Spektren. Durchgezogen: Potenzgesetz an die Schweizer Spektren. Rechts: Grau: analytisch vorgegebener  $N_0$ - und  $\lambda$ -Bereich des Hagelspektrenensembles unter Berücksichtigung von  $R < 400 \text{ mmh}^{-1}$ . Potenzgesetze wie in der mittleren Abbildung. Man beachte die unterschiedlichen Achsenskalierungen der einzelnen Abbildungen.

funktion, dann muß der Formparameter  $\mu$  also in einem viel größeren Bereich variiert werden — dieser steuert den Grad der „Konvexität“. Die maximale Größe  $D_{max}$  der Hagelkörner hängt stark vom Hageleignis ab und wurde in dieser Arbeit zwischen 3 cm und 5 cm variiert. Der minimale Durchmesser  $D_{min}$  wird willkürlich auf 3 mm gesetzt. Für den Parameter  $N_0$  deuten Literaturwerte auf einen Bereich von etwa  $0.1 \text{ mm}^{-1} \text{m}^{-3}$ - bis  $175 \text{ mm}^{-1} \text{m}^{-3}$  hin (Federer und Waldvogel, 1975, Cheng und English, 1983). Was  $Z_e$  betrifft, sind bei der Radarbeobachtung von konvektiven Systemen mit bekanntem Hagelniederschlag Werte bis über 70 dBZ anzutreffen, wobei aber meist nicht bekannt ist, ob die Eiskörner dabei trocken oder schmelzend sind.

Zusammenfassend ergibt sich für die Variationsbereiche:

- $T$  aus dem Bereich  $[-30^\circ\text{C}, 0^\circ\text{C}]$  in  $10^\circ\text{C}$ -Schritten,
- $N_0$  aus dem Bereich  $[0.5 \text{ mm}^{-1} \text{m}^{-3}, 175 \text{ mm}^{-1} \text{m}^{-3}]$  in Schritten von  $0.5 \text{ mm}^{-1} \text{m}^{-3}$ ,
- $Z_{\text{Rayleigh}}$  aus dem Bereich  $[45 \text{ dBZ}, 80 \text{ dBZ}]$  in Schritten von 0.5 dB,
- $\mu$  aus dem Bereich 0, 18 in Schritten von 3,
- $D_{max}$ : 30, 40 und 50 mm.

$Z_{\text{Rayleigh}}$  stellt hier den äquivalenten Reflektivitätsfaktor bei Rayleigh-Streuung an Eisteilchen dar. Bei

der Simulation der reinen Exponentialspektren ( $\mu = 0$ ) ist Schritt 3 des Algorithmus im vorigen Abschnitt demzufolge leicht abzuwandeln:

$$\lambda = \left( \frac{N_0 \Gamma(7)}{M_{6,\infty}} \right)^{1/7} = \left( \frac{N_0 \Gamma(7)}{Z_{\text{Rayleigh}} |K_w|^2 / |K_i|^2} \right)^{1/7} \quad (5.36)$$

Das Verhältnis der Dielektrizitätsfaktoren  $|K_w|^2 / |K_i|^2$  berücksichtigt die Messung von Eiskörnern anstatt von Regentropfen beim äquivalenten Rayleigh-Reflektivitätsfaktor, denn in diesem Falle gilt

$$Z_{\text{Rayleigh}} = \frac{|K_i|^2}{|K_w|^2} M_{6,\infty} \quad (5.37)$$

Benutzt man das Fallgeschwindigkeitsgesetz  $v = 3.8 D_k^{0.5}$ ,  $v$  in  $\text{m s}^{-1}$ ,  $D_k$  in mm (Newton'sche Reibung, Widerstandsbeiwert 0.6 nach Rasmussen und Heymsfield, 1987,  $\rho_i = 900 \text{ kg m}^{-3}$ ,  $\rho_{\text{Luft}} = 1.2 \text{ kg m}^{-3}$ ) so ergeben sich bei manchen Spektren des Ensembles Niederschlagsraten bis zu mehreren  $1000 \text{ mm h}^{-1}$  (wasseräquivalent). Solche unrealistischen Spektren werden durch Festsetzen einer maximal erlaubten Niederschlagsrate von  $400 \text{ mm h}^{-1}$  eliminiert. Es sollte klar sein, daß solche immensen Niederschlagsraten nicht über eine längere Zeit auftreten, sondern nur momentan.

Ansonsten verläuft die Auswertung der Sensitivitäten für Hagel nach dem gleichen Schema wie bei Regen. Die Prozedur ergibt für die reinen Exponentialspektren einen zu betrachtenden  $N_0$ - $\lambda$ -Bereich, der die experimentell von Federer und Waldvogel (1975) und Cheng und English (1983) für einzelne Ereignisse gefundenen Bereiche beinhaltet und erweitert. In Abbildung 5.11 sind letztere zusammen mit dem betrachteten  $N_0$ - $\lambda$ -Bereich dargestellt. Man erkennt, daß das Spektrenensemble bei festem  $N_0$  einen im Vergleich zu den Messungen sehr breiten  $\lambda$ -Bereich umfaßt. Dies erscheint im Sinne einer Abschätzung der maximal möglichen natürlichen Variabilität aber durchaus sinnvoll. In diesem Sinne ist auch der sehr große Variationsbereich des Parameters  $\mu$  (0 – 18) zu verstehen, der im Vergleich zur Regensimulation viel engere Spektren erzeugt (vergleiche Abbildung 5.5 für Regen, wo  $\mu \in [0, 6]$ ).

Die Ergebnisse sind in gleicher Weise wie bei den Regenberechnungen in Abbildung 5.12 ( $T = 10^\circ\text{C}$ ,  $D_{\text{max}} = 40 \text{ mm}$ , nur Exponentialspektren mit  $\mu = 0$ ) und Abbildung 5.13 ( $D_{\text{max}} = 40 \text{ mm}$ , alle Spektren) dargestellt. Abbildung 5.12 zeigt wiederum die Isolinienarstellung von  $Z_e$  für die S-Band-Wellenlänge (rot gestrichelt),  $Z_e$  für C-Band-Wellenlänge (rot durchgezogen),  $k_2$  für C-Band (blau) und das Verhältnis von  $k_2$  für C-Band zu dem für S-Band (schwarz), jeweils als Funktion von  $N_0$  und  $\lambda$ . Letzteres ist im gesamten simulierten Bereich größer als 10. Die Dämpfung im C-Band selbst nimmt erst bei Reflektivitäten größer 55 dBZ signifikante Werte an ( $k_2 > 0.05 \text{ dB km}^{-1}$ ), erreicht aber im Extremfall von 65 dBZ Werte von 1 bis  $2 \text{ dB km}^{-1}$ . Klar erkennbar ist auch ein deutlicher Unterschied zwischen C- und S-Band-Reflektivitäten von z.T. mehreren dB, der auf die Effekte durch Mie-Streuung zurückzuführen ist (siehe auch Abbildung 5.14, in der die Bandbreite dieses Unterschieds als Funktion von  $Z_e$  für S-Band für verschiedene Untermengen des simulierten Spektrenensembles dargestellt ist).

In Abbildung 5.13 sieht man zunächst, daß es keine nennenswerte Temperaturabhängigkeit der  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung gibt, denn die gestrichelten Kurven ( $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung für Exponentialspektren mit  $N_0 = 50 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}$ ) für die verschiedenen Temperaturen liegen alle übereinander. Im Vergleich zu der Regensimulation ist die Bandbreite viel größer, wobei die reinen Exponentialspektren bei  $Z_e < 55 \text{ dBZ}$  praktisch die gesamte Bandbreite erklären (hier nicht explizit dargestellt). Bei größeren Reflektivitäten gilt dies zunehmend weniger, im Mittel wird dort nur etwa 60 % der Bandbreite von den Exponentialspektren erklärt. Generell ist die Dämpfung bei gleicher Reflektivität kleiner als bei Regen. Die in Abbildung 5.13 angegebenen Potenzgesetze gelten für Exponentialspektren mit festem  $N_0 = 50 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}$  (analog zur Marshall-Palmer-Verteilung) und wurden für Niederschlagsraten zwischen

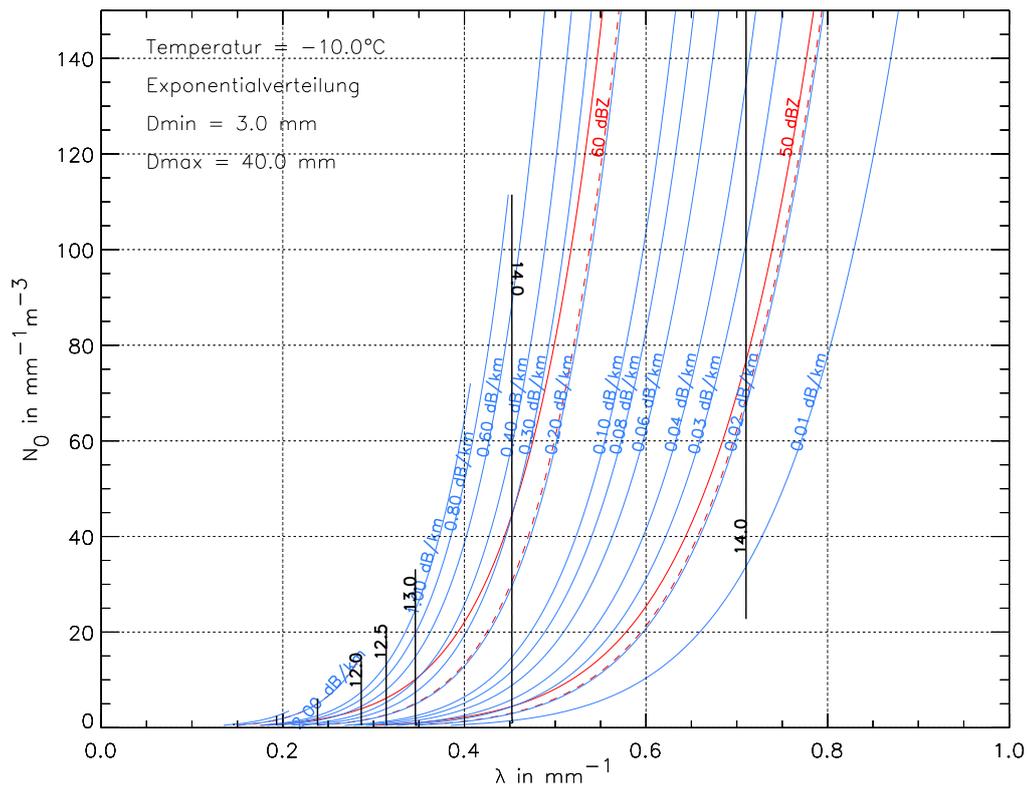


Abb. 5.12.: Analog zu Abbildung 5.8, jedoch für trockenen Hagel mit  $D_{max} = 40$  mm bei  $T = -10^{\circ}\text{C}$ .

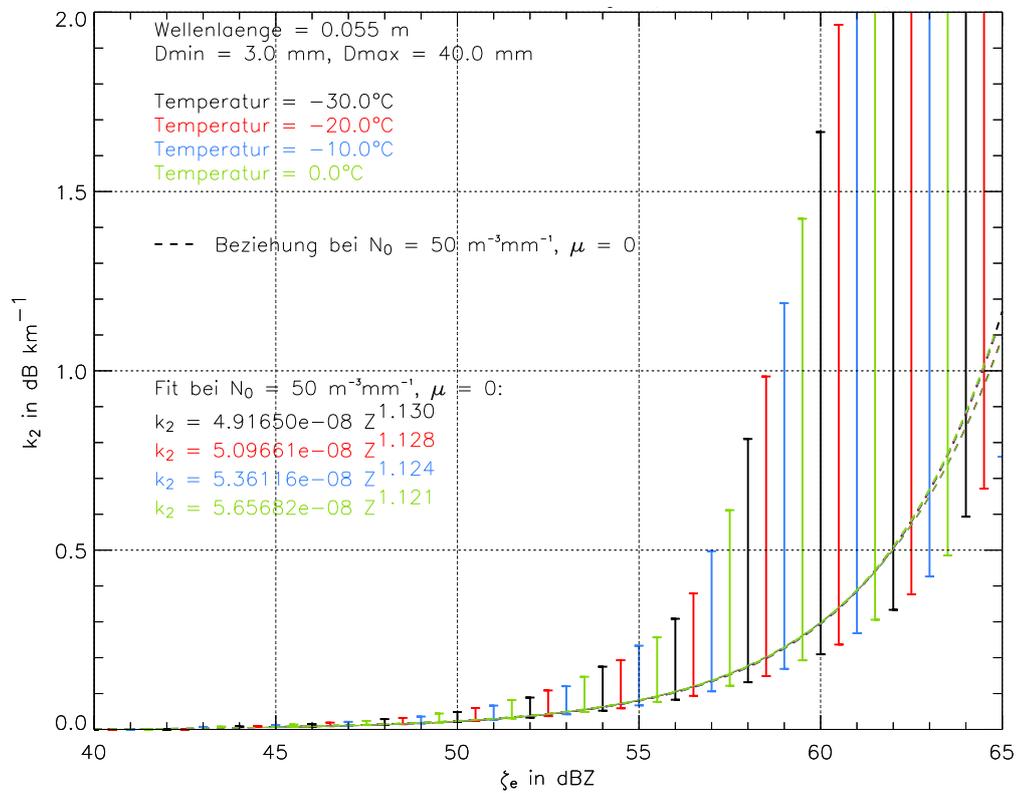
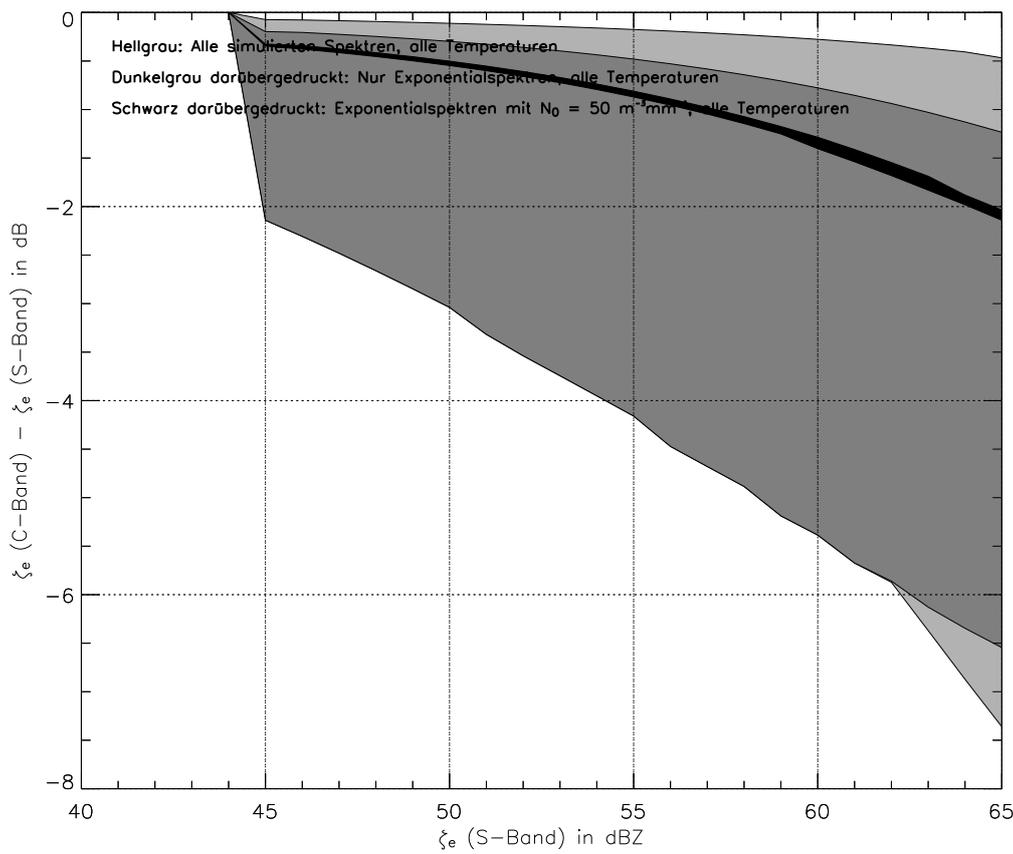


Abb. 5.13.: Analog zu Abbildung 5.9, jedoch für trockenen Hagel mit  $D_{max} = 40$  mm.



**Abb. 5.14.:** Bandbreite des  $Z_e$ -Unterschieds zwischen C- und S-Band in dB für das simulierte Hagelspektrenensemble als Funktion von  $Z_e$  (S-Band) in dBZ. **Schwarz:** Nur Spektren mit  $N_0 = 50 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}$  und  $\mu = 0$  berücksichtigt. **Dunkelgrau:** Nur Spektren mit  $\mu = 0$  (alle Exponentialspektren) berücksichtigt. **Hellgrau:** alle Spektren berücksichtigt.

30 und  $300 \text{ mm h}^{-1}$  mit der Methode der kleinsten Quadrate logarithmisch angepaßt. Die Unterschiede zu den der Anpassung zugrunde liegenden Daten verschwinden in Abbildung 5.13 jeweils in der Strickstärke. Für die Exponenten dieser Potenzgesetze ergibt sich ein Wert von etwa 1.1.

Auch hier bleibt die Höhenabhängigkeit der Fallgeschwindigkeit unberücksichtigt. Qualitativ gilt das für die Regensimulation im vorigen Abschnitt Gesagte auch bei Hagel.

### 5.4.3. Schmelzender Hagel

Ist die Dämpfung bei trockenem Hagel vergleichsweise gering, so erwartet man bei beginnendem Schmelzen (Eiskugel mit Wasserhaut) einen massiven Anstieg von  $k_2$  und auch  $Z_e$  aufgrund des wesentlich größeren Real- und Imaginärteils des komplexen Brechungsindex von Wasser.

Die Auswirkungen auf die  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung werden mit demselben Hagelspektrenensemble wie im vorigen Abschnitt behandelt. Die Hagelkörner sind hier jedoch als zweischalige Kugeln modelliert, die aus einem Eiskern mit Wasserhaut bestehen. Dabei stellt der Größenparameter  $D_k$  des Spektrums jetzt den Außendurchmesser dar, so daß der Radius des Eiskerns um die Dicke der Wasserhaut kleiner ist. Hierdurch wird sozusagen der Beginn des Schmelzens der Hagelspektren vom letzten Abschnitt simuliert. Die Temperatur wird dabei aber lediglich im Bereich  $[-5^\circ\text{C}, 5^\circ\text{C}]$  variiert, wobei die Temperatur

des Eiskerns bei  $T > 0^\circ\text{C}$  auf dem Wert  $0^\circ\text{C}$  festgehalten wird (solange das Eis schmilzt, bleibt dessen Temperatur bekanntlich beim Gefrierpunkt).

In der Literatur sind bereits einige Ergebnisse zu schmelzendem Hagel veröffentlicht, z.B. Berechnungen von  $k_2$  und  $Z_e$  für einzelne kugelförmige Körner mit Wasserhaut (Herman und Battan, 1961, Battan, 1971), für „spongy-ice“-Kugeln oder für Eiskugeln mit einer Haut aus „spongy ice“ (Battan und Bohren, 1986). In einigen Fällen wurde  $k_2$  auch für einzelne Exponential- oder monodisperse Spektren bestimmt (z.B. Battan und Bohren, 1986), aber der Versuch einer Sensitivitätsstudie in der hier vorgestellten Ausführlichkeit ist vermutlich neu.

Die Dicke der Wasserhaut ist ein Parameter von zentraler Bedeutung. Für eine sinnvolle Festlegung muß man das Schmelzen von Hagelkörnern näher betrachten. Nach Untersuchungen von Rasmussen et al. (1984) verläuft der Schmelzvorgang eines großen Hagelkorns ( $D_k > 9$  mm) in etwa wie folgt: Das schmelzende Wasser bildet zunächst einen Torus (Ring) um den Äquator des Hagelkorns. Übersteigt die Wassermenge in diesem Torus eine bestimmte Stabilitätsgrenze, kann die Oberflächenspannung das Wasser nicht mehr zusammenhalten und kleine Tröpfchen lösen sich solange ab (englisch: shedding), bis die kritische Wassermenge wieder unterschritten wird. Es bildet sich ein dynamisches Gleichgewicht zwischen Schmelzen und Ablösen aus, was die Wassermenge im Torus in der Nähe der kritischen Wassermenge festhält. Diese kritische Menge hängt von der Größe des noch verbleibenden Eiskerns ab und wird in der Arbeit von Rasmussen und Heymsfield (1987) in der Form

$$\frac{m_{\text{torus,crit}}}{m_0} = 0.268 + 0.1389 \frac{m_{\text{icecore}}}{m_0} \quad (5.38)$$

angegeben.  $m_{\text{icecore}}$  bezeichnet die Masse des Eiskerns,  $m_{\text{torus,crit}}$  die kritische Wassermasse im Torus und  $m_0$  beträgt 1 g. Diese Beziehung ist eine Regressionsfunktion an Meßwerte eines aufwendigen Windkanalexperiments, beschrieben in Rasmussen et al. (1984), und gilt für gleichmäßige, wenig turbulente Umströmung. Wird das schmelzende Korn schließlich kleiner als  $D_k = 9$  mm, so findet kein shedding mehr statt, und der verbleibende Eiskern wird in einem großen Wassertropfen eingeschlossen.

Um dieses Schema nachzubilden, wurde die Dicke der Wasserhaut (äußere Kugelschale) so bestimmt, daß bei einem Außendurchmesser von  $D_k > 9$  mm die Massen von Eiskern und Wasserhaut die Beziehung (5.38) für die kritische Wassermasse erfüllen. Bei kleinerem  $D_k$  wird die Dicke auf den Wert bei  $D = 9$  mm gesetzt. Dieser entspricht gleichzeitig der maximal simulierten Dicke der Wasserschicht von 1.6 mm. Somit muß der Durchmesser des kleinsten Kornes im Spektrum,  $D_{\text{min}}$ , auf einen Wert größer als 3.2 mm gesetzt werden, damit in dem Korn noch ein Eiskern vorhanden ist (hier:  $D_{\text{min}} = 3.5$  mm). Der Wassertorus wird auf diese Weise durch eine Kugelschale angenähert. Bei den großen Hagelkörnern liefert Gleichung (5.38) Wasserhautdicken von etwa 1 mm. Somit wird in gewissem Sinne das Schmelzstadium zum Zeitpunkt des Sheddingbeginns simuliert, unter der Annahme, daß alle Körner gleichzeitig die kritische Wassermasse erreichen. Dies entspricht vermutlich nicht ganz der Realität, aber die Auswirkungen gehen sicherlich in dem über einen weiten Bereich von Hagelspektren simulierten Ensemble völlig unter.

Ein Auszug aus den Ergebnissen findet sich in der gewohnten Weise in Abbildung 5.15 (nur Exponentialspektren,  $T = 0^\circ\text{C}$ ) und Abbildung 5.16. Dargestellt sind nur Ergebnisse für  $D_{\text{max}} = 40$  mm. Im Vergleich zu trockenem Hagel ist hier bei gleichem Exponentialspektrum (Abbildung 5.15) die Reflektivität um ca. 5 – 10 dB größer, gleichzeitig aber auch  $k_2$  um ungefähr einen Faktor 10 – 30. Dies wirkt sich insgesamt so aus, daß bei derselben C-Band-Reflektivität für schmelzenden Hagel etwas mehr Dämpfung auftritt als bei trockenem, was durch einen Vergleich von Abbildung 5.16 mit Abbildung 5.13 ersichtlich wird. Bei  $\zeta_e = 65$  dBZ beläuft sich  $k_2$  auf  $2 \text{ dB km}^{-1}$ , etwa doppelt so viel wie bei trockenem Hagel und derselben Reflektivität. Insgesamt ist eine schwache Temperaturabhängigkeit zu beobachten, die auf die Wirkung der Wasserhaut zurückgeführt werden kann (bei trockenem Hagel

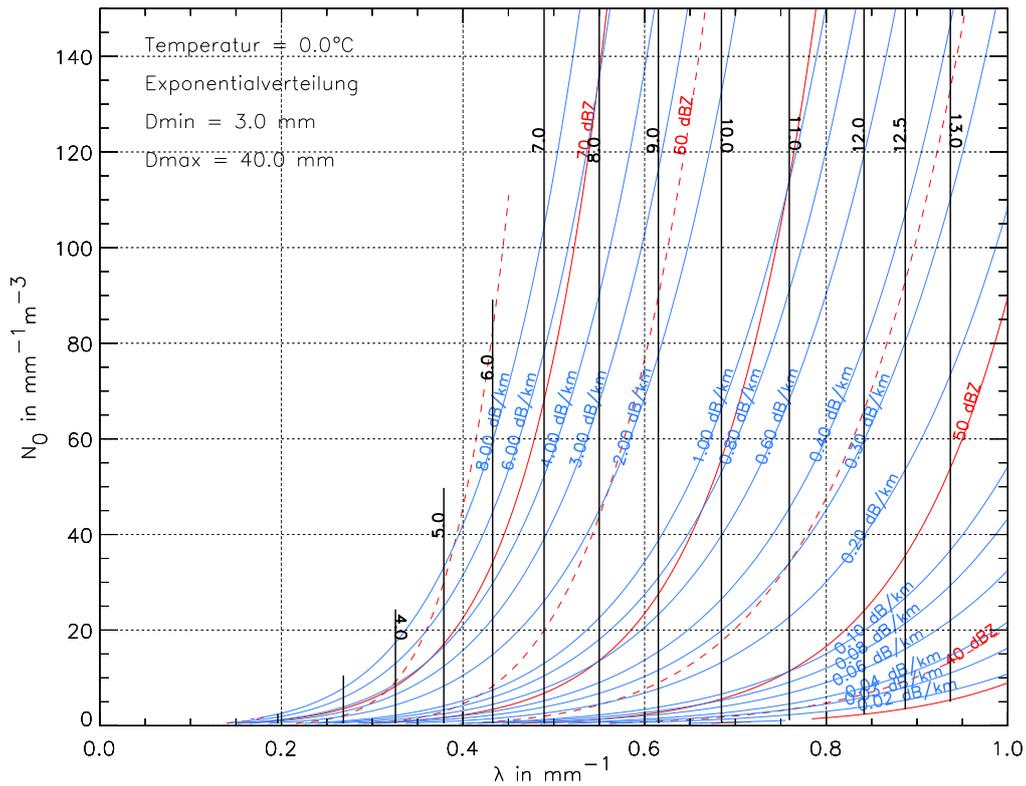


Abb. 5.15.: Analog zu Abbildung 5.8, jedoch für schmelzenden Hagel mit  $D_{max} = 40$  mm bei  $T = 0^\circ\text{C}$ .

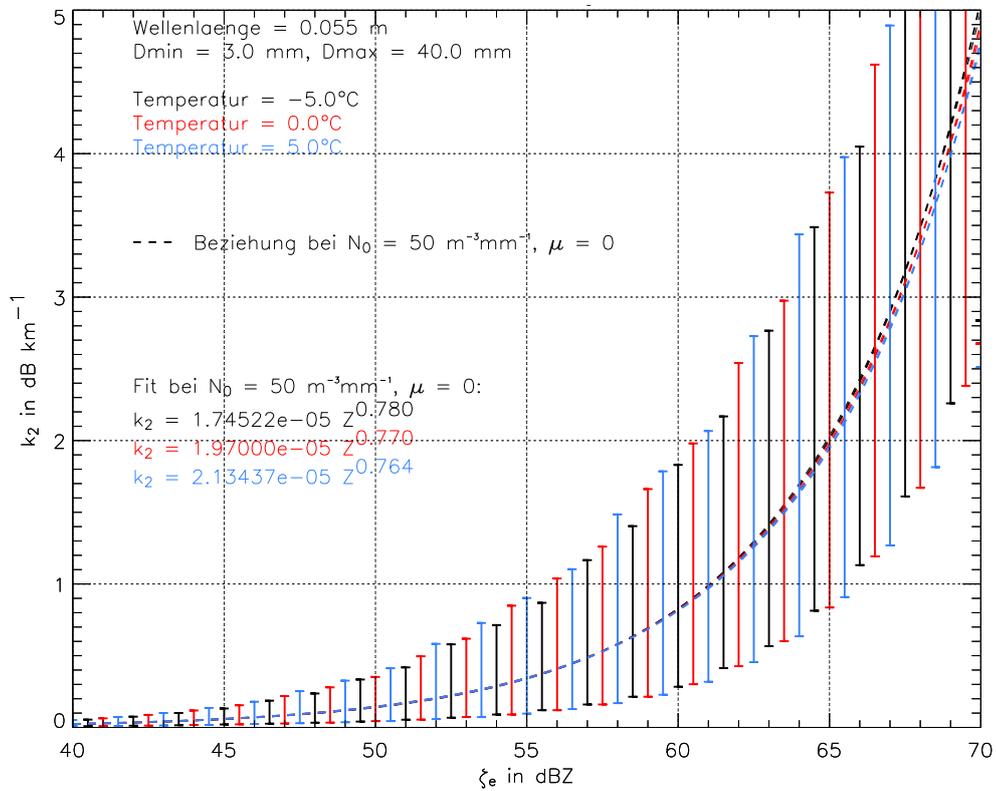
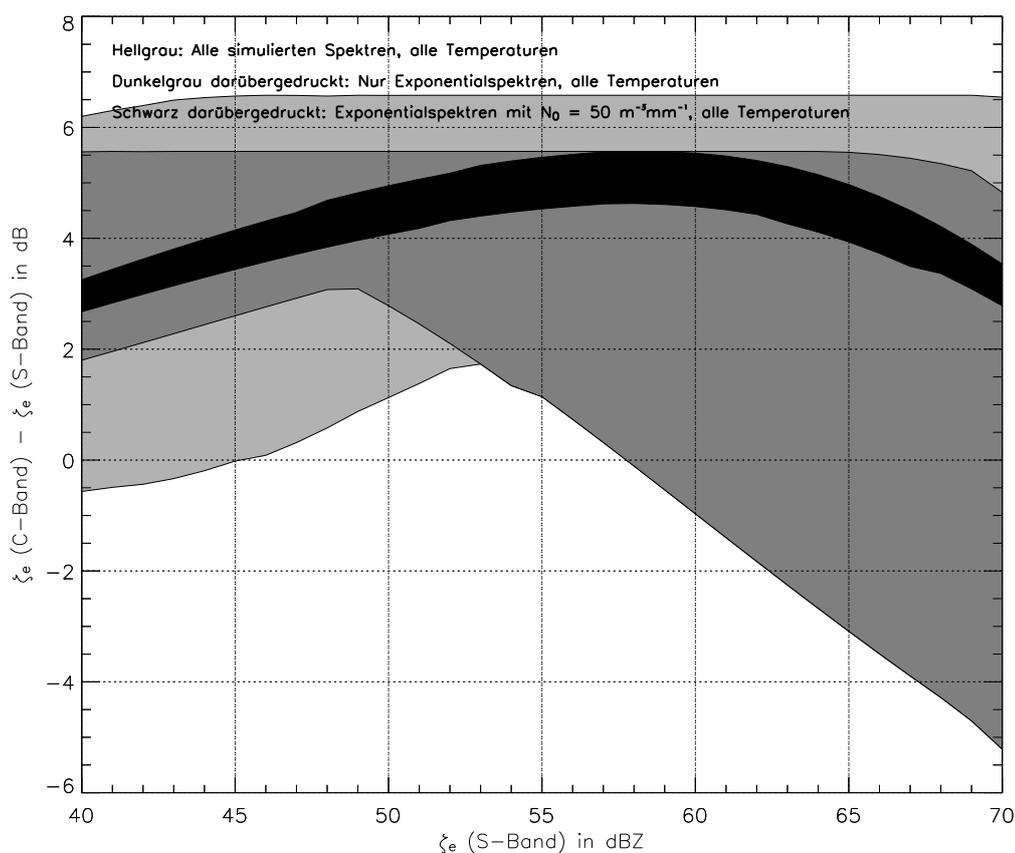


Abb. 5.16.: Analog zu Abbildung 5.9, jedoch für schmelzenden Hagel mit  $D_{max} = 40$  mm.



**Abb. 5.17.:** Analog zu Abbildung 5.14, jedoch für schmelzenden Hagel

ist nahezu keine Temperaturabhängigkeit festzustellen). Die Bandbreite der  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung ist auch hier recht groß und nimmt zu größeren Reflektivitäten hin zu. Die Beziehung für die Spektrenuntermenge mit  $N_0 = 50 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}$  und  $\mu = 0$  liegt hier aber eher in der Mitte der Schwankungsbreite als bei trockenem Hagel, wo diese Beziehung eher am unteren Rande angesiedelt ist. Betrachtet man die in Abbildung 5.16 angegebenen Regressionsfunktionen, so fällt der mit ca. 0.77 im Vergleich zu trockenem Hagel wesentlich kleinere Exponent auf (dort ca. 1.1). Die Regression wurde auch hier nur für Niederschlagsraten zwischen 30 und  $300 \text{ mm h}^{-1}$  durchgeführt.

Ähnlich groß wie bei trockenem Hagel fällt der Unterschied von  $Z_e$  für die C- und S-Band-Wellenlängen aus (dargestellt in Abbildung 5.17), der Werte bis zu 6 dB annehmen kann. Das Vorzeichen kann hier aber sowohl negativ als auch positiv sein!

Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurden folgende Ergebnisse nicht explizit gezeigt: Die reinen Exponentialspektren erklären im Mittel nur etwa 50 % der Bandbreite der  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung, was an dem recht großen Variationsbereich des Parameters  $\mu$  liegen dürfte. Außerdem konnte keine nennenswerte Abhängigkeit von  $D_{max}$  festgestellt werden. Ein Wert von 30 – 50 mm scheint hier jenseits der Einflußgrenze zu liegen.

Es sei darauf hingewiesen, daß in den hier vorliegenden Simulationen nur ein sehr einfaches (aber nichtsdestoweniger realistisches) Schema von schmelzenden Hagelkörnern untersucht wurde, um die Zahl der variierten Parameter in überschaubaren Grenzen zu halten. In der Literatur findet man eine ganze Reihe von Untersuchungen zur Abhängigkeit der Streuquerschnitte von verschiedenen internen

Parametern, meist aber nur für einzelne Partikel und nicht für ein ganzes Spektrum: Dicke der Wasserschicht (Herman und Battan, 1961), Form (Longtin et al., 1987), Topologie der Eis-Wasser-Mischung bei „spongy ice“ (Chýlek et al., 1991) oder der Einfluß von Lufteinschlüssen (Fujiki et al., 1994), um nur einige zu nennen. Sorgfältige Messungen der Rückstreuungseigenschaften von künstlich erzeugtem schmelzendem Hagel finden sich bei z.B. Joss (1964) und Joss und Aufdermaur (1965).

Es ist nun unbekannt, wie sich eine zusätzliche Variation dieser internen Parameter auf die Bandbreite der  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung auswirkt. Vermutlich ist die Variation aber nicht größer als die hier ohnehin schon simulierte große Bandbreite, so daß letztere zumindest als qualitativer Anhaltspunkt gelten kann.

#### 5.4.4. Trockener Graupel

Trockene Schneepartikel zeigen bezüglich ihrer Form und Dichte eine beträchtliche Variabilität. Ihre Form reicht von monokristallinen Plättchen oder Säulchen (kleinste Wolkeneispartikel) bis zu größeren Dendriten und Agglomeraten (zusammenhaftende Dendriten), die man gemeinhin als Schneeflocken bezeichnet. Sind die Partikel stark bereift (Anfrieren von unterkühlten Wolkentröpfchen), so bezeichnet man sie auch als Graupel. Der Grad der Bereifung und somit die Partikeldichte kann dabei den Wert von massivem Eis erreichen. Nicht bereifte Agglomerate können hingegen Dichten von unter  $10 \text{ kg m}^{-3}$  aufweisen. Als Dichte wird hierbei die Partialdichte von Eis benutzt (Masse Eis pro Volumen).

Was die Streueigenschaften angeht, erwartet man aufgrund des kleinen Imaginärteils des Brechungsindex von Eis eine sehr geringe Dämpfungswirkung (z.B. Gunn und East, 1954). Methodik und Ergebnisse sollen hier aber trotzdem vorgestellt werden, weil die Art der „sinnvollen“ Spektrensimulation später als Basis für schmelzende Schnee- und Graupelpartikel hergenommen wird. Im Folgenden wird als erstes die Simulation von Graupelspektren beschrieben und danach die von Schneeflocken.

Trockene Graupelteilchen werden als einfache Kugeln modelliert, bestehend aus einer homogenen Mischung von Luft und Eis. Zur Beschreibung des effektiven Brechungsindex dieser Mischung wird die Approximation nach Maxwell-Garnett verwendet (Gleichung (5.30) für zwei Konstituenten), wobei die Einschlüsse als oblate Sphäroide angenommen sind (Gleichung (5.31) für die Koeffizienten  $b_j$ ). Die für die Berechnung der relativen Volumenanteile benötigte Partialdichte  $\rho_g$  der Eis-Luft-Mischung folgt dabei als Funktion des äquivalenten Kugeldurchmessers  $D_g$  aus empirisch gefundenen Eismasse-Durchmesser-Potenzgesetzen der Form

$$m_g = a \left( \frac{D_g}{D_0} \right)^b, \quad (5.39)$$

wobei  $m_g$  die Partialmasse von Eis darstellt.  $D_0$  ist ein Referenzdurchmesser (z.B. 1 mm),  $a$  und  $b$  empirische Koeffizienten, wobei  $a$  die Einheit kg hat. Man beachte, daß  $D_g$  prinzipiell dem bisher verwendeten allgemeinen  $D_k$  gleicht, wobei der Index  $g$  andeuten soll, daß der äquivalenten Kugeldurchmesser hier einem für Graupel gültigen Potenzgesetz der Form (5.39) folgt. Für Schnee wird später der Index  $s$  verwendet. Die Partialdichte  $\rho_g$  bestimmt sich dann zu

$$\rho_g = \frac{m_g}{\frac{\pi}{6} D_g^3}. \quad (5.40)$$

Für Graupelteilchen werden die Parameter  $a = 6 \cdot 10^{-8} \text{ kg}$ ,  $b = 3.21$  und  $D_0 = 1 \text{ mm}$  verwendet (nach Heymsfield und Kajikawa, 1987, „lump graupel“,  $T < 0.5^\circ\text{C}$ ). Heymsfield und Kajikawa (1987) verwenden als Durchmesser einen Mittelwert aus dem Minimal- und Maximaldurchmesser einer zwei-dimensionalen Teilchenprojektion (Photografie) — im Folgenden wird angenommen, daß dieser in etwa dem volumenäquivalenten Durchmesser  $D_g$  entspricht. Gleichung (5.40) liefert für  $0.5 < D_g < 10 \text{ mm}$  Partialdichten von etwa 100 bis  $190 \text{ kg m}^{-3}$ .

Als Basis des verwendeten Spektrenensembles (Anwendung desselben Algorithmus wie bei der Regenberechnung) dient die Gamma-Verteilung im Größenparameter  $D_g$  mit den Parametern  $N_*$  und  $\lambda_*$

nach Gleichung (5.35) bzw. Gleichung (5.34), wobei  $N_0$  und  $\lambda$  die Parameter der im 3. und 6. Moment gleichen Exponentialverteilung darstellen und  $\mu$  frei variiert wird. Analog werden wiederum für jedes simulierte Spektrum  $N_0$ ,  $\mu$  und eine grobe Schätzung des äquivalenten Rayleigh-Reflektivitätsfaktors  $Z_{Rayleigh}$  vorgegeben. Der Zusammenhang zwischen  $Z_{Rayleigh}$  und  $M_{6,\infty}$  ist im Unterschied zum Regen aber gegeben durch (z.B. Smith, 1984, Löffler-Mang und Blahak, 2001)

$$M_{6,\infty} = \frac{|K_w|^2}{|K_i|^2} \left( \frac{\rho_g}{\rho_i} \right)^2 Z_{Rayleigh} \approx \frac{1}{0.176} \left( \frac{\rho_g}{\rho_i} \right)^2 Z_{Rayleigh} \quad , \quad (5.41)$$

wobei  $\rho_i$  die Dichte von Eis darstellt.  $K_w$  und  $K_i$  sind im Mikrowellenbereich nahezu konstant und liefern den Faktor  $1/0.176$ . Der Exponentialparameter  $\lambda$  des Graupelspektrums ergibt sich dann wie im Algorithmus für Regen aus  $N_0$  und  $M_{6,\infty}$ , wobei wie dort die Variation von  $\mu$  zu einer gewissen „Krümmung“ der Spektren führt.

Damit bleibt noch die Wahl eines sinnvollen Parameterbereichs für  $N_0$  und  $\lambda$  im Graupelspektrum bei Verwendung von  $D_g$  als Größenparameter offen. Dazu dient die nachfolgend beschriebene einfache Betrachtung. Angenommen wird, daß das gesuchte, oberhalb der  $0^\circ\text{C}$ -Grenze startende Graupelspektrum nach Durchgang durch die Schmelzzone in ein gammaverteiltes Regenspektrum transformiert wird, wobei die Partikel nur Schmelzen. Zerplatzen, Koagulation und Shedding bleiben unberücksichtigt, was unter ruhigen Bedingungen und bei nicht allzu großer Niederschlagsrate manchmal auch gar nicht so weit von der Realität entfernt sein dürfte (z.B. Ohtake, 1969). Bei stationären Verhältnissen ist dabei die Regenrate höhenkonstant. Bezeichnet  $D$  den volumenäquivalenten Regentropfendurchmesser im Regenspektrum  $N(D)$ ,  $N_g(D_g)$  das Graupelspektrum,  $v(D)$  die Endfallgeschwindigkeit von Regentropfen und  $v_g(D_g)$  diejenige der Graupelpartikel, dann gilt

$$N_g(D_g) v_g(D_g) \rho_g(D_g) D_g^3 dD_g = N(D) v(D) \rho_w D^3 dD \quad (5.42)$$

$$\implies N_g(D_g) = \frac{N(D) v(D) \rho_w D^3}{v_g(D_g) \rho_g(D_g) D_g^3} \frac{dD}{dD_g} \quad \text{mit: } D = \left( \frac{\rho_g(D_g)}{\rho_w} \right)^{1/3} D_g \quad (5.43)$$

$$\implies N_g(D_g) = N(D_{(D_g)}) \frac{v(D_{(D_g)})}{v_g(D_g)} \frac{dD}{dD_g} \quad , \quad (5.44)$$

wobei der funktionale Zusammenhang zwischen  $D$  und  $D_g$  in Gleichung (5.43) (rechts) durch Massenerhaltung beim Schmelzen zustande kommt. Benutzt man für  $v$  das Fallgesetz nach Rogers Gleichung (2.14) und für  $v_g$  den Zusammenhang  $v_g = 0.79 D_g^{0.89}$ ,  $v_g$  in  $\text{m s}^{-1}$ ,  $D_g$  in  $\text{mm}$  (Heymsfield und Kajikawa, 1987, „lump graupel“), so liegt das Geschwindigkeitsverhältnis in Gleichung (5.44) etwa zwischen 2 und 2.5, so daß dafür hier der konstante Wert 2.3 angenommen wird. Ist  $N(D)$  eine Gamma-Verteilung nach Ansatz (2.11) mit den Parametern  $N_*$ ,  $\mu \geq 0$  und  $\lambda_*$ , so ergibt sich bei Anwendung des Potenzgesetzes (5.39) für die Masse-Durchmesser-Beziehung in Verbindung mit der Dichtebeziehung (5.40) mit  $D_0 = 1 \text{ mm}$

$$N_g(D_g) = 2.3 N_* \frac{b}{3} \left( \frac{a}{\frac{\pi}{6} \rho_w D_0^3} \right)^{\frac{\mu+1}{3}} \left( \frac{D_g}{D_0} \right)^{\frac{b}{3}(\mu+1)-1} \exp \left( - \left( \frac{a}{\frac{\pi}{6} \rho_w} \right)^{\frac{1}{3}} \lambda_* \left( \frac{D_g}{D_0} \right)^{\frac{b}{3}} \right) \quad . \quad (5.45)$$

$N_g$  genügt also einer verallgemeinerten Gamma-Verteilung nach Ansatz (2.12) mit den Verteilungsparametern (siehe Gleichung (2.12))

$$N_{gg} = 2.3 N_* \frac{b}{3} \left( \frac{a}{\frac{\pi}{6} \rho_w D_0^3} \right)^{\frac{\mu+1}{3}} \quad (5.46)$$

$$\mu_{gg} = \frac{b}{3}(\mu+1) - 1 \quad (5.47)$$

$$\lambda_{gg} = \left( \frac{a}{\frac{\pi}{6} \rho_w} \right)^{\frac{1}{3}} \lambda_* \quad (5.48)$$

$$\delta_{gg} = \frac{b}{3} \quad (5.49)$$

Man erkennt, daß  $N_{gg} \sim N_*$  gilt mit von  $\mu$  abhängigem Proportionalitätsfaktor. Im Sinne der Simulation nach dem Algorithmus in Abschnitt 5.4.1 könnten  $N_*$  und  $\lambda_*$  noch durch die Parameter  $N_0$  und  $\lambda$  einer Exponentialverteilung mit demselben 3. und 6. Moment ausgedrückt werden. Man bemerke, daß für Graupel  $b/3 = 1.07 \approx 1$  gilt, was die Verhältnisse hier vereinfacht, denn  $\mu_{gg} \approx \mu$  und  $\delta_{gg} \approx 1$ . Somit kann  $N_g$  ebenfalls durch eine Gamma-Verteilung mit demselben Formparameter  $\mu$  beschrieben werden wie das „geschmolzene“ Spektrum. Mit eingesetzten Zahlenwerten folgt:

$$N_g(D_g) = 2.3 \cdot (0.115)^{\frac{\mu+1}{3}} N_* \left( \frac{D_g}{D_0} \right)^\mu \exp \left( -c_1 \lambda_* \left( \frac{D_g}{D_0} \right) \right) \quad (5.50)$$

wobei  $c_1 = 0.49$  mm. Der Vorfaktor vor  $N_*$  wird mit zunehmendem  $\mu$  (Regenspektrum zunehmend konvex) kleiner,  $N_*$  hingegen mit zunehmendem  $\mu$  größer (Gleichung (5.35) mit  $\mu > 0$ ). Für die grobe Abschätzung des Wertebereiches von  $N_0$  für die Graupelsimulation wird nun angenommen, daß sich die  $\mu$ -Abhängigkeit bei beiden in etwa aufhebt. Da der Parameter  $\mu$  bei Regen und Graupel in etwa gleich ist und der Wertebereich somit direkt vom Regen übernommen werden kann, genügt es, wenn die rein exponentiellen Regenspektren ( $\mu = 0$ ) für die Bestimmung des  $N_0$ -Wertebereichs herangezogen werden. Das Graupelspektrum ist dann ebenfalls exponentiell, wobei  $N_0$  um den Faktor  $2.3 \cdot 0.115^{1/3} = 1.2$  größer ist als beim zugehörigen Regenspektrum.

Der Algorithmus für Regen kann somit direkt übernommen werden mit folgenden Variationsbereichen der Variationsparameter:

- $T$  aus dem Bereich  $[-30^\circ\text{C}, 0^\circ\text{C}]$  in  $10^\circ\text{C}$ -Schritten,
- $N_{0, \text{graupel}}$  aus dem Bereich  $[100 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}, 25000 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}] \times 1.5$  in Schritten von  $100 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}$  (der Faktor 1.5 wird willkürlich etwas größer als die 1.2 aus Gleichung (5.50) gewählt),
- $Z_{\text{Rayleigh}}$  aus dem Bereich  $[25 \text{ dBZ}, 55 \text{ dBZ}]$  in Schritten von 0.5 dB,
- $\mu$  aus dem Bereich  $[0, 4]$  in Schritten von 1,
- Definition von Matrix und Einschlüssen bei der Maxwell-Garnett-Formel (5.30) für den effektiven Brechungsindex: zum einen Eis = Matrix und Luft = Einschlüsse, zum anderen andersherum.

$D_{\text{max}}$  wird nicht variiert und auf einen Wert von 10 mm gesetzt,  $D_{\text{min}}$  wird zu 0.35 mm vorgegeben. Um das Ensemble weiter einzugrenzen, gilt für die maximal zugelassene Niederschlagsrate ein Wert von  $100 \text{ mm h}^{-1}$  (wasseräquivalent). Die gewählten Variationsbereiche von  $N_0$  und  $Z_{\text{Rayleigh}}$  liefern in Übereinstimmung mit Gleichung (5.50)  $\lambda$ -Werte, die etwa halb so groß sind wie diejenigen beim Spektrenensemble für Regen. Effekte durch Zerplatzen, Koagulation und Shedding wurden zwar bei Gleichung (5.50) explizit ausgeschlossen, dürften aber implizit durch die Parametervariation beim Spektrenensemble abgedeckt sein.

Die sich mit diesem Spektrenensemble ergebenden Dämpfungskoeffizienten sind allesamt sehr klein. Bei  $Z_e = 45 \text{ dBZ}$  (ein in der Natur sehr hoher Wert für trockenen Graupel) ergibt sich für  $k_2$  maximal  $0.015 \text{ dB km}^{-1}$ . Auf eine eingehende Diskussion und graphische Darstellung wird daher verzichtet.

An dieser Stelle sei noch eine Bemerkung zur Spektrentransformation beim Durchgang durch die Schmelzzone angeführt: Nach neueren Messungen von Barthazy et al. (1998) gibt es Anzeichen, daß sich im oberen Teil einer Schmelzzone vermehrt Partikel vereinigen (Aggregation) und im unteren Teil von verstärkt stattfindendem Zerplatzen (Breakup und Shedding) im fortgeschrittenen Schmelzstadium

ausgegangen werden kann. Diese beiden Prozesse halten sich in der Summe über die Schmelzzone in etwa die Waage, so daß der Gesamtteilchenfluß oberhalb und unterhalb der Schmelzzone in etwa gleich bleibt. Trotzdem entspricht die Größenverteilung im Schnee nicht exakt dem „1:1“ transformierten Regenspektrum unterhalb der Schmelzzone. Da die simulierte Variabilität der Schneespektrenparameter jedoch recht groß ist, dürften die Auswirkungen auf die simulierte Bandbreite vernachlässigbar sein.

### 5.4.5. Trockener Schnee

Nach der Behandlung von trockenem Graupel wird nun die Simulationsmethodik für Schnee dargestellt. Sie folgt eng der Methodik für Graupel, wobei im Zusammenhang mit den Messungen von Barthazy et al. (1998) dieselbe Bemerkung angebracht ist wie im letzten Absatz des vorigen Abschnitts. Auch hier bildet die Gamma-Verteilung die Basis des Spektrenensembles. Diese Wahl läßt sich durch in der Literatur veröffentlichte Messungen stützen, obwohl es davon wesentlich weniger gibt als bei Regen. Unter dem Begriff Schneeflocken werden hier durch Zusammenhaften von einzelnen Dendriten entstandene Aggregate verstanden, die auch leicht bereift sein können. Die Fallgeschwindigkeit solcher Flocken bewegt sich im Bereich 1 bis 1.5 m s<sup>-1</sup> (Locatelli und Hobbs, 1974, Heymsfield und Kajikawa, 1987). Die Eispartialdichte als Funktion des volumenäquivalenten Durchmessers  $D_s$  ist äußerst variabel (stark vom Grad der Bereifung abhängig) und bewegt sich etwa zwischen 10 und 200 kg m<sup>-3</sup>, wobei größere Flocken tendenziell weniger dicht sind als kleinere. Die Literatur bietet daher eine ganze Fülle von Dichte-Durchmesser-Beziehungen für Schneeflocken. Im Folgenden wird nur ein bestimmter Satz an Beziehungen verwendet, der in etwa mittlere Verhältnisse widerspiegeln soll. Für die Fallgeschwindigkeit  $v_s$ , die Eispartialdichte  $\rho_s$  und die dazu konsistente Eispartialmasse  $m_s$  werden die folgenden Beziehungen verwendet:

$$v_s = 0.79 \left( \frac{D_s}{D_0} \right)^{0.27}, \quad v_s \text{ in m s}^{-1}, D_0 = 1 \text{ mm, Locatelli und Hobbs (1974)} \quad (5.51)$$

$$\rho_s = 200 \left( \frac{D_s}{D_0} \right)^{-1.1}, \quad \rho_s \text{ in kg m}^{-3}, D_0 = 1 \text{ mm} \quad (5.52)$$

$$m_s = 1.05 \cdot 10^{-7} \left( \frac{D_s}{D_0} \right)^{1.9}, \quad m_s \text{ in kg, } D_0 = 1 \text{ mm} \quad (5.53)$$

Die Dichtebeziehung (5.52) stellt einen Mittelwert der bei Fabry und Szyrmer (1999) angegebenen Beziehungen dar, und Gleichung (5.53) wurde konsistent aus Gleichung (5.52) abgeleitet. Für  $D_s = 1 \text{ mm}$  ergibt sich  $\rho_s = 200 \text{ kg m}^{-3}$ , für  $D_s = 3 \text{ mm}$  ist  $\rho_s = 60 \text{ kg m}^{-3}$  und bei  $D_s = 10 \text{ mm}$  gilt  $\rho_s = 16 \text{ kg m}^{-3}$ .

Zur Abschätzung des sinnvollen  $N_0$ -Bereichs kann die Vorgehensweise von der Graupelrechnung übernommen werden. Auch hier werden unter der Schmelzzone angetroffene Regenspektren unter Vernachlässigung von beim Schmelzen stattfindendem Zerplatzen, Koagulation und Shedding in den Schneebereich extrapoliert. Das Fallgeschwindigkeitsverhältnis in Gleichung (5.44) beträgt für Schneeflocken etwa 5. Die Parameter der Masse-Durchmesser-Beziehung (5.53) in Gleichung (5.45) eingesetzt ( $N_g \rightarrow N_s, D_g \rightarrow D_s$ ), liefert

$$N_s(D_s) = N_* 5 \cdot 0.63 \cdot (0.2)^{\frac{\mu+1}{3}} \left( \frac{D_s}{D_0} \right)^{0.63\mu-0.37} \exp \left( -c_2 \lambda_* \left( \frac{D_s}{D_0} \right)^{0.63} \right), \quad (5.54)$$

wobei  $c_2 = 0.59 \text{ mm}$ . Wiederum ergibt sich für das Schneespektrum  $N_s$  eine verallgemeinerte Gamma-

Funktion nach Ansatz (2.12) mit den Parametern

$$N_{gg} = 5 \cdot 0.63 \cdot N_* (0.2)^{\frac{\mu+1}{3}} \quad (5.55)$$

$$\mu_{gg} = 0.63\mu - 0.37 \quad (5.56)$$

$$\lambda_{gg} = c_2 \lambda_* \quad (5.57)$$

$$\delta_{gg} = 0.63 \quad (5.58)$$

wenn das zur Extrapolation benutzte Regenspektrum gammaverteilt ist. Man beachte, daß  $\lambda_{gg}$  gemäß dem Ansatz (2.12) im Gegensatz zu  $\lambda_*$  dimensionslos ist. Der Exponent  $\delta_{gg}$  im Exponenten von Gleichung (5.54) weicht aber diesmal mit 0.63 stärker von 1 ab, und auch der Formparameter  $\mu_{gg}$  ist mit  $0.63\mu - 0.37$  weiter von  $\mu$  entfernt wie bei der Graupelrechnung, so daß eine direkte Näherung durch die Gamma-Verteilung nicht gemacht werden darf.  $N_{0,schnee}$  kann deshalb nicht wie beim Graupel durch Betrachtung des Falles  $\mu = 0$  in Gleichung (5.50) abgeschätzt werden. Die Wahl fällt hier auf dasjenige Exponentialspektrum mit denselben Momenten  $M_3$  und  $M_6$ , was konsistent ist zum Variationsalgorithmus der Spektren. Vorsicht ist hier geboten: Durch den negativen Offset bei  $\mu_{gg}$  erhält man u.U. eine bei kleinen Durchmessern extrem schlechte Anpassung, wenn man bei der Berechnung der Momente bis  $\infty$  integriert. In diesem Fall benutzt man besser Momente, die nur bis  $D_{max}$  integriert sind. Für das  $i$ -te Moment  $M_{i,dmax}$  der verallgemeinerten Gamma-Funktion gilt

$$M_{i,dmax} = \int_0^{D_{max}} N_{gg} \left( \frac{D_s}{D_0} \right)^{\mu_{gg}} \exp \left( -\lambda_{gg} \left( \frac{D_s}{D_0} \right)^{\delta_{gg}} \right) D_s^i dD_s = \frac{N_{gg} D_0^{i+1}}{\delta_{gg}} \frac{\gamma \left( \frac{i+\mu_{gg}+1}{\delta_{gg}}, u_{max} \right)}{\lambda_{gg}^{\frac{i+\mu_{gg}+1}{\delta_{gg}}}}, \quad \text{mit } u_{max} = \lambda_{gg} \left( \frac{D_{max}}{D_0} \right)^{\delta_{gg}}. \quad (5.59)$$

$\gamma(a, x)$  ist die untere unvollständige Gammafunktion.  $N_{0,schnee}$  ergibt sich dann aus

$$N_{0,schnee} = \left( \frac{\gamma(7, u_{max}) M_{3,dmax}}{\gamma(4, u_{max}) M_{6,dmax}} \right)^{4/3} \frac{M_{3,dmax}}{\gamma(4, u_{max})}. \quad (5.60)$$

Setzt man die Momente aus Gleichung (5.59) mit  $i = 3$  bzw.  $i = 6$  ein, so folgt

$$N_{0,schnee} = \left( \frac{\gamma(7, u_{max}) \gamma \left( \frac{4+\mu_{gg}}{\delta_{gg}}, u_{max} \right)}{\gamma(4, u_{max}) \gamma \left( \frac{7+\mu_{gg}}{\delta_{gg}}, u_{max} \right)} \right)^{4/3} \frac{\gamma \left( \frac{4+\mu_{gg}}{\delta_{gg}}, u_{max} \right)}{\delta_{gg} \gamma(4, u_{max})} N_{gg} \lambda_{gg}^{-\mu_{gg}/\delta_{gg}}. \quad (5.61)$$

Ersetzt man  $N_{gg}$ ,  $\lambda_{gg}$ ,  $\mu_{gg}$  und  $\delta_{gg}$  mit den Ausdrücken aus Gleichung (5.54) und substituiert  $\lambda_*$  durch den Ausdruck (5.34) und  $N_*$  durch Gleichung (5.35), erhält man einen Ausdruck für den Simulationsparameter  $N_{0,schnee}$  in Abhängigkeit der bei Regen auftretenden, dazu konsistenten Parameter  $N_0$ ,  $\mu$  und  $\lambda$ :

$$N_{0,schnee} = c_3(\mu, \lambda) N_0 \lambda_*^{0.57-\mu}. \quad (5.62)$$

$c_3$  ist eine komplizierte Funktion von unvollständigen Gamma-Funktionen. Eine numerische Auswertung von Gleichung (5.62) hat ergeben, daß das Verhältnis  $N_{0,schnee}/N_0$  im Bereich von etwa 0.2 bis 1.1 liegt, wenn sich  $\mu$  und  $\lambda$  in den bei der Regensimulation verwendeten Bereichen bewegen und  $D_{max}$  mit 20 mm vorgegeben wird. Im Sinne einer oberen Schranke wird deshalb für die Schneeberechnung ein

Wert von 1 für das Verhältnis  $N_{0,schnee}/N_0$  angenommen, wodurch  $N_{0,schnee}$  im selben Bereich variiert wird wie  $N_0$ . Detaillierte Analysen ergaben weiterhin, daß das Krümmungsverhalten des Schneespektrums (5.54) dadurch nachgebildet werden kann, daß man bei einem Gamma-Ansatz für das Schneespektrum den Parameter  $\mu$  in den Grenzen  $[-1, 2]$  variiert. Dies korrespondiert zum Bereich  $[0, 6]$  beim Regen.

Insgesamt ergibt sich der für Schneeflocken sinnvolle Variationsbereich der Parameter wie folgt:

- $T$  aus dem Bereich  $[-30^\circ\text{C}, 0^\circ\text{C}]$  in  $10^\circ\text{C}$ -Schritten,
- $N_{0,schnee}$  aus dem Bereich  $[100 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}, 25000 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}]$  in Schritten von  $100 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}$ ,
- $Z_{Rayleigh}$  aus dem Bereich  $[5 \text{ dBZ}, 45 \text{ dBZ}]$  in Schritten von 0.5 dB,
- $\mu$  aus dem Bereich  $[-1, 2]$  in Schritten von 1,
- Definition von Matrix und Einschlüssen bei der Maxwell-Garnett-Formel (5.30) für den effektiven Brechungsindex: zum einen Eis = Matrix und Luft = Einschlüsse, zum anderen andersherum.

$D_{min}$  beträgt 0.35 mm,  $D_{max}$  wird auf 20 mm gesetzt und auch hier nicht variiert. Die maximale Niederschlagsrate des so simulierten Spektrenensembles beträgt ca.  $60 \text{ mmh}^{-1}$ , was eine realistische obere Schranke darstellt.

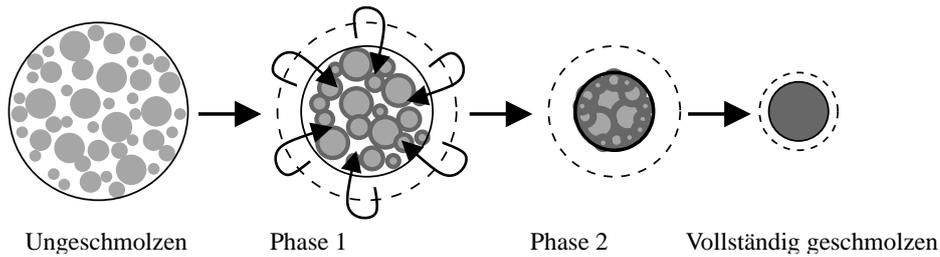
Was die Bestimmung der elektromagnetischen Streueigenschaften für Schneeflocken betrifft, wird auf die bei Fabry und Szyrmer (1999) beschriebene Methodik zurückgegriffen. Bevor diese dargestellt wird, soll kurz die begründende Argumentation angeführt werden. Nach Gleichung (5.52) sind größere Flocken weniger dicht. Warum ist das so? Fabry und Szyrmer (1999) stellen folgendes Gedankenexperiment an: Eine große Schneeflocke kann z.B. durch Koagulation (Aggregation) von kleineren Flocken oder Dendriten entstehen. Man nehme nun o.B.d.A. an, daß die die entstandene große Flocke bildenden kleineren Flöckchen alle dieselbe Größe und Dichte hätten. Eine der kleinen Flocken bilde einen inneren Kern, an den sich die anderen anhängen, solange bis die entstehende Flocke den dreifachen Durchmesser des Kerns habe. Um gleiche Dichte wie die Kernflocke zu bekommen, müßten die anderen in „zwischenraumloser“ Kugelpackung darumherum angeordnet sein. In der Natur wird das aber seltenst vorkommen, weil es praktisch immer gewisse Zwischenräume und „Fehlstellen“ gibt. Dadurch erklärt sich anschaulich die mit dem Durchmesser abnehmende Dichte von Schneeflocken.

Nach dieser Vorstellung werden Schneeflocken mit dem zweischaligen Kugelmodell nach Abschnitt 5.2.3 behandelt. Die Partialdichte von Eis im Kern entspricht dabei der Dichte einer Flocke mit  $D_s = \text{Kerndurchmesser}$  nach Gleichung (5.52). Die Eisdichte in der Schale ergibt sich aus der Gesamtdichte beim Schalendurchmesser und der Kerndichte so, daß bei Vorgabe eines Radienverhältnisses von Kern zu Schale die Gesamtdichte richtig herauskommt. Das Radienverhältnis wird dabei konstant auf 0.5 gesetzt und nicht variiert.

Ähnlich wie bei Graupel sind die sich so ergebenden Dämpfungskoeffizienten sehr klein, weshalb hier keine Ergebnisse dargestellt werden. Die dargestellte Simulationsmethodik ist aber Grundlage für den folgenden Abschnitt, wo das Schmelzen dieser Graupel- bzw. die Schneepartikel simuliert wird.

#### 5.4.6. Schmelzender Graupel

Der in Abschnitt 5.4.4 durch die verwendete Masse-Durchmesser-Beziehung und das Spektrenensemble „definierte“ Graupel wird nun einem Schmelzprozeß unterworfen. Die verwendete Modellvorstellung wurde der Beschreibung des realen Schmelzprozesses bei Rasmussen und Heymsfield (1987) nachempfunden und ist für ein einzelnes Partikel schematisch in Abbildung 5.18 dargestellt. Dort werden auch die einzelnen Schritte erklärt. Das Partikel „startet“ den Schmelzvorgang beim ungeschmolzenen Durchmesser  $D_g$ , der auch als interne Koordinate beim Spektrenensemble berücksichtigt wird. Es



**Abb. 5.18.:** Konzeptionelles Modell des Schmelzens eines Graupelpartikels, das den Rechnungen zugrunde liegt. Von links nach rechts zunehmender Schmelzgrad. **Hellgrau** bedeutet Eis, **dunkelgrau** Wasser und **weiss** Luft. **Phase 1:** Graupel schmilzt von außen her ab, Schmelzwasser dringt in die Poren, umhüllt das Eis und verdrängt Luft. **Phase 2:** Die Luftbläschen sind vollständig durch Schmelzwasser verdrängt. Weiteres Schmelzen verursacht Durchmesserabnahme durch die Dichtezunahme beim Phasenübergang.

schmilzt zunehmend von außen her ab (Durchmesser-Verkleinerung), wobei das Schmelzwasser in die Poren eindringt und die dortige Luft in zunehmendem Maße verdrängt. Diese Vorstellung beruht auf der Wirkung von Kapillarkräften und der Vernachlässigung von Shedding und Verdunstung. Außerdem wird vorausgesetzt, daß weder das Eiskelett vorzeitig kollabiert noch daß Luftbläschen am Austritt gehindert werden, sondern daß das außen entstehende Schmelzwasser sofort die Hohlräume füllt und die dortige Luft verdrängt. Die Verteilung des Wassers innerhalb des Graupelkorns wird dabei als homogen angenommen. Ab einem bestimmten geschmolzenen Massenanteil ist sämtliche Luft verdrängt, so daß nur noch eine geringe Durchmesserabnahme durch die Dichteänderung beim Phasenübergang stattfindet, bis das Partikel vollständig geschmolzen ist.

Die Anfangs-Partialmassen von Luft und Eis ergeben sich aus der durchmesserabhängigen Eispartialdichte des trockenen Graupelkorns nach Gleichung (5.40). Der Grad des Schmelzens wird nun nicht durch ein thermodynamisches Schmelzmodell bestimmt, sondern aus Gründen der Einfachheit wird für jede Partikelgröße ein einheitlicher geschmolzener relativer Massenanteil  $f_g = m_{w,n}/m_i$  frei vorgegeben ( $m_{w,n}$  Masse Schmelzwasser,  $m_i$  Masse Eis des ungeschmolzenen Partikels; der untere Index  $n$  kennzeichnet im Folgenden die entsprechenden Größen zum Zeitpunkt des betrachteten Schmelzstadiums, das durch die Angabe von  $f_g$  vorgegeben ist). In den hier dargestellten Simulationen wurde dieser Schmelzanteil sogar unabhängig vom Durchmesser auf einen festen Wert gesetzt, was den tatsächlichen Verhältnissen nicht ganz gerecht werden dürfte. Dadurch kann man die Ergebnisse nur qualitativ interpretieren. Dies genügt aber für den hier verfolgten Zweck.

Konkret berechnen sich Durchmesser  $D_{g,n}$  und relative Volumenanteile der Konstituenten Eis, Wasser und Luft ( $p_{i,n}$ ,  $p_{w,n}$ ,  $p_{a,n}$ ) am geschmolzenen Partikel (wichtig für den effektiven Brechungsindex) als Funktion des geschmolzenen Massenanteils aus dem nachfolgend beschriebenen Verfahren.

- **Vor dem Schmelzen:** Masse Eis  $m_i$ , Masse Luft  $m_a$ , Masse Wasser  $m_w = 0$ , Volumen  $V = \pi D_g^3/6$ , Eispartialdichte  $\rho_g = m_i/V$  nach Gleichung (5.40).
- **Sei  $f$  ein beliebiger Schmelzanteil:** ( $\rho_i =$  Dichte von Eis,  $\rho_w =$  Dichte von Wasser)

$$\text{Masse Schmelzwasser: } m_{w,n} = f_g m_i \quad (5.63)$$

$$\text{Volumen Schmelzwasser: } V_{w,n} = \frac{m_{w,n}}{\rho_w} = \frac{f m_i}{\rho_w} \quad (5.64)$$

$$\text{Verbleibende Masse Eis: } m_{i,n} = (1 - f_g) m_i \quad (5.65)$$

$$\text{Verbleibendes Volumen des Eiskeletts: } V_{sk,n} = (1 - f) V \quad (5.66)$$

Verfügbares Volumen für das Schmelzwasser im Eiskelett:

$$V_{a,n} = (1 - f_g) V_n - \frac{(1 - f_g) m_i}{\rho_i} = (1 - f_g) m_i \left( \frac{1}{\rho_g} - \frac{1}{\rho_i} \right) \quad (5.67)$$

Grenzschnmelzanteil  $f_{max}$ , bei dem gerade sämtliche Luft im Eiskelett verdrängt würde:

$$V_{w,n}(f_{max}) = V_{a,n}(f_{max}) \Rightarrow f_{max} = \left( 1 + \frac{\rho_g \rho_i}{(\rho_i - \rho_g) \rho_w} \right)^{-1} \quad (5.68)$$

• **Berechnung von  $D_{g,n}$ ,  $p_{i,n}$ ,  $p_{w,n}$ ,  $p_{a,n}$  bei gegebenem Schmelzanteil  $f_g$ :**

Volumen des schmelzenden Graupelpartikels  $V_{g,n} =$ :

$$V_{g,n} = \begin{cases} (1 - f_g) V & \text{für } f_g \leq f_{max} \\ \frac{m_{i,n}}{\rho_i} + \frac{m_{w,n}}{\rho_w} = m_i \left( \frac{1 - f_g}{\rho_i} + \frac{f_g}{\rho_w} \right) & \text{für } f_g > f_{max} \end{cases} \quad (5.69)$$

$$\Rightarrow D_{g,n} = \sqrt{\frac{6}{\pi} V_{g,n}} \quad (5.70)$$

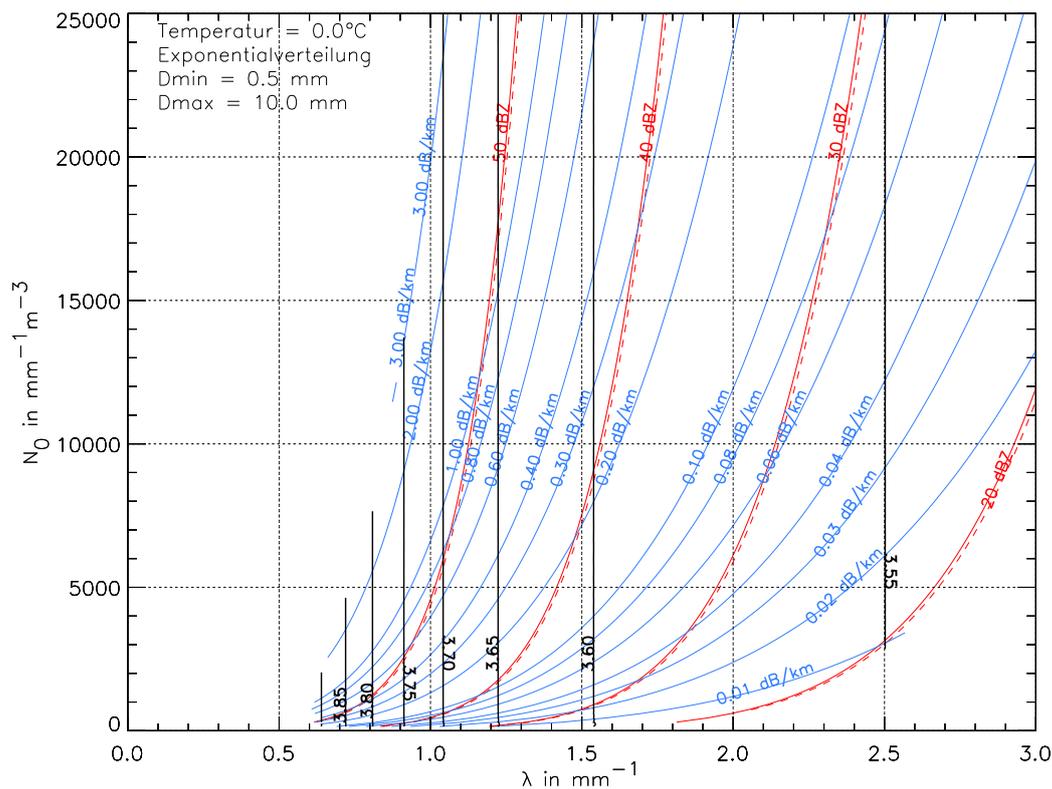
$$p_{i,n} = \frac{V_{i,n}}{V_{g,n}}, \quad p_{w,n} = \frac{V_{w,n}}{V_{g,n}}, \quad p_{a,n} = 1 - p_{i,n} - p_{w,n} \quad (5.71)$$

Mit Hilfe der relativen Volumenanteile wird anschließend der effektive Brechungsindex nach Gleichung (5.30) unter Berücksichtigung sphäroider Einschlüsse berechnet. Dabei muß zunächst festgelegt werden, welcher Stoff die umhüllende Matrix bildet und welche(r) Stoff(e) die Einschlüsse. Die Topologie des Eis-Wasser-Luft-Gemisches spielt dabei eine entscheidende Rolle (Chýlek et al., 1991). Das eindringende Wasser lagert sich um das Eiskelett an und hüllt es gewissermaßen ein. Darumherum befindet sich die eingeschlossene Luft. In Anlehnung an Fabry und Szyrmer (1999) ist daher die Berechnung zweigeteilt: Zuerst wird ein effektiver Brechungsindex für den Eis-Wasser-Anteil mit Wasser als Matrix bestimmt, bevor damit und mit dem Brechungsindex von Luft der endgültige effektive Wert für das Graupelpartikel berechnet wird. Bei letzterem kann gewählt werden, ob die Luft oder das Eis-Wasser-Gemisch dabei die Matrix bilden soll.

Die Maxwell-Garnett-Formel wird also nur in der Formulierung für jeweils zwei Konstituenten verwendet. Prinzipiell ist diese Formel aber für unbeschränkt viele Stoffe verwendbar, von denen ein Stoff als umhüllende Matrix eine besondere Bedeutung hat. Für ein Gemisch aus drei Stoffen ergeben sich allein insgesamt 15 Möglichkeiten für den effektiven Brechungsindex (drei Möglichkeiten für die einmalige Anwendung der Formel für drei Stoffe, 12 Möglichkeiten für die zweimalige Hintereinanderanwendung der Formel für zwei Stoffe), die Anwendung von anderen Formulierungen wie z.B. der Bruggemann-Formel (5.29) noch gar nicht hinzugerechnet. Bei den hier durchgeführten Berechnungen handelt es sich also lediglich um zwei mögliche Realisierungen, wenn auch um diejenigen, die physikalisch am plausibelsten erscheinen.

Der so bestimmte effektive Brechungsindex geht zusammen mit dem Partikeldurchmesser  $D_{g,n}$  in die Berechnung von Rückstreu- und Extinktionsquerschnitt nach der Mie-Theorie für eine homogene Kugel ein. Es zeigt sich, daß sich mit Einsetzen des Schmelzens die Streueigenschaften stark ändern. Rückstreu- und Extinktionsquerschnitt wachsen stark an, wobei die relative Zunahme des Extinktionsquerschnitts weit größer ist als die der Rückstreuung.

Nachfolgend sind in der gewohnten Weise Ergebnisse für dasselbe Spektrenensemble wie bei trockenem Graupel dargestellt, hier aber mit  $f_g = 0.25$  und  $0.5$ , d.h. ein Viertel bzw. die Hälfte des Eises eines jeden Partikels wird als geschmolzen angenommen. Schmelzender Graupel fällt schneller als vor dem Schmelzen, was hier durch eine Geschwindigkeitszunahme um den Faktor 1.1 bzw. 1.5



**Abb. 5.19.:** Analog zu Abbildung 5.8, jedoch für schmelzenden Graupel mit  $D_{\max} = 10$  mm bei  $T = 0^\circ\text{C}$ . Luft als Matrix beim effektiven Brechungsindex nach Maxwell-Garnett.  $f_g = 0.5$ .

berücksichtigt wurde und zu einer volumenmäßigen „Verdünnung“ der Spektren um den Faktor 1/1.1 bzw. 1/1.5 führt. Dieser Faktor ist geschätzt und könnte durch eine genauere Theorie, z.B. wie bei Rasmussen und Heymsfield (1987), ersetzt werden, was hier aber nicht gemacht wurde. Wie im letzten Abschnitt schon ausgeführt, enthält das Spektrenensemble nur Spektren mit einer Niederschlagsrate kleiner  $100 \text{ mm h}^{-1}$ .

In Abbildung 5.19 (nur Exponentialspektren,  $T = 0^\circ\text{C}$ ) ist wiederum der äquivalente Reflektivitätsfaktor für C-Band (rot durchgezogen) und S-Band (rot gestrichelt), der Dämpfungskoeffizient  $k_2$  für C-Band (blau) und das  $k_2$ -Verhältnis von C- zu S-Band (schwarz) als Funktion der Exponentialverteilungsparameter  $N_0$  und  $\lambda$  dargestellt. Der Schmelzanteil  $f_g$  beträgt hier 0.5 und die Luftinschlüsse bilden die Matrix bei der Berechnung des Brechungsindex. Ab einer Reflektivität von etwa 30 dBZ erreicht  $k_2$  signifikante Werte. Bei 50 dBZ werden 0.6 bis 1.3  $\text{dB km}^{-1}$  erreicht. Dabei liegt das C-zu-S-Band- $k_2$ -Verhältnis beim selben Spektrum konstant bei etwa 3.5. Hier tritt also auch bei der S-Band-Frequenz (10.7 cm) eine signifikante Dämpfung auf. Nicht dargestellt ist, daß bei  $f_g = 0.25$  die Reflektivität beim selben Spektrum nahezu gleich ausfällt, jedoch die Dämpfung um bis zu 50 % höher ist. Dies gilt qualitativ auch, wenn das Eis-Wasser-Gemisch als Matrix betrachtet wird.

Abbildung 5.20 zeigt die Bandbreite der  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung in Abhängigkeit von der Temperatur bei  $f_g = 0.5$  und dem Luftanteil als Matrix bei der Brechungsindexberechnung. Um den Einfluß des Schmelzanteils und der Matrix-Wahl zu verdeutlichen, sind die Verhältnisse für  $f_g = 0.25$  und Luft als Matrix in Abbildung 5.21 und für  $f_g = 0.25$  und dem Eis-Wasser-Gemisch als Matrix in Abbildung 5.22 dargestellt. Die dicken gestrichelten Linien bezeichnen die  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung für Exponentialspektren mit  $N_0 = 10000 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}$ , farblich nach den angegebenen Temperaturen abgestuft. Dünne gestrichelte Linien markieren wiederum an die dicken Linien angepaßte Potenzgesetze, wobei die Berechnung

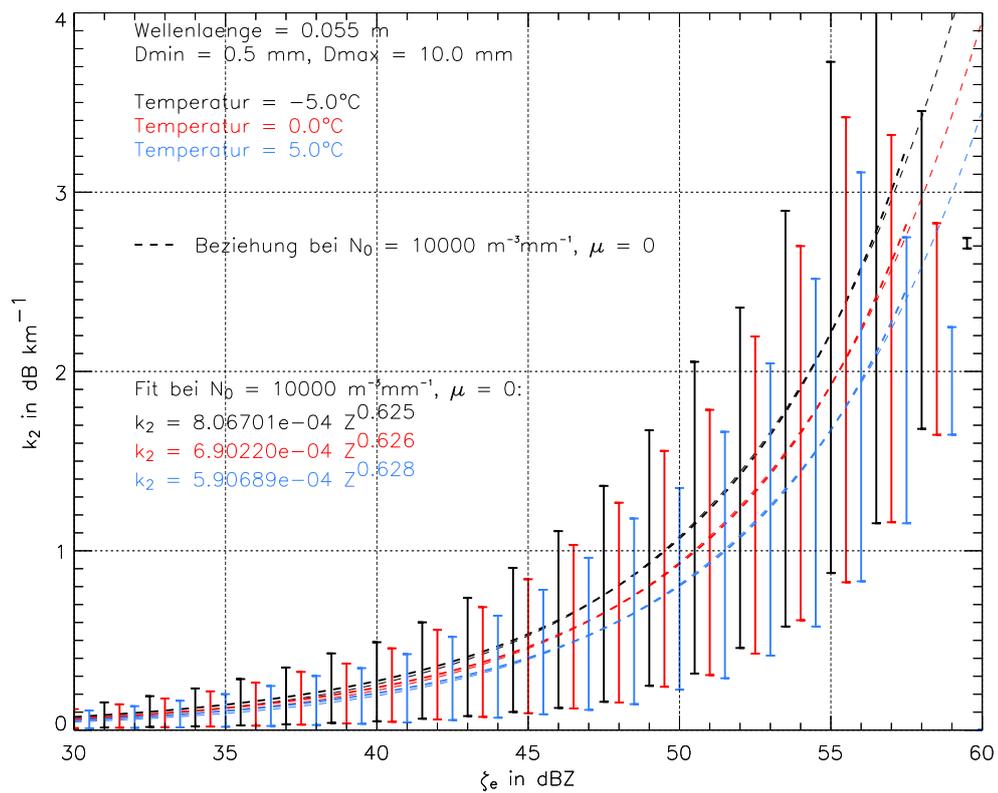


Abb. 5.20.: Analog zu Abbildung 5.9, jedoch für schmelzenden Graupel mit  $D_{max} = 10$  mm. Luft als Matrix beim effektiven Brechungsindex nach Maxwell-Garnett.  $f_g = 0.5$ .

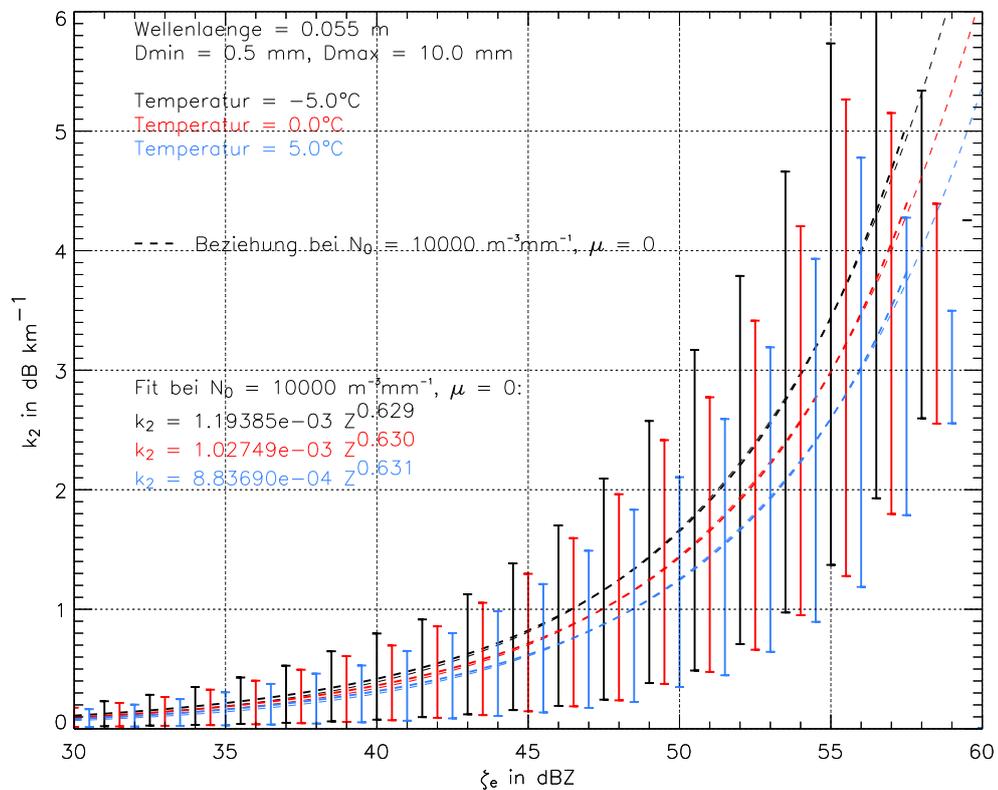
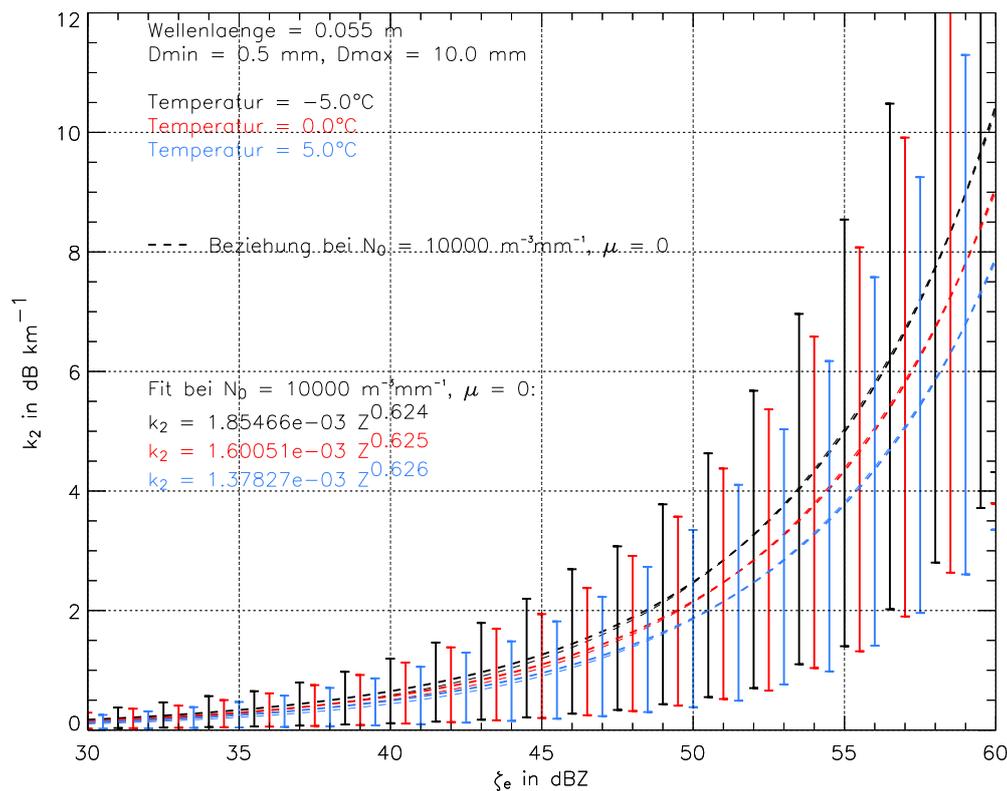


Abb. 5.21.: Analog zu Abbildung 5.9, jedoch für schmelzenden Graupel mit  $D_{max} = 10$  mm. Luft als Matrix beim effektiven Brechungsindex nach Maxwell-Garnett.  $f_g = 0.25$ .



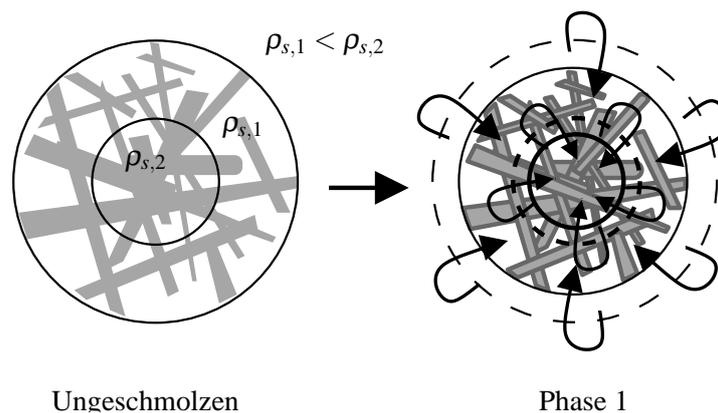
**Abb. 5.22.:** Analog zu Abbildung 5.9, jedoch für schmelzenden Graupel mit  $D_{max} = 10$  mm. Eis-Wasser-Gemisch als Matrix beim effektiven Brechungsindex nach Maxwell-Garnett.  $f_g = 0.25$ .

nur bei  $R > 10 \text{ mm h}^{-1}$  erfolgte. Die Bandbreiten, bestimmt für das gesamte Spektrenensemble, werden durch die gemäß der Temperatur farblich markierten Fehlerbalken dargestellt. Grundsätzlich ergibt sich bei kälteren Temperaturen mehr Dämpfung mit einer etwas höheren Bandbreite. Dazu muß jedoch angemerkt werden, daß bei Temperaturen signifikant unterhalb des Gefrierpunkts das Vorkommen von schmelzenden Teilchen angezweifelt werden muß. Die Dämpfungskoeffizienten und Bandbreiten sind z.B. im Vergleich zu Regen sehr groß (z.B. in Abbildung 5.21 bei  $Z_e = 45 \text{ dBZ}$  ist  $k_2 \approx 0.75 \text{ dB km}^{-1}$  mit einer Bandbreite von  $1.3 \text{ dB km}^{-1}$ ).

Ein Vergleich der Abbildungen 5.20 bis 5.22 läßt eine starke Abhängigkeit vom Schmelzanteil und der Wahl der Matrix erkennen. Generell ist  $k_2$  (Mittelwert und Bandbreite) bei gleicher Reflektivität für  $f_g = 0.25$  um 50 % größer als für  $f_g = 0.5$ . Dies ist hauptsächlich auf eine Erhöhung von  $k_2$  zurückzuführen, denn, wie weiter oben schon dargelegt, bleiben die Reflektivitäten bei festgehaltenem Spektrum unter einer Änderung von  $f_g$  von 0.5 auf 0.25 nahezu unverändert. Gleichzeitig liefert die Wahl des Eis-Wasser-Gemisches als Matrix bei festem  $f_g$  (hier 0.25) nochmals etwa 60 % mehr Dämpfung. Während  $f_g$  ein variabler physikalischer Parameter ist, stellt die Wahl der Matrix eine grundsätzliche Unsicherheit bei der Bestimmung des Brechungsindex mittels der Maxwell-Garnett-Formulierung dar.

Hier nicht gezeigt ist der Befund, daß jeweils etwa 80 % der Bandbreite der  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung allein durch die Untermenge der reinen Exponentialspektren ( $\mu = 0$ ) erklärt werden. Außerdem fallen die Unterschiede zwischen C- und S-Band-Reflektivitäten mit -0.8 bis 0 dB sehr gering aus.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß eine  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung für schmelzenden Graupel alles andere als gut definiert ist. Neben der riesigen natürlichen Variabilität der internen Parameter  $\rho_g$  und  $f_g$  bestehen auch große Unsicherheiten bei der Beschreibung des effektiven Brechungsindex. Hinzu kommen noch Unsicherheiten durch die Annahme von kugelförmigen Partikeln.



**Abb. 5.23.:** Konzeptionelles Modell des Schmelzens eines Schneepartikels. **Hellgrau** bedeutet Eis, **dunkelgrau** Wasser und **weiss** Luft. **Ungeschmolzen:** zweischaliges Modell mit  $\rho_{s,1} < \rho_{s,2}$ . **Phase 1:** Schale und Kern schmelzen von außen her ab, Schmelzwasser dringt in die Poren, umhüllt das Eis und verdrängt Luft. Die Schmelzanteile bezüglich der Massen sind dabei in Schale und Kern gleich. Da  $\rho_{s,1} < \rho_{s,2}$ , ändert sich dabei das Radienverhältnis. Weiteres Schmelzen analog zu Phase 2 in Abbildung 5.18.

#### 5.4.7. Schmelzender Schnee

Das Schmelzen von Schneeflocken, die nur schwach bereift sind, verläuft im Detail etwas anders als bei Graupel, der ein dichteres, stark bereiftes Eiskristallgerüst besitzt. Untersuchungen von Mitra et al. (1990) haben gezeigt, daß der Schmelzvorgang in vier Stadien eingeteilt werden kann:

- **Stadium 1:** Kleine Tröpfchen bilden sich an den Spitzen der Eiskristallästchen, bevorzugt am Außenrand und an der Unterseite der Flocke.
- **Stadium 2:** Das Schmelzwasser wird durch Kapillarkräfte und die Oberflächenspannung in Richtung der Kristallverästelungen gezogen und akkumuliert sich dort. Dabei bleibt die Form der Flocke weitestgehend erhalten.
- **Stadium 3:** Das Schmelzen beginnt nun auch im Innern der Flocke, kleinere Verästelungen kollabieren und die Flocke erhält eine kompaktere Form, wobei nur die Hauptkristallzweige als Gerüst erhalten bleiben.
- **Stadium 4:** Das verbleibende Eiskristallgerüst kollabiert vollständig, die Bruchstücke werden komplett in einem Wassertropfen eingeschlossen und schmelzen weiter, bis nur noch ein reiner Wassertropfen vorhanden ist.

Dieses Schema wird in vereinfachter Form umgesetzt. In Abbildung 5.23 findet sich eine Darstellung des konzeptionellen Modells, das als eine Näherung an die Stadien 2 bis 4 gedacht ist, unter Berücksichtigung der für die Berechnung der Streuquerschnitte vorausgesetzten zweischaligen Struktur der ungeschmolzenen Flocken. Dieses Modell folgt einem Vorschlag von Fabry und Szyrmer (1999). Das Schmelzen in der äußeren und inneren Schale findet dabei der Einfachheit halber unabhängig voneinander statt, wobei die relativen Schmelzanteile (massenbezogen) innen und außen frei vorgegeben werden (z.B. innen 0.05 und außen 0.5, was in etwa der Phase 3 entsprechen dürfte). Zur weiteren Vereinfachung wurde zusätzlich angenommen, daß dabei kein Wasser von der äußeren in die innere Schale dringt, was in der Natur durchaus vorkommen dürfte. Die für den effektiven Brechungsindex von Kern und Schale wichtigen Parameter Durchmesser und relative Volumenanteile von Wasser, Eis und Luft können also getrennt behandelt werden, wenn jeweils der relative Schmelzanteil vorgegeben wird. Dies

geschieht in analoger Weise wie beim Graupel (Abschnitt 5.4.6, Gleichungen (5.63) bis (5.71), entsprechend für Schale und Kern angepaßt), wobei zuerst der verbleibende Kerndurchmesser und darauf aufbauend der Schalendurchmesser bestimmt wird, zusammen mit den jeweiligen Volumenanteilen der Konstituenten. Der Hauptunterschied zum Graupelmodell besteht im zweischaligen Aufbau des Partikels und dem unterschiedlichen Dichte-Durchmesser-Verhalten im ungeschmolzenen Zustand (Dichte nimmt mit zunehmender Größe ab, wohingegen sie beim Graupel in etwa konstant bleibt).

Mit den so berechneten Werten des effektiven Brechungsindex in Kern und Schale liefert die Mie-Theorie für die zweischalige Kugel (Abschnitt 5.2.3) den Rückstreu- und Extinktionsquerschnitt. Die Integration über die Spektren erfolgt, wie beim Graupel, unter Berücksichtigung des Einflusses der Fallgeschwindigkeitszunahme der schmelzenden Flocken in Abhängigkeit des relativen Massenanteils von Schmelzwasser. Diese Fallgeschwindigkeitszunahme wurde aus der Arbeit von Szyrmer und Zawadzki (1999) grob abgeschätzt (deren Abb. 1, die wiederum auf den Untersuchungen von Mitra et al., 1990 aufbaut), wobei jedoch dort der relative Massenanteil an der gesamten Flocke maßgeblich ist. Letzterer ist prinzipiell berechenbar, aber im Sinne der hier verfolgten Absicht einer qualitativen Abschätzung der Sensitivitäten des Streuverhaltens von schmelzendem Schnee macht eine genauere Unterscheidung aufgrund der natürlichen Variabilität aller Parameter von Schneeflocken, dem sowieso schon stark vereinfachten Formmodell und den Annahmen über das Schneespektrum wenig Sinn.

Die im Folgenden dargestellten Ergebnisse beziehen sich auf das Spektrenensemble aus der Berechnung für trockenen Schnee, wobei die einzelnen Flocken dem durch das obige konzeptionelle Modell vorgegebenen Schmelzvorgang unterworfen wurden. Als interne Koordinate bei den Spektren wird der ungeschmolzene Durchmesser  $D_s$  verwendet. Um die Sensitivität der  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung auf den Schmelzgrad (zusätzlich zur Sensitivität auf die Größenverteilung) zu untersuchen, wurden lediglich drei verschiedene Schmelzszenarien untersucht, und zwar bei in Kern und Schale jeweils gleichen relativen Schmelzanteilen von  $f_s = 0.25, 0.5$  und  $0.75$ . Die aus Szyrmer und Zawadzki (1999) ermittelte, dazu korrespondierende relative Fallgeschwindigkeitszunahme (angenommen als gleich für alle  $D_s$ ) beträgt 1.1, 1.4 bzw. 2.0.

Sind Kerndurchmesser, Außendurchmesser und die relativen Volumenanteile bestimmt, muß für Kern und Schale jeweils der effektive Brechungsindex festgelegt werden. Dies geschieht wiederum mit der Maxwell-Garnett-Formulierung unter Berücksichtigung sphäroider Einschlüsse. In Kern und Schale findet dabei die für den Graupel entwickelte Vorstellung der Mischungstopologie Anwendung, wobei im Kern immer das Wasser-Eis-Gemisch die Matrix bildet und im Außenraum beide Varianten ausprobiert wurden. Die Vorgehensweise beim Kern gilt nur, wenn dort schon ein signifikanter Teil des Wassers geschmolzen ist, also nicht im Anfangsstadium des Schmelzens.

Für eine qualitativ zu interpretierende Darstellung der Bandbreite genügt die Simulation mit einem Schmelzanteil  $f_s$  von 0.25 in Kern und Schale und der Annahme, daß Luft die Matrix in der Schale bildet. Für die qualitative Abhängigkeit der  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung (Mittelwert und Bandbreite) von  $f_s$  und der Wahl der Matrix gilt dasselbe wie bei schmelzendem Graupel, nur daß die Abhängigkeit bei dem hier simulierten schmelzenden Schnee noch etwas stärker ausfällt. Somit dürfen die dargestellten Ergebnisse nur als eine mögliche Realisierung aus einer sehr umfangreichen natürlichen Vielfalt interpretiert werden, mit einer insgesamt noch viel größeren Bandbreite.

Die Abbildung 5.24 zeigt wiederum die Darstellung von S- und C-Band-Reflektivität, von  $k_2$  und vom  $k_2$ -Verhältnis C- zu S-Band als Funktion von  $N_0$  und  $\lambda$  bei den simulierten Exponentialspektren für  $T = 0^\circ\text{C}$ . S- und C-Band-Reflektivitäten zeigen beim selben Spektrum keine großen Unterschiede. Die C-Band-Dämpfung ist insgesamt auf einem sehr hohen Niveau, höher noch als beim untersuchten schmelzenden Graupel beim selben Schmelzanteil. Gleichzeitig ist die S-Band-Dämpfung nur um den Faktor 3.4 kleiner als im C-Band, also ebenfalls auf einem für S-Band sehr hohen Niveau.

Die Verhältnisse werden durch Abbildung 5.25 noch deutlicher. Dort ist in gewohnter Weise die Bandbreite in Abhängigkeit der Temperatur und für jede Temperatur die  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung für Exponen-

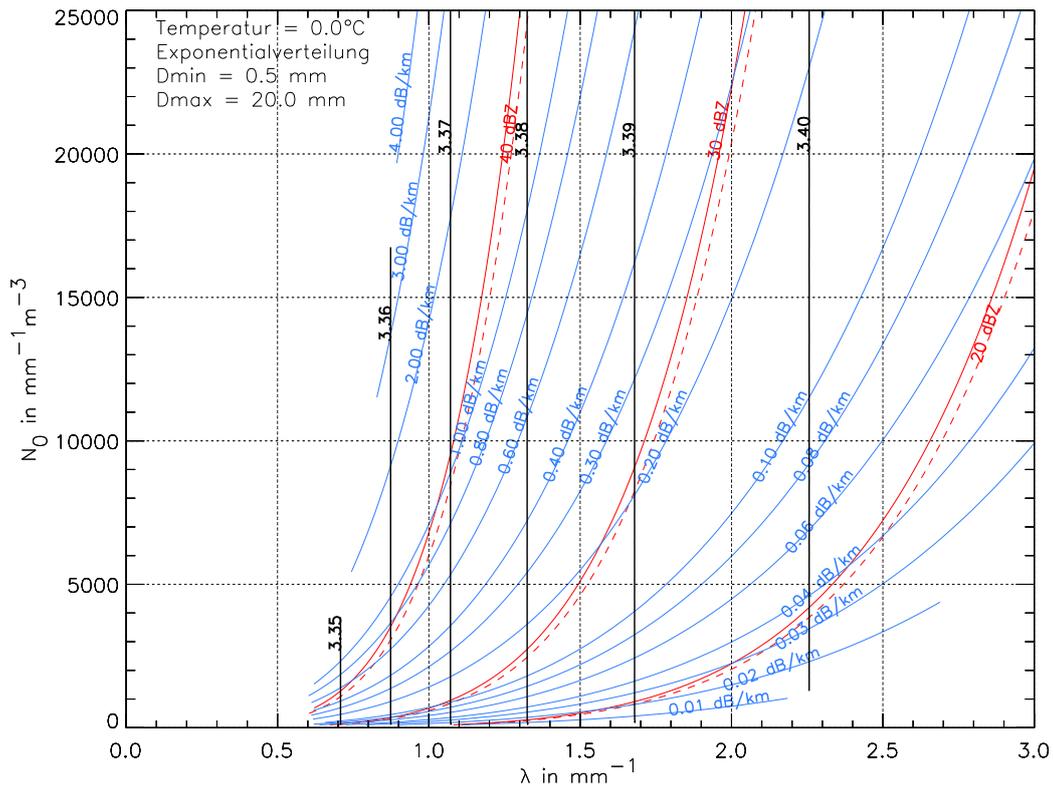


Abb. 5.24.: Analog zu Abbildung 5.8, jedoch für schmelzenden Schnee mit  $D_{max} = 20$  mm bei  $T = 0.0^\circ\text{C}$ . Luft als Matrix beim effektiven Brechungsindex der Schale nach Maxwell-Garnett.  $f_g = 0.25$ .

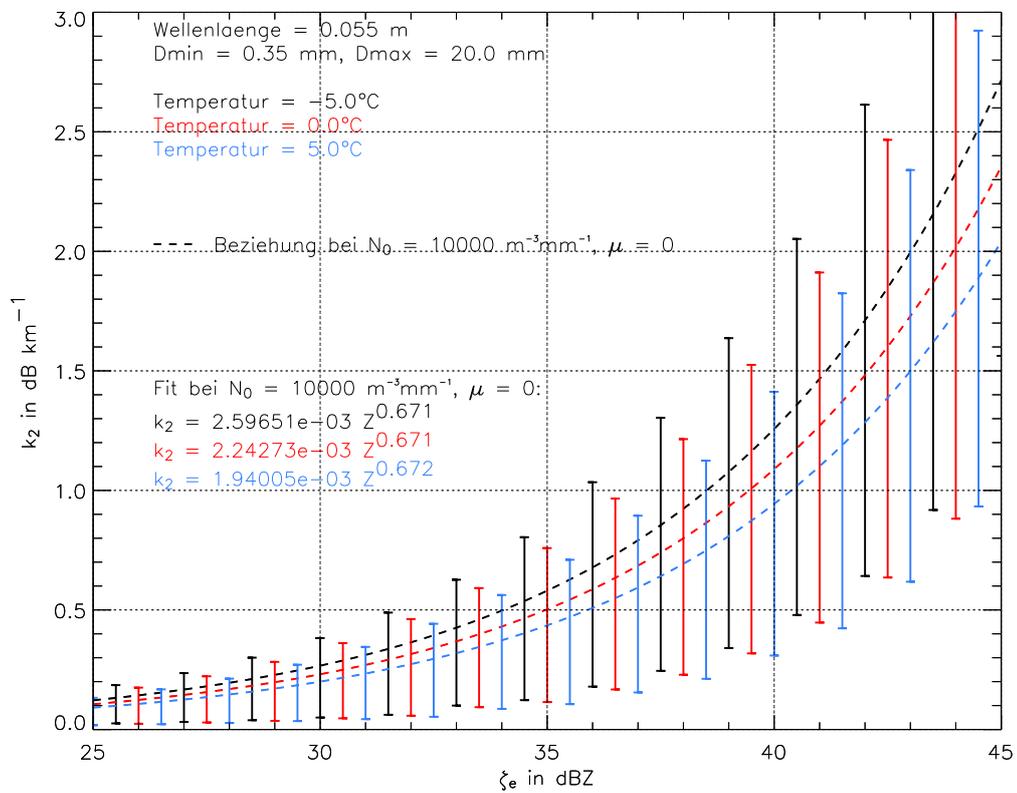


Abb. 5.25.: Analog zu Abbildung 5.9, jedoch für schmelzenden Schnee mit  $D_{max} = 20$  mm. Luft als Matrix beim effektiven Brechungsindex der Schale nach Maxwell-Garnett.  $f_g = 0.25$ .

tialspektren mit einem festen  $N_0$  von  $10000 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}$  dargestellt. Man erkennt beispielsweise, daß sich bei einer Reflektivität von 40 dBZ (ein Wert, der in einem Hellen Band durchaus vorkommt) bei dem hier verwendeten Schneemodell ein Zweiweg-Dämpfungskoeffizient von größer  $1 \text{ dB km}^{-1}$  ergibt mit einer Bandbreite von ebenfalls größer  $1 \text{ dB km}^{-1}$ . Die reinen Exponentialspektren erklären dabei schon etwa 80 % der Bandbreite (nicht dargestellt). Dies ist dadurch zu erklären, daß in der Simulation der Formparameter  $\mu$  bei der Gamma-Verteilung nur in den relativ engen Grenzen von -1 bis 2 variiert wurde.

Es folgen nun einige nicht explizit graphisch dargestellten Ergebnisse. Wie schon angedeutet, ist das Niveau der Dämpfung stark von der Wahl der Matrix bei der Berechnung des effektiven Brechungsindex abhängig. Wählt man hier anstatt der Luft das Eis-Wasser-Gemisch, so ergibt sich nochmals etwa 40 – 50 % mehr Dämpfung bei derselben Reflektivität. Auch der Schmelzwasseranteil spielt eine große Rolle. Bei  $f_s = 0.5$  in Kern und Schale verringert sich  $k_2$  bei derselben Reflektivität um durchschnittlich etwa 30 %.

Trotz der großen Unsicherheiten, die sich aus der Sensitivität bezüglich des effektiven Brechungsindex, der Form der Schneeflocken, des Schmelzanteils und insgesamt der physikalischen Beschreibung des Streuverhaltens der schmelzenden Flocken ergeben, kann aus den Berechnungen qualitativ abgeleitet werden, daß bei Vorhandensein von schmelzendem Niederschlag schon bei relativ moderaten Reflektivitäten und Niederschlagsraten eine beträchtliche Dämpfung auftreten kann. Das gilt nicht nur für C-Band, sondern auch bei S-Band. Dies kann beispielsweise dann zum Problem werden, wenn sich bei stratiformem Niederschlag die Schmelzzone auf fast derselben Höhe wie das Radar befindet und somit die Radarstrahlung in den unteren Elevationen eine lange Strecke durch schmelzenden Niederschlag zurücklegt.

Quantitativ stimmen die Simulationsergebnisse mit einem experimentellen Befund von Joss et al. (1974) überein, die durch Vergleich von gemessenen mittleren Vertikalprofilen der Reflektivität in C-, X- und K-Band während eines stratiformen Ereignisses zu dem Ergebnis kommen, daß die Dämpfung durch schmelzenden Niederschlag um etwa den Faktor 10 größer gewesen ist als im Regen darunter.

#### 5.4.8. Wolken

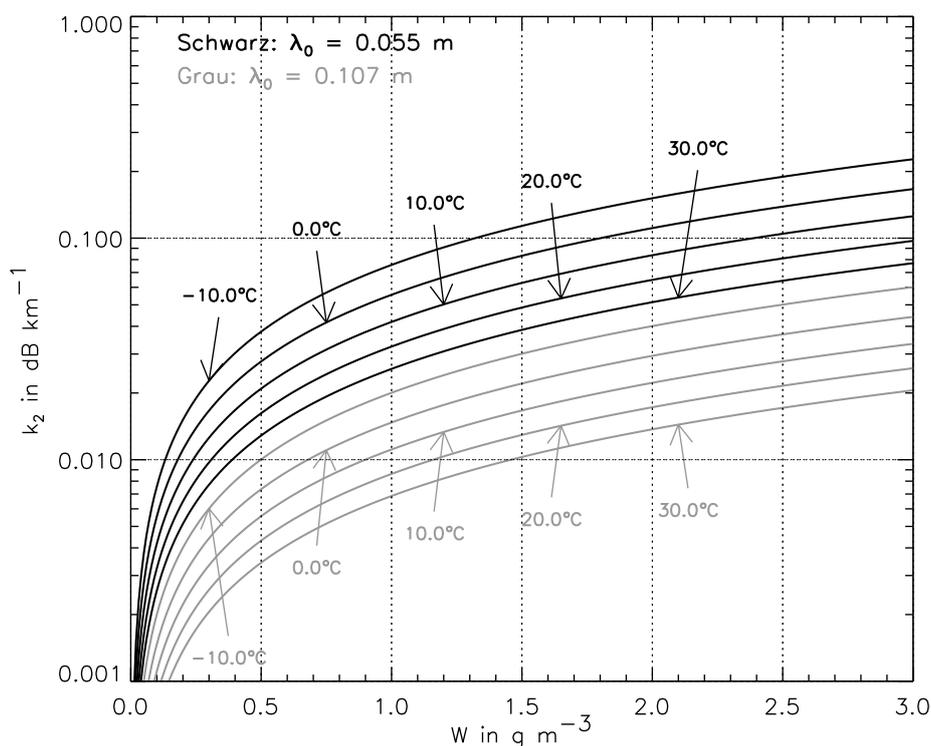
Im Gegensatz zu den bisherigen Betrachtungen sollen nun die Verhältnisse für (kleine) Wolkentropfen betrachtet werden.

In reinen Wasserwolken ohne Niederschlag beträgt der maximale Tröpfchendurchmesser nicht mehr als etwa 0.1 mm. In diesem Falle kann der Zweiweg-Dämpfungskoeffizient  $k_2$  mittels des nach Gleichung (5.23) auf Seite 56 berechneten Extinktionsquerschnitts (nur Absorptionsterm) aus dem Integral Gleichung (3.9) bestimmt werden (siehe auch die Ausführungen im Zusammenhang mit der Gleichung (5.23) in Abschnitt 5.2.4). Es ergibt sich für  $k_2$  in der Einheit  $\text{dB km}^{-1}$

$$k_2 = \frac{20}{\ln 10} \frac{\pi^2}{\lambda_0} \Im\{-K\} \int_0^{\infty} D^3 N(D) dD = \frac{20}{\ln 10} \frac{\pi^2}{\lambda_0} \Im\{-K_w\} \frac{W}{\pi/6\rho_w} \quad . \quad (5.72)$$

Der Dämpfungskoeffizient ist also direkt proportional zum Wassergehalt  $W$  der Wolke, unabhängig vom Tröpfchenspektrum, und umgekehrt proportional zur Wellenlänge  $\lambda_0$ . Der Dielektrizitätsfaktor  $K_w$  ist neben der Wellenlänge auch von der Temperatur abhängig, weswegen  $k_2$  eine Temperaturabhängigkeit aufweist.

In Abbildung 5.26 ist das so berechnete  $k_2$  in Abhängigkeit des Wolkenwassergehalts und der Temperatur für die beiden Wellenlängen 5.5 cm und 10.7 cm dargestellt. Der Temperaturbereich wurde bis  $-10^\circ\text{C}$  ausgedehnt, um auch den Bereich unterkühlter Wolkentropfen abzudecken. Man erkennt, daß  $k_2$  im C-Band (5.5 cm) um den Faktor 3.5 größer ist als im S-Band (10.7 cm). Darüberhinaus fällt  $k_2$



**Abb. 5.26.:** Dämpfungskoeffizient  $k_2$  in  $\text{dB km}^{-1}$  für reine Wasserwolken als Funktion von Wolkenwassergehalt  $W$  in  $\text{g m}^{-3}$  und Temperatur  $T$  in  $^\circ\text{C}$  für  $\lambda_0 = 5.5 \text{ cm}$  (C-Band, schwarz) und  $\lambda_0 = 10.7 \text{ cm}$  (S-Band, grau).

umso größer aus, je kälter die Tröpfchen sind, worin sich die Temperaturabhängigkeit des Brechungsindex nach dem Modell von Ray (1972) widerspiegelt. Die Variationsbreite mit der Temperatur bei festem Wassergehalt umfasst dabei den Faktor 3 (für  $T \in [-10^\circ\text{C}, 30^\circ\text{C}]$ ). Bei einem Wassergehalt von  $1.5 \text{ g m}^{-3}$  beträgt  $k_2$  im C-Band bei  $10^\circ\text{C}$  bereits  $0.07 \text{ dB km}^{-1}$ , was bei einer Laufstrecke von 20 km durch eine solche Wolke zu einer integrierten Streckendämpfung von 1.4 dB führt.

Die Abhängigkeit von  $k_2$  von der Reflektivität ist hier nicht dargestellt. Es sei angemerkt, daß sich typische Reflektivitäten von Wolken im Bereich von 0 dBZ und darunter bewegen, die oftmals in Radardaten gar nicht mehr aufgezeichnet sind. Sie können zudem meist nur schwer von schwachen Fremdechos (z.B. Turbulenz oder Insekten) unterschieden werden. Produziert die Wolke Niederschlag, so geht meist der Reflektivitätsbeitrag durch die Wolkentropfen völlig im Niederschlagsecho unter, jedoch u.U. nicht der Dämpfungsbeitrag. Man hat zu beachten, daß die spektralen Anzahldichten der Wolkentropfen um mehrere Größenordnungen größer sein können als z.B. bei einer exponentiellen Extrapolation eines Regentropfenspektrums gegen  $D = 0$ . Dies kann zu einem signifikanten zusätzlichen Dämpfungseffekt führen, der nur schwer mit der gemessenen Reflektivität bei Niederschlag in Verbindung zu bringen ist, vor allem bei schwächeren Niederschlagsereignissen (siehe auch Jameson, 1995).

Eiswolken hingegen weisen bei gleichem Flüssigwassergehalt eine wesentlich kleinere Dämpfung auf, weil dort  $\Im\{-K_i\}$  in etwa um den Faktor 30 kleiner ist als bei Wasser. Somit ist der Absorptionsbeitrag in Gleichung (5.23) (Extinktionsquerschnitt in Rayleigh-Näherung) viel kleiner als bei Wasserwolken, und der bei Eisteilchen zu berücksichtigende Streubeitrag liegt in derselben Größenordnung wie der Absorptionsbeitrag. Insgesamt ergibt sich eine viel kleinere, zu vernachlässigende Dämpfung. Auf eine explizite Darstellung wird deshalb hier verzichtet.

## 5.5. Zusammenfassung

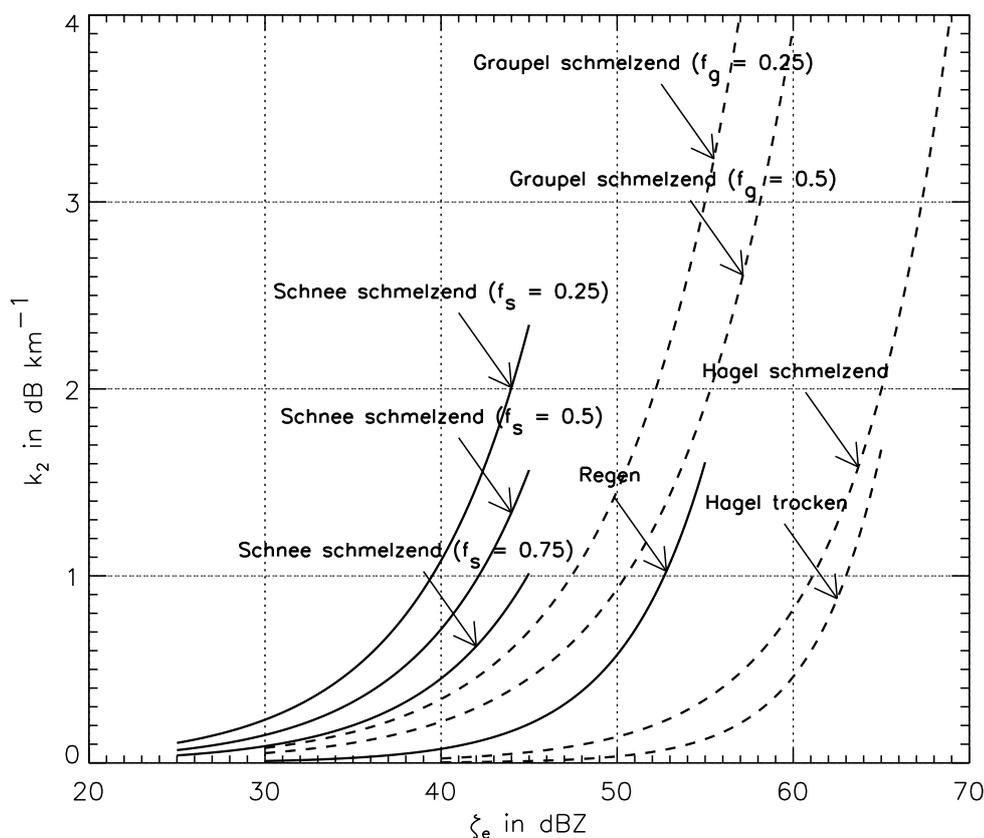
Die in den Abschnitten 5.4.1 bis 5.4.7 dargestellten Befunde hinsichtlich der Sensitivitäten der  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung sollen an dieser Stelle kurz zusammengefaßt werden. Das Hauptaugenmerk liegt dabei auf den Berechnungen für Niederschlagsteilchen. Die Verhältnisse bei Wolkenpartikeln wurden in Abschnitt 5.4.8 schon hinreichend diskutiert. Es sei nochmals darauf hingewiesen, daß die Ergebnisse für schmelzenden Schnee, Graupel und Hagel aufgrund der Unsicherheiten bezüglich der Beschreibung des effektiven Brechungsindex und der Partikelform (in der Realität Abweichung von der Kugelform) nur qualitativ zu interpretieren sind. Die natürliche Variabilität der vorzugebenden Parameter (z.B. Schmelzgrad als Funktion des Durchmessers) ist hier viel zu groß und zu wenig ist über den effektiven Brechungsindex von Eis-Wasser-Luft-Gemischen bei Schnee und Graupel bekannt, als daß alle diese Parameter bei der Sensitivitätsstudie zu berücksichtigen gewesen wären. Auch bei den derzeit existierenden Schmelzschichtmodellen, bei denen das Abschmelzen von Schneeflocken thermodynamisch modelliert wird, gibt es eine große Streuung in den Streueigenschaften der Partikel, einfach aufgrund der vielen Freiheitsgrade der Beschreibung. Die in dieser Arbeit durchgeführten Berechnungen sind nun nicht als Konkurrenz zu einem solchen Schmelzschichtmodell zu sehen, da dort der Schmelzvorgang besser beschrieben werden kann, sondern das Ziel bestand in einer qualitativen Analyse von Sensitivitäten.

Untersuchte Sensitivitätsparameter sind dabei: Niederschlagsart, Partikelgrößenverteilung, Temperatur, Abschneiden (Trunkieren) der Größenverteilungsfunktion bei der Berechnung von integralen Parametern bei Regen und Hagel, Schmelzgrad und effektive Brechungsindexformulierung für das Eis-Wasser-Luft-Gemisch bei schmelzendem Graupel und Schnee. Bei letzteren wurden nicht untersucht/variiert: Partikelform (Abweichung von der Kugelform), Topologie bei Schnee und Graupel (unterschiedliche Brechungsindexformulierungen, siehe Abschnitt 5.3.3) — hier wurde lediglich die Wahl des Matrixmaterials bei ansonsten fester Maxwell-Garnett-Formulierung variiert. Und schon dabei ergaben sich bei schmelzendem Graupel und Schnee Dämpfungsunterschiede von bis zu einem Faktor 2 bei gleicher Reflektivität und sonst gleichen Bedingungen. Die Unsicherheiten und Freiheitsgrade bei einer solchen Rechnung sind also sehr groß und die Sensitivität der  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung auf ebendiese unsicheren Parameter sehr hoch. Die damit erzielten Ergebnisse können daher nur qualitativ interpretiert werden.

Im Folgenden werden nur die wichtigsten qualitativen Erkenntnisse zusammengefaßt. Eine eingehendere Diskussion der Sensitivitäten bei den einzelnen Niederschlagsarten findet sich in den jeweiligen vorstehenden Abschnitten.

Einen zusammenfassenden Überblick liefert die Zusammenstellung der in den jeweiligen Abbildungen der Abschnitte 5.4.1 bis 5.4.7 angegebenen Potenzgesetze für vorausgesetzte Exponentialspektren mit einem konstanten  $N_0$  bei  $T = 0^\circ\text{C}$  in Abbildung 5.27. Bei schmelzendem Schnee wurden noch zusätzlich Potenzgesetze für die relativen Schmelzanteile  $f_s = 0.5$  und  $f_s = 0.75$  dazugenommen, um die starke Abhängigkeit von diesem Parameter zu zeigen. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind die jeweiligen Bandbreiten weggelassen und müssen den entsprechenden Einzelabbildungen in den vorangegangenen Abschnitten entnommen werden. Ebenfalls aus Gründen der Übersichtlichkeit wurden die entsprechenden Potenzgesetze für schmelzenden Graupel und Schnee mit dem Eis-Wasser-Gemisch als Matrix weggelassen. Wie weiter oben schon erwähnt, wäre hier  $k_2$  bei gleichem  $Z_e$  bis zu doppelt so groß wie bei Luft als Matrix. Eine ähnliche Sensitivität kennt man auch von der Modellierung von schmelzendem Hagel oder dichtem Graupel als Eis-Wasser-Gemisch („spongy hail“), siehe z.B. Meneghini und Liao (2000), dort allerdings für kürzere Wellenlängen und ohne Lufteinschlüsse.

Die stärkste Dämpfung tritt in den Berechnungen für schmelzenden Schnee auf. Hier beträgt beispielsweise  $k_2 = 1 \text{ dB km}^{-1}$  bei einer Reflektivität von 40 dBZ und einem Schmelzanteil von  $f_s = 0.25$ , wobei  $k_2$  mit zunehmendem Schmelzgrad abnimmt. Gefolgt wird dies von schmelzendem Graupel



**Abb. 5.27.:** Zusammenstellung von Potenzgesetzen der  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung bei  $\lambda_0 = 5.5$  cm ( $k_2$  in  $\text{dB km}^{-1}$ ,  $Z_e$  in dBZ) für die untersuchten Niederschlagsarten bei  $T = 0^\circ\text{C}$  und Exponentialspektren mit konstantem  $N_0$ . Regen:  $N_0 = 8000 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}$ , Hagel:  $N_0 = 50 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}$ , Graupel und Schnee:  $N_0 = 10000 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}$ . Interne Koordinate bei den Spektren ist jeweils der volumenäquivalente Durchmesser, der sich bei Hagel, Graupel und Schnee auf den ungeschmolzenen Zustand bezieht. Außerdem für die Regenbeziehung:  $D_{\max} = 6$  mm, für die Hagelbeziehungen:  $D_{\max} = 40$  mm. Bei Graupel bzw. Schnee wurde  $D_{\max}$  bei den Spektrenensembeln nicht variiert und beträgt 10 mm bzw. 20 mm.  $f_s$  ist der relative Schmelzanteil bei Schnee und  $f_g$  derjenige bei Graupel.

( $k_2$  ebenfalls abnehmend mit zunehmendem Schmelzgrad), Regen und schließlich schmelzendem und trockenem Hagel. Bei trockenem Schnee oder Graupel hingegen ist die Dämpfung vernachlässigbar klein. Sie wächst jedoch sprunghaft auf sehr große Werte an, sobald das Schmelzen einsetzt, um bei weiterem Schmelzen wieder abzunehmen. Diese Sensitivität bezüglich der relativen Schmelzanteile  $f_g$  bzw.  $f_s$  ist, wenn einmal das Schmelzen eingesetzt hat, im hier untersuchten Bereich zwischen 0.25 bis 0.75 hauptsächlich auf die Veränderung von  $k_2$  zurückzuführen, da  $Z_e$  bei festgehaltenem Spektrum nahezu insensitiv auf eine Änderung von  $f_g$  bzw.  $f_s$  reagiert. Dieses Verhalten steht allerdings stark mit dem verwendeten Schmelzmodell in Verbindung, bei dem sämtliches Schmelzwasser stets homogen innerhalb der Kugel bzw. innerhalb der beiden Schalen des Zweischichtenmodells verteilt wird. Würde das Wasser hauptsächlich im äußeren Bereich der Partikel belassen, wären die Verhältnisse vermutlich anders.

Die Sensitivität hinsichtlich der Größenverteilung ist bei schmelzendem Schnee, schmelzendem Graupel und Hagel sehr groß (Bandbreite  $\approx$  Mittelwert), bei Regen hingegen vergleichsweise gering.

Dort tritt die Sensitivität bezüglich der Temperatur deutlicher hervor, wohingegen sie bei den anderen untersuchten Niederschlagsarten etwas in der SpektrSENSITIVITÄT untergeht. Dies könnte seine Ursache allerdings auch in einer im Vergleich zu den natürlichen Verhältnissen zu großen simulierten Bandbreite der Spektrparameter bei den eisförmigen Niederschlagsarten haben — hier werden mehr In-Situ-Meßdaten benötigt.

Insgesamt ist aus diesen Untersuchungen der Schluß zu ziehen, daß die  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung sehr schlecht definiert ist, wenn man sich nicht sicher sein kann, daß der beobachtete Niederschlag nur aus Regen besteht. Vermutlich ist es so, daß man es bei auftretender, „sichtbarer“ starker C-Band-Dämpfung (z.B. bei intensiven konvektiven Zellen) in aller Regel nicht oder zumindest nicht ausschließlich mit Regen zu tun hat, sondern mit einer Mischung aus unterkühltem Regen mit nassen Graupel-, Schnee- und Hagelpartikeln. Für die „klassischen“ iterativen Dämpfungskorrekturverfahren verwendet man wohl trotzdem am besten eine Regen-Beziehung, da dies eher „defensiv“ ist und den Algorithmus stabil halten sollte. Unter Umständen wird dann die Korrektur allerdings zu klein ausfallen, was deutlich macht, daß im operationellen Betrieb allenfalls eine qualitative Korrektur möglich sein wird. Vorsicht ist auch geboten vor einer Überkorrektur bei Hagel. Angesichts der gezeigten großen Variabilität der  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung muß angezweifelt werden, ob eine Dämpfungskorrektur, basierend auf einer festen Regenbeziehung, überhaupt nutzbringend ist, zumal es dabei noch andere Fehlerquellen gibt (siehe Abschnitt 4.1.2).

## 5.6. Effekte durch ungleichmäßige Strahlfüllung

Die in dieser Arbeit durchgeführten Berechnungen von Streuquerschnitten basiert auf einer lokalen statistischen Beschreibung der Partikelspektren (ähnlich der Definition der makroskopischen Größen Druck und Temperatur in der kinetischen Gastheorie, wo allerdings die lokale Geschwindigkeitsverteilung der Moleküle maßgeblich ist), indem an einem bestimmten festen Ort über die lokalen spektralen Partikelanzahldichten (Größenverteilungsfunktionen), multipliziert mit den Streuquerschnitten der einzelnen Partikel, integriert wird. Die damit gewonnenen Ergebnisse sind nur dann auf eine Radarmessung übertragbar, wenn man annehmen kann, daß einerseits der gemäß der Strahlgewichtsfunktion signifikante Teil des Pulsvolumens groß genug ist, damit auch von den selteneren „großen“ Partikeln noch eine statistisch ausreichende Zahl darin enthalten ist, und andererseits wegen der ungleichmäßigen Ausleuchtung des Pulsvolumens (siehe Abschnitt 3.2) die Partikelgrößenverteilung im signifikanten Teil des Pulsvolumens homogen ist.

Insbesondere die zweite Bedingung kann bei konvektiven Niederschlägen verletzt sein, wenn z.B. ein Radarstrahl so verläuft, daß der Rand einer konvektiven Zelle nur zu einem bestimmten Teil innerhalb des Pulsvolumens liegt. Ein Teil des Radarstrahls erfährt dann u.U. eine kräftige Dämpfung, während die Strahlung des restlichen Teils die Zelle ungehindert passieren kann. Aufgrund der Nichtlinearität der  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung in Verbindung mit dem räumlichen Mitteln der Reflektivität über das Pulsvolumen (lineare Operation) kann das bei weiter entfernt liegenden Radarechos zu einem anderen effektiven  $k_2$ - $Z_e$ -Zusammenhang führen, als wenn die erste konvektive Zelle den Strahl vollständig überdeckt hätte. Dies könnte Auswirkungen auf die Stabilität von Dämpfungskorrektur-Algorithmen haben.

Als Ausgangspunkt für eine theoretische oder numerische Untersuchung dieses Effekts könnte die Gleichung (3.27) aus Abschnitt 3.4 dienen, die als Radarmeßoperator für Volumenziele angesehen werden kann. Dabei muß allerdings nicht nur das Partikelspektrum im jeweiligen Pulsvolumen vorgegeben werden, sondern auch überall auf dem Wege vom Radar zum Pulsvolumen, und zwar als Feldfunktion, so daß der Meßoperator anwendbar wäre. Das macht eine Simulation äußerst aufwendig und mit vielen Freiheitsgraden behaftet.

In einer Arbeit von Gosset und Zawadzki (2001) findet sich ein gangbarer Kompromiß. Auf der

Basis einer ähnlichen Beziehung wie Gleichung (3.27) (Unterschied: die radiale Ausdehnung des Pulsvolumens ist vernachlässigt und die Volumenmittelung erfolgt nur lateral zur Strahlachse) wird ein effektiver Dämpfungsfaktor  $l_{N,eff}$  definiert und durch Differentiation von Gleichung (3.9) nach  $r$  auf eine Gleichung für einen effektiven Dämpfungskoeffizienten  $k_{2,eff}$  umgeschrieben. Der bei Gosset und Zawadzki (2001) verwendete effektive Dämpfungskoeffizient ergibt sich prinzipiell auch aus Gleichung (3.37), wenn man dort auf der rechten Seite formal die Integration über  $r$  unterläßt (Grenzübergang  $\Delta r \rightarrow 0$ ) und die verbleibende Gleichung nach  $r$  differenziert (Integralgrenze bei  $k_{2,eff}$  wird im Grenzübergang von  $r_0$  zu  $r$ ). Unterschiede in der Darstellung zu der Arbeit von Gosset und Zawadzki (2001) resultieren aus einer anderen Darstellung der Radargleichung und der Verwendung des Zweiweg-Dämpfungskoeffizienten. Die notwendige Annahme zur Vereinfachung des Simulationsproblems besteht nun bei Gosset und Zawadzki (2001) in der Annahme, daß „subskalig“ eine eindeutige  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung in Form eines Potenzgesetzes gültig ist. Dies widerspricht zwar dem allgemeinen Fall einer „breitbandigen“ Beziehung, wie sie sich qualitativ aus den in dieser Arbeit durchgeführten Simulationen ergibt, ist aber geeignet, um den alleinigen Effekt durch ungleichmäßige Strahlfüllung getrennt von anderen Einflüssen untersuchen zu können.

Gosset und Zawadzki (2001) gelangen dann einerseits durch Vorgabe von Modellannahmen der subskaligen räumlichen Verteilung von  $Z_e$  vom Radarstandort bis zum betrachteten Pulsvolumen und andererseits durch direkte Ableitung dieser Verteilung mittels eines hochauflösenden vertikal zeigenden Radars zu ihren Ergebnissen. Diese werden hier nicht weiter diskutiert, interessierte Leser seien auf die Originalarbeit verwiesen.

Nichtsdestoweniger ist das Problem der ungleichmäßigen Strahlfüllung von großer Wichtigkeit bei der Auswertung von Wetterradardaten (vor allem in größerer Entfernung vom Radarstandort) und bei weitem noch nicht gelöst.



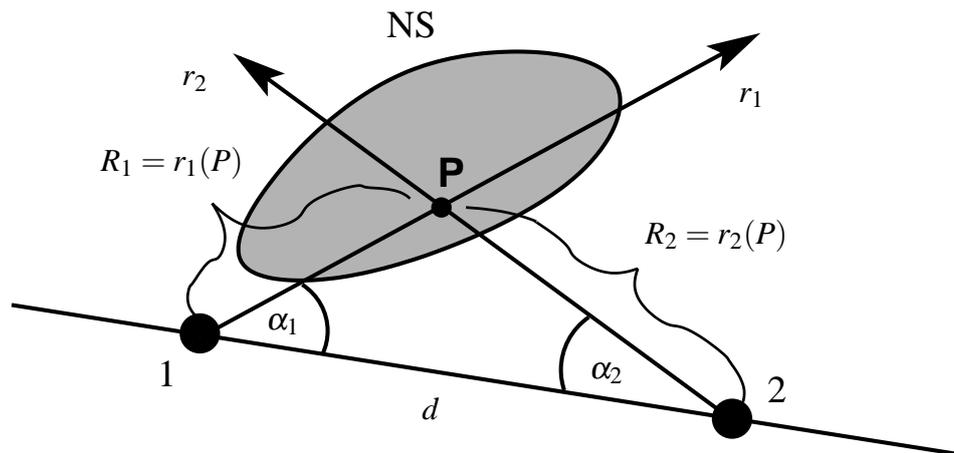
## 6. Ein Dual-Radar-Verfahren zur Ableitung von Extinktionskoeffizienten aus Messungen

Die in Kapitel 5 dargestellten Ergebnisse der Studie über die Extinktionskoeffizienten sehr unterschiedlicher Hydrometeorotypen sind, wie dort betont, mit großen Unsicherheiten behaftet, bieten aber einen qualitativen Überblick über die Extinktion und ihre zu erwartende Variabilität bei verschiedenen Niederschlagsarten. Aufgrund dieser Unsicherheiten bei der theoretischen Berechnung ist es grundsätzlich sinnvoll zu untersuchen, wie stark die Extinktion unter realistischen Bedingungen bei einer Radarmessung tatsächlich ist. Messungen von zwei Radargeräten mit überlappendem Meßbereich bieten hierfür eine Möglichkeit (englisch: dual radar method). Dazu benötigt man je Radar einen gleichzeitig gemessenen Volumendatensatz (z.B. während desselben 10-minütigen Zeitintervalles). Auf dem Wege durch den Niederschlag zu einem gemeinsam beobachteten Ort erfahren die beiden koinzidenten Messungen i.A. eine unterschiedliche Dämpfung und die gemessenen Reflektivitäten unterscheiden sich. In dieser Differenz steckt die Information über das Dämpfungsfeld. Im Verlauf dieser Arbeit werden hierzu Daten verwendet, die während des Mesoscale Alpine Program (MAP) im Herbst 1999 im südlichen Alpenbogen (Kanton Tessin, Schweiz, und angrenzende Gebiete der norditalienischen Po-Ebene) aufgezeichnet worden sind. Die zwei ausgewählten Radargeräte sind das Monte-Lema-Radar des Schweizerischen Wetterdienstes MeteoSwiss (C-Band Doppler) und das Radar S-Pol des National Center for Atmospheric Research, Boulder, Colorado (S-Band dual polarisation Doppler). Dazu wurde eine passende Dual-Radar-Methode entwickelt, aus der der Zweiweg-Dämpfungskoeffizient  $k_2$  und die integrierte Streckendämpfung  $PIA$  für das C-Band-Radar Lema abgeleitet wird. Da eine signifikante Dämpfung vor allem bei starken konvektiven Niederschlägen zu erwarten ist (hohe Niederschlagsraten, aber auch hohe raumzeitliche Variabilität), muß das Verfahren gerade für solche Fälle anwendbar sein. Die entwickelte Methode wird im Folgenden beschrieben und diskutiert. Eine eingehendere Dokumentation des Datensatzes und die Präsentation von Ergebnissen erfolgt in Kapitel 7.

In der Literatur werden eine ganze Reihe anderer Dual-Radar-Verfahren vorgeschlagen, die sowohl zur Ableitung von Dämpfungskoeffizienten als auch zur Dämpfungskorrektur eingesetzt werden können. Meist sind diese Verfahren für eine Kombination aus Radargeräten mit derselben Wellenlänge konzipiert. Beispiele für solche Verfahren finden sich z.B. in den Arbeiten von Testud und Amayenc (1989), Kabèche und Testud (1995), Oury et al. (1999) (erweitert auf mehr als zwei Radargeräte), oder in den Arbeiten von Srivastava und Tian (1996) und Tian und Srivastava (1997). Siehe hierzu auch Abschnitt 4.1.2. Auf diese Verfahren wird nicht weiter eingegangen, weil im Falle der in dieser Arbeit verwendeten Daten die zwei Radargeräte eine unterschiedliche Wellenlänge haben (S- und C-Band) und daher ein eigenes Verfahren entwickelt werden mußte.

### 6.1. Verfahrensbeschreibung

Die Extinktion ist ein nichtlinear von  $Z_e$  abhängendes Phänomen (siehe die Berechnungen in Abschnitt 5) und wirkt auf der kleinsten zeitlichen und räumlichen Skala, die ein Radargerät auflösen kann, einem Einzelstrahl. Will man den Effekt im Detail untersuchen, so muß man Messungen mit dieser feinstmöglichen Auflösung auswerten. Bewegt man sich auf dieser Skala, dann ist zu erwarten, daß ein Dual-Radar-Verfahren aufgrund der hohen räumlichen und zeitlichen Variabilität von Niederschlagsfeldern (man denke an konvektive Zellen) sehr sensitiv auf Fehlerquellen reagiert wie z.B. Azi-



**Abb. 6.1.:** Schematische Skizze der Meßkonfiguration. Grau unterlegt und mit „NS“ indiziert ist ein Niederschlagsgebiet dargestellt. Die Orte „1“ und „2“ stellen die Standorte zweier Radargeräte dar, die den Punkt P unter den Winkeln  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$ , relativ zur Verbindungsline  $d$ , sehen. Weitere Details finden sich im Text.

mutfehler („Einnordungsfehler“), advektive Änderungen des Niederschlagsfeldes während der Dauer der Aufnahme der Volumendatensätze, wenn beide Radargeräte am selben Ort zeitversetzt messen, und vieles mehr.

Das Verfahren soll möglichst einfach sein, d.h. mit einem Mindestmaß an Interpolation und Filterung der beteiligten Reflektivitätsfelder und einem Mindestmaß an sonstiger mathematischer Manipulation auskommen, damit der physikalische Effekt der Extinktion bei einzelnen Radarstrahlen möglichst unverfälscht herausgearbeitet und Fehlerquellen rasch erkannt werden können. Es wird eine einfache Gleichung für den Zweiweg-Extinktionskoeffizienten  $k_2$  (in  $\text{dB km}^{-1}$ ) zugrunde gelegt, die im folgenden kurz hergeleitet wird (siehe Abb. 6.1 für die Nomenklatur). Hierbei werden die äquivalenten Reflektivitätsfaktoren mit  $\zeta$  bezeichnet, wenn sie in der Einheit  $\text{dBZ}$  angegeben werden, und mit  $Z$ , wenn sie in der Einheit  $\text{mm}^6 \text{m}^{-3}$  vorliegen. Ein unterer Index  $a$  bezeichnet im Folgenden einen radargemessenen, gedämpften und ein Index  $e$  den ungedämpften, wahren Wert (siehe auch Gleichung (3.28) auf Seite 30). Die eingeklammerten oberen Indices „1“ und „2“ beziehen sich auf die zwei Radargeräte.

Der Zusammenhang zwischen dem Extinktionskoeffizienten  $k_2^{(1)}$ , der dem Radar „1“ am Punkt P zugeordnet ist, und der ungedämpften Reflektivität  $Z_e$  ergibt sich aus folgender Überlegung: Die Differenz zwischen der wahren Reflektivität  $\zeta_e$  (in  $\text{dBZ}$ ) und der gemessenen  $\zeta_a$  ist bei Annahme von gleichmäßiger Strahlfüllung oder infinitesimal kleinem Strahlquerschnitt nach Gleichung (3.33) gegeben durch

$$\zeta_e^{(1)}(r_1, \alpha_1) - \zeta_a^{(1)}(r_1, \alpha_1) = \int_0^{r_1} k_2^{(1)}(r'_1, \alpha_1) dr'_1 + \Delta_{kal,1} + \Delta_{radom,1} \quad (6.1)$$

$$\zeta_e^{(2)}(r_2, \alpha_2) - \zeta_a^{(2)}(r_2, \alpha_2) = \int_0^{r_2} k_2^{(2)}(r'_2, \alpha_2) dr'_2 + \Delta_{kal,2} + \Delta_{radom,2} \quad (6.2)$$

Dabei ist  $\Delta_{kal,1/2}$  der jeweilige Fehler durch Kalibrierunsicherheiten und  $\Delta_{radom,1/2}$  der Fehler durch evtl. Abschwächung infolge eines Wasserfilms auf dem Radom bzw. auf der Antenne (Radomdämpfung), die beide während eines Volumenscans als konstant angenommen werden.

Dann gilt am Punkt  $P$  für den Meßwert von Radar 1:

$$\left. \frac{\partial}{\partial r_1} (\text{Gl. 6.1}) \right|_P \Rightarrow k_2^{(1)}(P) \equiv k_2^{(1)}(r_1) = \frac{\partial}{\partial r_1} \left( \zeta_e^{(1)}(r_1, \alpha_1) - \zeta_a^{(1)}(r_1, \alpha_1) \right) . \quad (6.3)$$

Wenn die beiden Radargeräte mit derselben Wellenlänge arbeiten, gilt einfach  $\zeta_e^{(1)}(r_1, \alpha_1) = \zeta_e^{(2)}(r_2, \alpha_2)$ . Ist das nicht der Fall, so kann ein zusätzlicher Unterschied der ungedämpften äquivalenten Reflektivitätsfaktoren auftreten. Dieser Unterschied wird mit einem Zusatzterm  $\Delta_{Mie}$  (eine Funktion von Partikelart und -spektrum und somit abhängig von Ort und Zeit) erfaßt, so daß gilt:

$$\zeta_e^{(1)}(r_1, \alpha_1) = \zeta_e^{(2)}(r_2, \alpha_2) + \Delta_{Mie} . \quad (6.4)$$

Dann folgt mit Gleichung (6.2)

$$k_2^{(1)}(r_1) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial r_1} \left( \zeta_a^{(2)} - \zeta_a^{(1)} \right)}_F + \underbrace{\frac{\partial \Delta_{mie}}{\partial r_1}}_G + \underbrace{\frac{\partial}{\partial r_1} \int_0^{R_2(P(r_1))} k_2^{(2)} dr'_2}_H . \quad (6.5)$$

Wenn Term  $G \ll$  Term  $F$  und Term  $H \ll$  Term  $F$  ist, dann kann der Extinktionskoeffizient  $k_2^{(1)}$  aus  $F$  berechnet werden

$$k_2^{(1)}(r_1) = \frac{\partial}{\partial r_1} \left( \zeta_a^{(2)} - \zeta_a^{(1)} \right) . \quad (6.6)$$

Term  $H$  in Gleichung (6.5) ist die Änderung der gesamten Extinktion auf dem Weg von Radar „2“ zum Punkt  $P$  längs des Weges von Radar „1“ zum Punkt  $P$ . Er kann dann als klein angenommen werden, wenn die Niederschlagsstruktur in  $r_1$ -Richtung linienhaft ist oder wenn, bedingt durch die Wellenlänge von Radar 2, die Extinktion an sich viel kleiner ist als bei Radar 1. Man beachte, daß durch die Differentiation alle konstanten Fehlerterme bis auf  $\Delta_{mie}$  (Term  $G$ ) herausgefallen sind. Die Wirkung von Term  $G$  ist von den Wellenlängen der beteiligten Radargeräte, der Variabilität des Reflektivitätsfeldes und der Hydrometeorart abhängig. Er ist sicherlich dann vernachlässigbar, wenn man es mit einem homogenen Niederschlagsfeld zu tun hat, denn dann ändert er sich räumlich nicht. Er kann jedoch durchaus zu einer ernstzunehmenden Fehlerquelle werden, z.B. bei einem C-Band/S-Band-Experiment im Falle eines Übergangs von Regen zu Hagel, weil bei grobkörnigem Hagel die Abweichungen zur Rayleigh-Näherung schon signifikant sein können, im Regen dagegen nicht so sehr (siehe auch Abschnitt 5.4.2, Abbildung 5.14 auf Seite 76).

Das im Folgenden dargestellte und in dieser Arbeit auch verwendete Dual-Radar-Verfahren benutzt Gleichung (6.6) unter Vernachlässigung der Terme  $G$  und  $H$ .

Wendet man Gleichung (6.6) auf Radardaten an, so muß beachtet werden, daß das Reflektivitätsfeld nicht wie bisher vorausgesetzt mit einer unendlich feinen räumlichen Auflösung abgetastet werden kann, sondern daß ein Radar immer räumlich mit der Strahlgewichtsfunktion über das Pulsvolumen mittelt (siehe Gleichung (3.27) auf Seite 30). Bei einem räumlich ausgedehnten Pulsvolumen und bei nichtgleichmäßiger Strahlfüllung (das ist der Normalfall in größerer Entfernung vom Radar) wird Gleichung (6.6) zu einer Beschreibung des effektiven diskretisierten Dämpfungskoeffizienten  $k_{2,eff}$ ,

$$k_{2,eff}^{(1)}(r_0) = \frac{\partial}{\partial r_0} \left( \widehat{\zeta_a^{(2)}} - \widehat{\zeta_a^{(1)}} \right) , \quad (6.7)$$

wobei  $\widehat{\zeta}_a = 10 \log_{10} (\langle Z_e^{(R)} \rangle) = 10 \log_{10} (\overline{Z}_a)$  die logarithmierten Reflektivitätswerte darstellt (vgl. Gleichung (3.27) und Gleichung (3.28)).  $r_0$  bezeichnet im Unterschied zu  $r_1$  die Mitte des Pulsvolumens. Diese Form erhält man durch Differenzieren direkt aus Gleichung (3.37) auf Seite 33, wenn man beachtet, daß eventuelle Kalibrierunterschiede (Faktoren) beim logarithmischen Differenzieren herausfallen. Der Dach-Operator bezieht sich hier in beiden Fällen auf eine mit der Strahlgewichtsfunktion von Radar 1 gewichtete Volumenmittelung mit anschließender Logarithmierung.

Radardaten liegen normalerweise in diskreter Form bezüglich aller drei Polarkoordinaten vor. Deshalb muß der Differentialoperator in Gleichung (6.7) in diskretisierter Form angewendet werden, beispielsweise als zentrierte Differenz.

Gleichung (6.7) ist nun folgendermaßen zu interpretieren: Der effektive Dämpfungskoeffizient bei Radar 1 ergibt sich aus der radialen Änderung der Differenz der gemessenen logarithmischen Reflektivitäten von beiden Radargeräten. Der Dach-Mittelungsoperator in Gleichung (6.7) bezieht sich jeweils auf den Meßoperator von Radar 1. Eine wichtige Voraussetzung ist, daß die Reflektivitätsdaten am selben Ort zur selben Zeit mit derselben räumlichen Auflösung (dasselbe Pulsvolumen) gemessen werden. Diese Voraussetzungen können normalerweise nicht ohne weiteres erfüllt werden, weil die beiden Geräte jeweils unterschiedliche Standorte haben und der Meßort  $P$  sich in unterschiedlicher Entfernung von beiden Radarstandorten befindet (unterschiedliche Pulsvolumina), und insbesondere wenn beide Radargeräte unabhängig voneinander die üblichen Volumenscans fahren. Um trotzdem zu einer geeigneten Schätzung von  $\widehat{\zeta}_a^{(2)}$  zu gelangen, müssen die Meßwerte von Radar 2 auf die geforderten Meßvolumina und Meßzeiten in irgendeiner Weise möglichst exakt interpoliert und gegebenenfalls geglättet werden, um die Meßcharakteristik des Radars 1 nachzuahmen. Mathematisch dargestellt bedeutet das, daß man in Gleichung (6.7)  $\widehat{\zeta}_a^{(2)}$  durch geeignet interpolierte Werte  $\{\widehat{\zeta}_a^{(2)}\}$  ersetzen muß.

Es werden also nur die Messungen von Radar 2 manipuliert und die Daten von Radar 1 bleiben unverändert ( $\widehat{\zeta}_a^{(1)}$  wird ja direkt gemessen).

Die  $PIA_{eff}^{(1)}$  nach Gleichung (3.39) kann prinzipiell ebenfalls bestimmt werden. Analog zu der Ableitung von Gleichung (6.6) ist sie gegeben durch

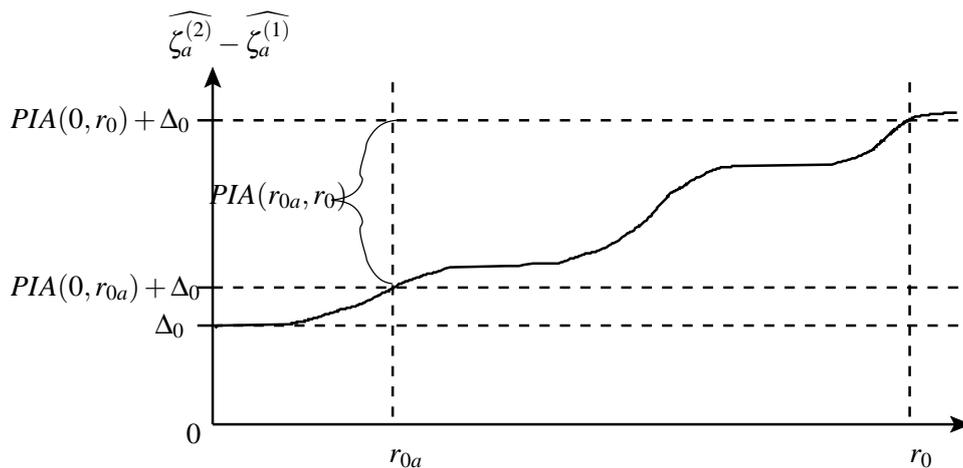
$$PIA_{eff}^{(1)} = \widehat{\zeta}_a^{(2)} - \widehat{\zeta}_a^{(1)} + \Delta_{kal}^{(2)} - \Delta_{kal}^{(1)} + \Delta_{radom}^{(2)} - \Delta_{radom}^{(1)} . \quad (6.8)$$

Hier muß allerdings verschärfend gefordert werden, daß  $\Delta_{mie}$  und  $PIA_{eff}^{(2)}$  selbst vernachlässigbar klein sind und nicht nur deren radiale Änderung wie bei Term  $H$  in Gleichung (6.5). Betrachtet man die  $PIA_{eff}^{(1)}$  nicht entlang des Pfades zwischen 0 und  $r_0$ , sondern zwischen einem beliebigen Ort  $r_{0a} < r_0$  auf dem Strahlweg und  $r_0$ , fallen durch Differenzbildung die häufig nur schwer zu bestimmenden  $\Delta_{kal}$  und  $\Delta_{radom}$  heraus, so daß

$$PIA_{eff}^{(1)}(r_{0a}, r_0) = PIA_{eff}^{(1)}(0, r_0) - PIA_{eff}^{(1)}(0, r_{0a}) = \left( \widehat{\zeta}_a^{(2)}(r_0) - \widehat{\zeta}_a^{(1)}(r_0) \right) - \left( \widehat{\zeta}_a^{(2)}(r_{0a}) - \widehat{\zeta}_a^{(1)}(r_{0a}) \right) \quad (6.9)$$

gilt. Hier wiederum sollten sich  $\Delta_{mie}$  und  $PIA_{eff}^{(2)}$  an den Orten  $r_{0a}$  und  $r_0$  zumindest nicht unterscheiden, was sicher dann der Fall ist, wenn sie sehr klein sind.

Im Folgenden wird aus Bequemlichkeitsgründen der Index  $_{eff}$  bei  $k_2$  und  $PIA$  stets weggelassen, es ist aber immer der effektive Wert gemeint. Abbildung 6.2 verdeutlicht nochmals schematisch das Verhalten der  $PIA(0, r_0)$  nach Gleichung (6.8) und den Zusammenhang zu  $PIA(r_{0a}, r_0)$  nach Gleichung (6.9). Die  $PIA$  ist eine monoton steigende Funktion des Abstandes  $r_0$  von Radar 1, deren Ableitung den Dämpfungskoeffizienten  $k_2$  ergibt.



**Abb. 6.2.:** Erwarteter schematischer Verlauf von  $\widehat{\zeta}_a^{(2)} - \widehat{\zeta}_a^{(1)}$  als Funktion des Abstandes  $r$  von Radar 1 und der Zusammenhang zu den verschiedenen PIAs in Gleichung (6.9).  $\Delta_0 = \Delta_{kal}^{(1)} - \Delta_{kal}^{(2)} + \Delta_{radom}^{(1)} - \Delta_{radom}^{(2)}$  nach Gleichung (6.8).

## 6.2. Räumliche Interpolation der Radardaten

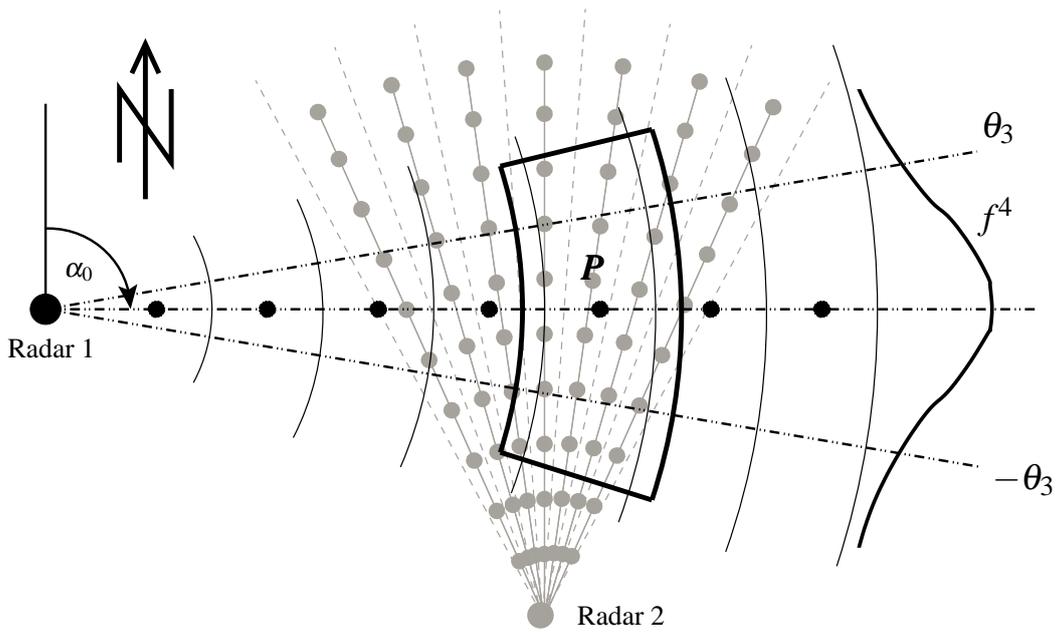
Nun wird auf die räumliche Interpolation der Meßdaten des Radars 2 eingegangen, die eine Schätzung für die für das Dual-Radar-Verfahren benötigten Werte  $\widehat{\zeta}_a^{(2)}$  mit der Meßcharakteristik des Radars 1 liefern soll ( $\{\widehat{\zeta}_a^{(2)}\}$ ).

Für die folgenden Ausführungen wird vorausgesetzt, daß die Meßdaten beider Radargeräte als Volumendatensätze in den üblichen Polarkoordinaten  $(r, \alpha, \varepsilon)$  vorliegen ( $r$  = Schrägentfernung,  $\alpha$  = Azimutwinkel,  $\varepsilon$  = Elevationswinkel). Die diskreten Werte von  $r$  und  $\alpha$  sind jeweils äquidistant mit einer Auflösung von  $\Delta r$  bzw.  $\Delta \alpha$ . Zum Zwecke der räumlichen Interpolation der Meßwerte von Radar 2 werden die Volumendatensätze beider Radargeräte zunächst so behandelt, als wären sie gleichzeitig gemessene Momentaufnahmen der jeweiligen Meßvolumina. Wenn nicht ausdrücklich angemerkt, beziehen sich im Folgenden die Koordinaten  $r$ ,  $\alpha$  und  $\varepsilon$  auf das Polarsystem des Radars 1.

Die wohl einfachste Möglichkeit der Interpolation von Meßwerten des Radars 2 besteht nun darin, die Meßwerte als Punktmessungen aufzufassen und die an den Orten der Mitten der Pulsvolumina von Radar 1 durch trilineare Interpolation (siehe Anhang E.2.1 auf Seite 244) bestimmten Werte als  $\zeta_a^{(2)}$  zu benutzen. Ein solches Vorgehen kann aber nur dann zu brauchbaren Ergebnissen führen, wenn die räumliche Auflösung der beiden Radargeräte so gut ist, daß sämtliche relevanten Skalen der räumlichen Variabilität des Reflektivitätsfeldes aufgelöst werden können. In der Praxis ist das aber meist nicht der Fall.

Vielmehr gibt es im zur Auswertung herangezogenen Überlappungsgebiet der Meßbereiche beider Radargeräte Zonen, innerhalb derer die Auflösung des einen Radars besser ist als die des anderen und umgekehrt, wobei im schlimmsten Falle beide Geräte die relevanten Änderungsskalen der Reflektivität nicht auflösen können. Ein sinnvolles Interpolationsverfahren muß diesen Umständen in geeigneter Weise Rechnung tragen. Das Ziel des abzuleitenden Verfahrens besteht zusätzlich erschwerend darin, eine Schätzung der Reflektivitätsmessung des Radars 2 abzuleiten, wenn es am selben Ort mit derselben Strahlgewichtsfunktion  $f^4$  wie Radar 1 gemessen hätte. Man hat also die Messung mit einer perfekt räumlich und zeitlich synchronisierten Dual-Wavelength-Radarkonfiguration nachzubilden.

Um das zu erreichen, kann in einem ersten Schritt das folgende Verfahren angewendet werden, das



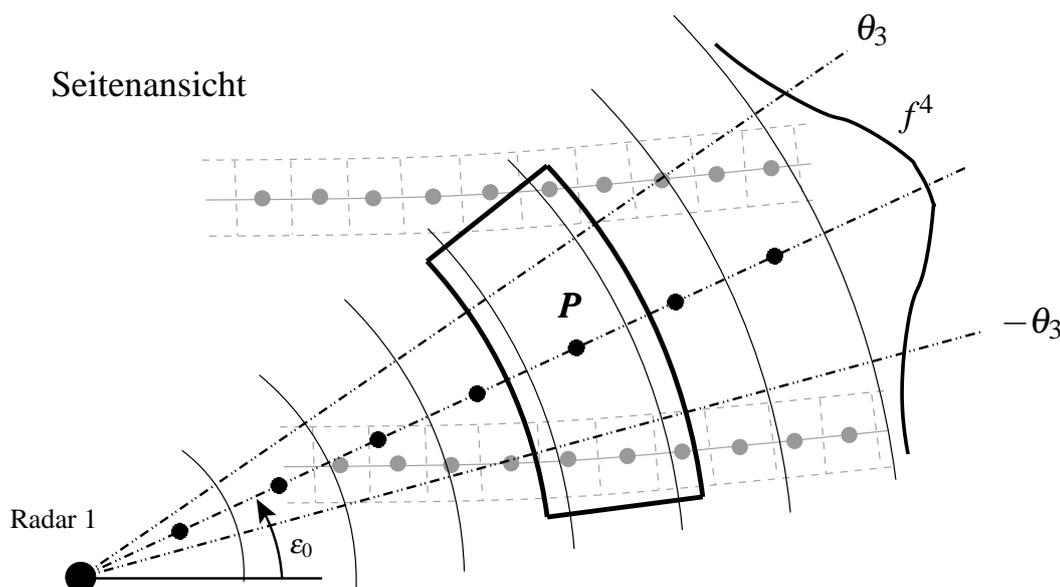
**Abb. 6.3.:** Schematische Darstellung der Datenlage bei einem Dual-Radar-Verfahren (Draufsicht).

**Schwarz:** Daten eines Strahls des Radars 1 (schwarze Punkte), Strahlmitte und  $\theta_3$ -Breiten (strichpunktierte Linien, siehe Abschnitt 3.2 auf Seite 16).  $f^4$  stellt die Zweiweg-Strahlgewichtsfunktion dar (bei einem azimuthal scannenden Radar sollte hier  $\tilde{f}^4$  nach Anhang C verwendet werden). **Grau:** Daten des Radars 2 (graue Punkte), Strahlmitten (graue durchgezogene Linien) und Andeutung der Strahlbreiten (graue gestrichelte Linien). **Schwarz dick:** Einflußgebiet der gewichteten Mittelung von Daten des Radars 2 zur Schätzung der interpolierten Reflektivität für den Punkt  $P$ .

von nun an als **Verfahren 1** bezeichnet wird. Die Datenlage der Meßwerte ist schematisch in Abbildung 6.3 (Draufsicht) für den Fall dargestellt, daß das Radar 2 (Meßorte = graue Punkte) am interessierenden Ort  $P$  eine höhere räumliche Auflösung besitzt als das Radar 1 (Meßorte = schwarze Punkte). Für das Radar 1 ist nur ein einziger Strahl mit schematisierter Zweiweg-Strahlgewichtsfunktion  $f^4$  gezeigt. Der Ort  $P$  hat die Koordinaten  $(r_0, \alpha_0, \varepsilon_0)$ . Der auf das Meßvolumen des Radars 1 am Ort  $P$  interpolierte logarithmische Reflektivitätswert  $\{\widehat{\zeta_a^{(2)}}\}_{V1}$  des Radars 2 nach **Verfahren 1** ergibt sich als gewichtetes Mittel

$$\{\widehat{\zeta_a^{(2)}}\}_{V1} = 10 \log_{10} \left( \frac{\sum_P \tilde{f}^4(\mathbf{r}_i) \cos \varepsilon_i \overline{Z_a^{(2)}}(\mathbf{r}_i)}{\sum_P \tilde{f}^4(\mathbf{r}_i) \cos \varepsilon_i} \right), \quad (6.10)$$

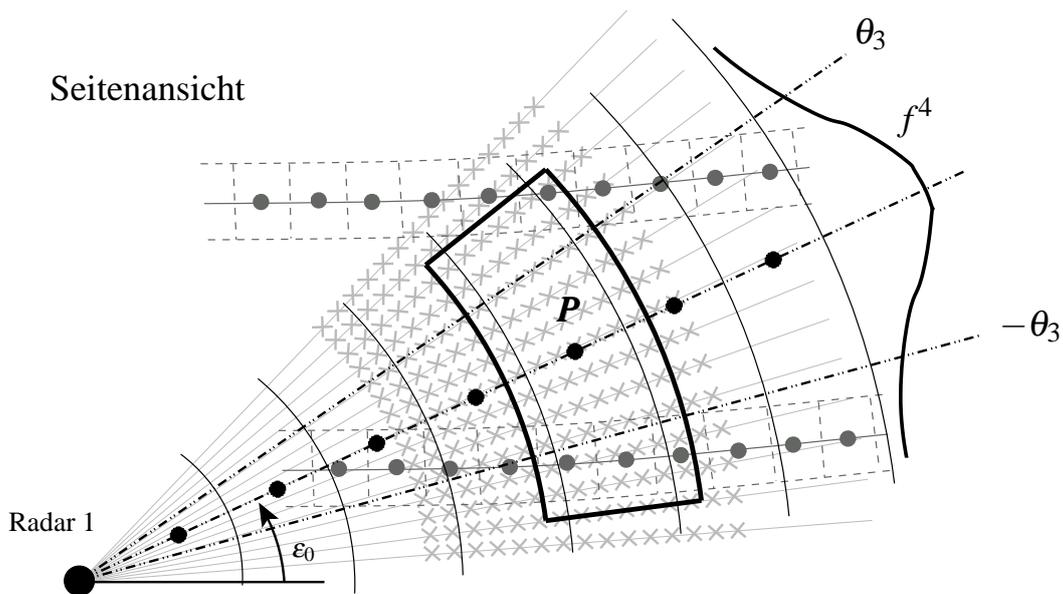
wobei sich die Strahlgewichtsfunktion auf das Radar 1 bezieht. Man beachte, daß hier anstatt  $f^4$  für einen Einzelstrahl die effektive Strahlgewichtsfunktion  $\tilde{f}^4$  für ein azimuthal scannendes und über mehrere Pulse mittelndes Radar gesetzt wurde (siehe Anhang C, Gleichung (C.18)) — was jeweils richtig ist, muß bei der konkreten Anwendung des Dual-Radar-Verfahrens entschieden werden.  $\overline{Z_a^{(2)}}$  stellt einen linearen Meßwert von Radar 2 dar, dessen Pulsvolumenmitte von Radar 1 aus gesehen die Koordinate  $\mathbf{r}_i$  hat ( $\mathbf{r}_i = (r_i, \alpha_i, \varepsilon_i)$ ). Der Index  $i$  bezieht sich auf alle Meßorte  $\mathbf{r}_i$  des Radars 2 innerhalb des in Abbildung 6.3 dick schwarz umrandeten Einflußgebiets um den Punkt  $P$ . Dieses Interpolationsschema behandelt die Messungen von Radar 2 als Punktwerte, bildet aber den Meßoperator von Radar 1 in



**Abb. 6.4.:** Schematische Darstellung der Datenlage bei einem Dual-Radar-Verfahren (Seitenansicht). Bedeutung der Farben und Symbole wie bei Abbildung 6.3, jedoch hier in einem Vertikalschnitt durch die Strahlachse von Radar 1. Dargestellt ist eine Situation mit einer vertikalen Datenlücke der PPI-Scans des Radars 2 (PPI: **P**lan **P**osition **I**ndicator, Radardaten liegen auf einem Kugelmantel vor).

einfacher Weise nach. Im allgemeinsten Fall kann die Gewichtsfunktion auch die Entfernungsgewichtung beinhalten („range weighting function“). Darauf wird in dieser Arbeit aber verzichtet. Es wird also angenommen, daß alle Hydrometeore im Enfernungsintervall  $[r_0 - \Delta r/2, r_0 + \Delta r/2]$  ungewichtet zum gemessenen Reflektivitätswert beitragen. Das Einflußgebiet stellt im Idealfall im Radarsystem des Radars 1 eine Kugelschale mit der Dicke  $\Delta r$  dar, und  $\tilde{f}^4$  wird als Funktion von Azimut  $\alpha$  und Elevation  $\varepsilon$  aufgefaßt. Aus Rechenzeitgründen sollte man sich allerdings in azimutaler und elevationsmäßiger Richtung auf den relevanten Bereich von  $\tilde{f}^4$  beschränken. Hier bietet sich der 90%-Gewichtsbereich an, also derjenige Winkelbereich der Strahlgewichtsfunktion, innerhalb dessen 90 % des Gewichts um die Strahlmitte konzentriert sind. Bei einem gaussförmigen  $\tilde{f}^4$  muß man den Bereich innerhalb der 10-dB-Keulenbreite  $\tilde{\alpha}_{eff,10}$  bzw.  $\tilde{\varepsilon}_{eff,10}$  wählen, siehe Gleichung (C.19) bzw. Gleichung (C.20) in Anhang C. Die Abgrenzung des Einflußgebiets erfolgt am besten im Polarkoordinatensystem des Radars 1 durch Festlegen eines Entfernungs-, Azimut- und Elevationsintervalls  $\Delta r_p$ ,  $\Delta \alpha_p$  und  $\Delta \varepsilon_p$  um die Mitte (Punkt  $P = (r_0, \alpha_0, \varepsilon_0)$ ) des jeweiligen Pulsvolumens von Radar 1, wie es in Abbildung 6.3 dargestellt ist. Dazu muß man die Polarkoordinaten des Radars 2 in das System von Radar 1 transformieren, was z.B. über die Zwischenstufe des geographischen Koordinatensystems erfolgen kann. In Anhang D sind die Transformationsformeln zwischen einem Radarsystem und dem geographischen Koordinatensystem unter Berücksichtigung der Strahlausbreitung (Refraktion) nach dem 4/3-Erde-Modell angegeben.

Probleme mit diesem Verfahren gibt es immer dann, wenn das Radar 2 im Einflußgebiet des Punktes  $P$  eine vergleichbare oder schlechtere Auflösung besitzt als das Radar 1, z.B. in unmittelbarer Nähe von Radar 1. Dann liegen nur wenige bis gar keine Meßwerte (Pulsvolumenmitten) von Radar 1 im Einflußbereich der gewichteten Mittelung, und auch das vom Radar 2 abgetastete Reflektivitätsfeld ist stärker geglättet als das von Radar 1 gemessene. Dies hängt aber stark von den Standorten und von den Radarparametern der beiden Geräte ab (Pulslänge,  $\theta_3$ ,  $\Delta r$ , azimutales Mittelungsintervall  $\Delta \alpha$  usw.). Maßnahmen zur Kompensation müssen bei der konkreten Anwendung des Verfahrens behandelt werden. Ein allgemein anwendbares Vorgehen in der Nähe von Radar 1 besteht in diesem Zusammenhang



**Abb. 6.5.:** Schematische Darstellung der Datenlage bei einem Dual-Radar-Verfahren (Seitenansicht). Ähnlich der Abbildung 6.4, aber zusätzlich hellgrau das feine Gitter, auf das die Daten von Radar 2 (dunkelgraue Punkte) linear interpoliert werden, bevor damit die gewichtete Mittelung innerhalb des Einflußgebiets um  $P$  erfolgt.

darin, einen lateralen Mindestdurchmesser  $d_{min}$  des Einflußgebiets zu fordern, so daß dessen azimutale und elevationsmäßige Ausdehnung  $\Delta\alpha_p$  bzw.  $\Delta\varepsilon_p$  gegeben sind durch

$$\Delta\alpha_p = \max \left[ \tilde{\alpha}_{eff,10}, 2 \arctan \left( \frac{d_{min}}{2r_0} \right) \right] \quad (6.11)$$

$$\Delta\varepsilon_p = \max \left[ \tilde{\varepsilon}_{eff,10}, 2 \arctan \left( \frac{d_{min}}{2r_0} \right) \right] . \quad (6.12)$$

Abhängig vom Abstand der Radargeräte muß  $d_{min}$  so groß gewählt werden, daß immer „genügend“ Meßwerte von Radar 2 im Einflußgebiet liegen.

Wie bei allen Interpolationsverfahren, die auf der gewichteten Mittelung von umliegenden Meßwerten innerhalb eines Einflußgebiets basieren, kann eine ungleichmäßige Datenverteilung innerhalb des Einflußgebiets zu unerwünschten Effekten führen. Die Abbildung 6.4 zeigt dies anhand eines Vertikalschnitts durch das Einflußgebiet einer Radarzelle des Radars 1, wenn eine zu große Elevationsstaffelung des Radar 2 eine räumliche vertikale „Lücke“ in der Volumenabtastung verursacht (die grau dargestellten Meßvolumina haben einen großen vertikalen Abstand). Dies ist ein häufig anzutreffender Umstand bei Radarvolumenmessungen, wenn horizontale PPI-Scans gefahren werden. Im hier dargestellten Fall würden von der unteren Elevation des Radars 2 drei Werte in die Mittelung miteingehen, von der oberen Elevation aber nur einer. Im Falle einer starken vertikalen Reflektivitätsänderung würde das zu einem systematisch überschätzten Mittelwert für das Einflußgebiet führen.

Um diesem Umstand zu begegnen, kann man das Verfahren 1 noch etwas verfeinern, so daß dadurch das **Verfahren 2** entsteht. Um eine gleichmäßige Verteilung von den zur Mittelung herangezogenen Daten innerhalb des Einflußgebiets und damit eine sinnvollere lokale Gewichtung zu erreichen, kann man die Daten von Radar 2 vor der gewichteten Mittelung auf ein sehr feines regelmäßiges Hilfsgitter interpolieren („oversampling“) und die auf das Hilfsgitter interpolierten Reflektivitäten  $Z_{af}^{(2)}$  zum Mitteln

benutzen. Das Vorgehen wird durch Abbildung 6.5 verdeutlicht. Dargestellt ist wie bei Abbildung 6.4 ein Vertikalschnitt durch das Einflußgebiet (dick schwarz umrandet) einer Radarzelle des Radars 1 mit Mittelpunkt  $P$ . Die zwei dunkelgrauen streifenförmigen Gebilde symbolisieren die originalen Meßorte der Daten des Radars 2. Zusätzlich erkennt man hellgrau das mit kleinen Kreuzen markierte feine Hilfsgitter, auf das die Daten, die an den dunkelgrau markierten Meßorten vorliegen, trilinear interpoliert werden.

Das feine Gitter (im Folgenden durch den Index „f“ gekennzeichnet) ist dabei regelmäßig in Polarkoordinaten des Radars 1 formuliert, da das Ziel des Verfahrens in der Reflektivitätsschätzung am Ort  $P$  unter Nachbildung des Meßoperators von Radar 1 besteht und die Strahlgewichtsfunktion von Azimut und Elevation des Radars 1 abhängen. Was die Auflösung  $\Delta r_f$ ,  $\Delta \alpha_f$ ,  $\Delta \varepsilon_f$  des feinen Gitters anbelangt, muß, abhängig von der Anwendung, ein Kompromiß zwischen möglichst feiner Auflösung und handhabbarer Rechenzeit gefunden werden. Das Gitter sollte aber deutlich feiner aufgelöst sein als das ursprüngliche Polarsystem von Radar 1.

Da das feine Gitter regelmäßig im Polarkoordinatensystem des Radars 1 ist, besteht die Möglichkeit, den am Punkt  $P$  interpolierten logarithmischen Reflektivitätswert  $\{\widehat{\zeta_a^{(2)}}\}_{V2}$  als eine einfache numerisch diskretisierte Approximation der integral formulierten gewichteten Volumenmittelung zu berechnen. Weil die Radarkoordinaten für gewöhnlich im System  $(r, \alpha, \varepsilon)$  aufgezeichnet sind, muß hier die Formulierung Gleichung (C.13) aus Anhang C zugrundegelegt werden (die in Gleichung (C.13) vorkommenden Kalibrier- und Radomdämpfungsfehler sind an dieser Stelle unerheblich). Es ergibt sich

$$\{\widehat{\zeta_a^{(2)}}\}_{V2} = 10 \log_{10} \left( \overline{Z_{af}^{(2)}} \right) = 10 \log_{10} \left( \frac{\sum_{i=-N_r}^{N_r} \sum_{j=-N_\alpha}^{N_\alpha} \sum_{k=-N_\varepsilon}^{N_\varepsilon} Z_{af}^{(2)}(r_i, \alpha_j, \varepsilon_k) \tilde{f}^A(r_i, \alpha_j, \varepsilon_k) \cos \varepsilon_k}{\sum_{i=-N_r}^{N_r} \sum_{j=-N_\alpha}^{N_\alpha} \sum_{k=-N_\varepsilon}^{N_\varepsilon} \tilde{f}^A(r_i, \alpha_j, \varepsilon_k) \cos \varepsilon_k} \right) \quad (6.13)$$

mit den diskreten Koordinaten

$$\begin{aligned} r_i &= i \Delta r_f + r_0 \\ \alpha_j &= j \Delta \alpha_f + \alpha_0 \\ \varepsilon_k &= k \Delta \varepsilon_f + \varepsilon_0 \quad . \end{aligned}$$

Der obere Querstrich als Mittelungsoperator über  $\overline{Z_{af}^{(2)}}$  wurde bei Gleichung (3.27) definiert und hier in diskretisierter Form ausgeführt. Er ist allerdings unter der Bedingung  $\Delta r \ll r_0$  etwas vereinfacht worden, indem der Faktor  $1/r^2$  im Zähler und Nenner von Gleichung (3.27) durch das konstante  $r_0$  genähert, vor die Integrale gezogen und gekürzt worden ist. Deswegen taucht der Faktor  $1/r^2$  im Ausdruck (6.13) nicht mehr auf.

Die Summationsgrenzen  $N_r$ ,  $N_\alpha$  und  $N_\varepsilon$  werden so gewählt, daß die  $r_i$ ,  $\alpha_j$  und  $\varepsilon_k$  innerhalb des Einflußgebiets um den Punkt  $P$  liegen. Das Einflußgebiet sollte so groß sein, daß es mindestens den 90-%-Bereich der effektiven Strahlgewichtsfunktion  $\tilde{f}^A$  abdeckt (siehe Anhang C). Dies gilt natürlich auch für das Verfahren 1.

Die fein aufgelösten Reflektivitäten  $Z_{af}^{(2)}$  können aus dem Datensatz von Radar 2 durch trilineare Interpolation der Meßwerte von Radar 2,  $Z_a^{(2)}$ , gewonnen werden (siehe auch Anhang E.2.1 auf Seite 244), wobei man  $Z_a^{(2)}$  als Punktwerte behandelt. Da jedoch auch Radar 2 nur räumlich geglättete Reflektivitäten mißt, repräsentieren die auf das feine Gitter interpolierten Werte  $Z_{af}^{(2)}$  ebenfalls nur eine geglättete

Schätzung des tatsächlichen Reflektivitätsfeldes.

Bei der trilinearen Interpolation ist es aufgrund des großen Wertebereichs von  $\overline{Z_a^{(2)}}$  ratsam, nicht direkt die  $\overline{Z_a^{(2)}}$  zu interpolieren, sondern beispielsweise  $(\overline{Z_a^{(2)}})^b$  mit  $b < 1$  mit anschließendem Potenzieren des interpolierten Wertes mit  $1/b$ . Wählt man z.B.  $b = 2/3$ , dann führt man wegen  $Z_e \sim R^{3/2}$  (grobe Abhängigkeit bei den Standard- $Z_e$ - $R$ -Beziehungen) die Interpolation im Raum der Niederschlagsintensitäten durch, was physikalisch plausibler erscheint als ein lineares Interpolieren von  $Z$ . Alternativ wäre hier auch ein trilineares Interpolieren der logarithmierten Reflektivitätswerte  $\overline{\zeta_a^{(2)}}$  denkbar.

Der Vorteil bei der Anwendung von Verfahren 2 gegenüber Verfahren 1 liegt in der besseren Kontrolle der räumlichen Gewichtung bei der Nachbildung des Meßoperators von Radar 1, vor allem in den Gebieten, in denen Radar 2 eine vergleichbare oder schlechtere räumliche Auflösung als Radar 1 besitzt oder Lücken in der Elevationsstaffelung vorliegen. Da in Bereichen ohne tatsächliche Messung (z.B. zwischen zwei PPI-Elevationen des Radars 2) lediglich linear interpoliert wird, kann dieses Verfahren selbstverständlich die räumlichen Datenlücken nicht wirklich ausbessern. Auch die Auflösung des feinen Gitters entspricht nicht dem Auflösungsvermögen der tatsächlichen Reflektivitätsmessung. Dies ist einzig und allein gegeben durch  $\Delta r$  und  $\theta_3$  von Radar 2. Die auflösungsbedingten Probleme sind zwar kleiner geworden, aber sie bestehen immer noch.

### 6.3. Fehlerquellen des Dual-Radar-Verfahrens

Nun ist es an der Zeit, die Fehlerquellen des Dual-Radar-Verfahrens etwas näher zu betrachten. Diese sind im einzelnen:

- 1) Ungenauigkeiten bei den Positionsangaben Azimut  $\alpha$ , Elevation  $\varepsilon$  oder Schrägentfernung bei den beiden Radargeräten,
- 2) Abweichung der Strahlausbreitungsbedingungen vom 4/3-Erde-Modell (siehe Anhang B), das für die Berücksichtigung der Refraktion in der Radarmeteorologie meist verwendet wird (so auch in dieser Arbeit),
- 3) alle Arten von Fremdechos (Bodenechos, Flugzeuge, etc.),
- 4) Teilabschattung des Radarstrahls an Hindernissen (z.B. Berge),
- 5) alle Arten von Seitenkeulenechos, sowohl in Form von Fremdechos als auch in Form von Niederschlagsechos,
- 6) Effekte durch Mehrfachstreuung,
- 7) Statistische Schwankungen der Reflektivität aufgrund der zufälligen Phasenlage des momentanen Empfangssignals (Marshall und Hitschfeld, 1953), auch bei Mittelung über mehrere Pulse,
- 8) Dämpfung bei Radar 2 (Term  $H$  in Gleichung (6.5) für  $k_2$ ),
- 9) Unterschied von  $\zeta_e^{(1)}$  und  $\zeta_e^{(2)}$  aufgrund von Abweichungen der Streuung von der Rayleigh-Näherung (Term  $G$  in Gleichung (6.5)),
- 10) räumliche Lücken in der Volumenabtastung bei Radar 2 durch beispielsweise zu große Elevationsabstände bei den Volumenscans,
- 11) instabile Eigenschaften der numerischen Approximation der Ableitung (Gleichung (6.7)),

- 12) Meßwerte des Radars 2 werden als Punktmessungen angesehen, repräsentieren in Wahrheit aber das mit der Strahlgewichtsfunktion geglättete Reflektivitätsfeld (Effekte durch nichtgleichmäßige Strahlfüllung, Reflektivitätsspitzen werden geglättet),
- 13) unterschiedliche Kalibrierung der beiden Radargeräte,
- 14) unter Umständen Radomdämpfung durch Schmutz-, Wasser- oder Eisbelag auf dem Radom,
- 15) Effekte durch zeitlich versetzte Abtastung des Meßgebietes in Verbindung mit advektivem Transport und individueller Änderung des Niederschlagsfeldes (Entwicklung, Abschwächung).

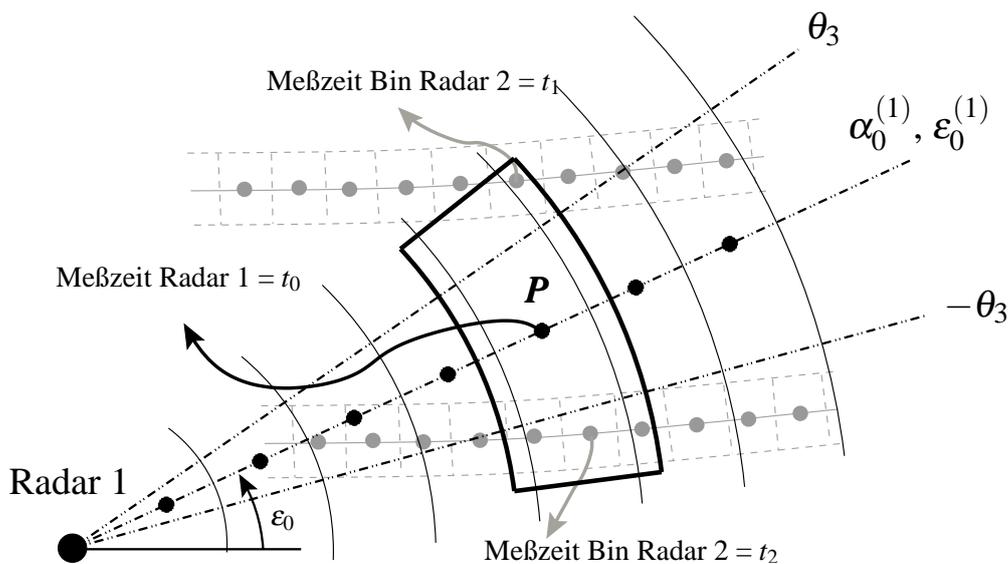
Diese Fehlerquellen wirken sich in unterschiedlicher Weise auf die Reflektivitäten, auf die abgeleitete  $PIA$ , auf die abgeleiteten Dämpfungskoeffizienten oder auf mehrere dieser Größen gleichzeitig aus. Meist hängt die Größenordnung ihres Einflusses von der im konkreten Fall vorliegenden Meßkonfiguration ab und kann hier nicht in allgemeiner Weise diskutiert werden. Vielmehr sollte man bei einer praktischen Anwendung des Dual-Radar-Verfahrens die obige Liste der Fehlerquellen Punkt für Punkt durchgehen und gegebenenfalls angepaßte Korrekturen vornehmen bzw. zumindest eine Abschätzung des Einflusses angeben (Fehlerrechnung).

Alle Fehlerquellen bis auf Nummer 13 und 14 wirken sich als statistische Fehler auf die abgeleiteten Größen  $\{Z_a^{(2)}\}$ ,  $k_2$  und  $PIA$  aus, so daß sich die einzeln von ihnen verursachten Varianzen zur Gesamtvarianz von  $\{Z_a^{(2)}\}$ ,  $k_2$  und  $PIA$  addieren (wegen der statistischen Unabhängigkeit der Fehlerquellen). Das Dual-Radar-Verfahren kann nur dann brauchbare Ergebnisse liefern, wenn die Gesamtfehlervarianz kleiner als der zu messende Dämpfungseffekt ausfällt. Es ist zu erwarten, daß  $k_2$  als Ableitung einer Differenz am schwersten bestimmt werden kann und somit dort der Einfluß der Fehlerquellen am größten sein wird. Wie man an der bloßen Anzahl der Fehlerquellen erkennen kann, stellt das sehr hohe Anforderungen an den Meßaufbau.

Je nach der Konfiguration der beiden Radargeräte ist zu erwarten, daß die Fehler durch einen Zeitversatz bei den Messungen (Fehlerquelle 15) eine große Rolle spielen können. Im nächsten Abschnitt wird daher eine Möglichkeit der Korrektur angegeben. Die Größenordnung und die Korrigierbarkeit dieser Fehlerquelle hängen aber wiederum vom konkret verwendeten Datensatz ab und müssen gesondert diskutiert werden.

## 6.4. Advektive Zeitversatzkorrektur

Bei vielen praktischen Anwendungen eines Dual-Radar-Verfahrens müssen die Effekte durch den Zeitversatz (Fehlerquelle 15 in Abschnitt 6.3) korrigiert werden. Selbst wenn z.B. bei einer Meßkonfiguration mit zwei bodengebundenen Radargeräten die Messung der korrespondierenden Volumendatensätze zur selben Zeit begonnen wird (übliche elevationsmäßig aufeinanderfolgende PPI-Scans), dann erfolgt die Messung am selben Ort im Überlappungsgebiet i.A. nicht zur selben Zeit. Je nach relativer Lage des Meßortes zu den beiden Radarstandorten kann der lokale Zeitversatz im Extremfall bis zur Meßzeit für einen kompletten Volumendatensatz anwachsen (üblicherweise 5 bis 15 Minuten). Diese Problematik wird durch Abbildung 6.6 verdeutlicht. In der Bildunterschrift findet sich die entsprechende Beschreibung. Eine einfache Überschlagsrechnung ergibt beispielsweise Folgendes: bei einer Windgeschwindigkeit von  $10 \text{ m s}^{-1}$  und einem durchaus realistischen Zeitversatz räumlich benachbarter Messungen der beiden Radargeräte von 5 min beträgt die Verlagerungsstrecke 3 km. Das bedeutet, daß räumliche Niederschlagsstrukturen von den beiden Radargeräten 3 km versetzt gemessen werden, was bei konvektiven Verhältnissen unweigerlich zu völlig unbrauchbaren Ergebnissen bei einer Dual-Radar-Methode führt. Dieses Problem wurde z.B. auch bei Kabèche und Testud (1995) und viel früher von Chong et al.



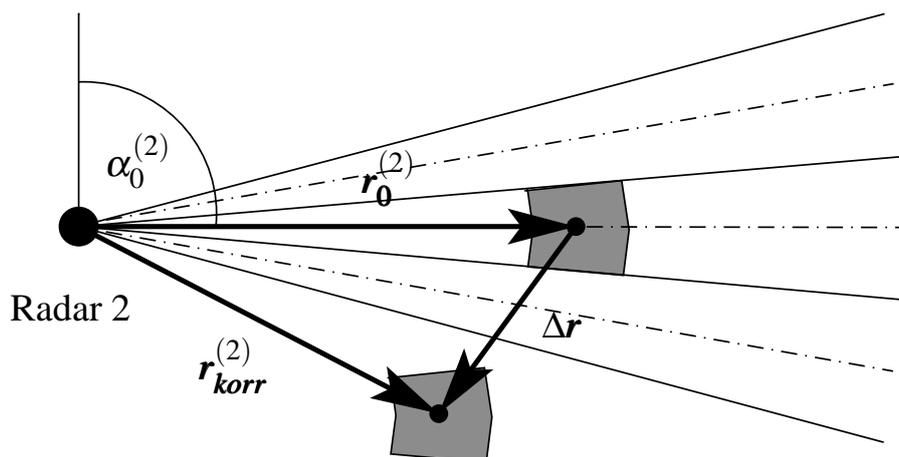
**Abb. 6.6.:** Schematische Skizze zum Zeitversatz: Der Meßwert von Radar 1 am Punkt  $P$  wird zur Zeit  $t_0$  gemessen, die mit Pfeilen markierten Meßwerte von Radar 2 aber zu den Zeiten  $t_1$  bzw.  $t_2$ . Der Zeitversatz beträgt hier  $\Delta t_1 = t_0 - t_1$  bzw.  $\Delta t_2 = t_0 - t_2$ . Allgemein:  $\Delta t = \Delta t(\alpha_0^{(1)}, \epsilon_0^{(1)}, \alpha_0^{(2)}, \epsilon_0^{(2)})$ .

(1983) erkannt (hier auf Geschwindigkeitsdaten bei Dual-Doppler bezogen), aber die Korrektur erfolgte auf eine Art, die für das hier vorliegende Verfahren nicht anwendbar ist.

Die im Folgenden vorgeschlagene einfache Korrekturmethode wird durch die räumliche Struktur des Zeitversatzes und durch die Anforderungen der Dual-Radar-Methode diktiert und ist in Abbildung 6.7 skizziert. Die Ableitung von  $k_2$  und  $PIA$  verlangt eine Schätzung der Reflektivität von Radar 2, wenn es zur gleichen Zeit mit der gleichen räumlichen Auflösung an denselben Orten wie das Radar 1 gemessen hätte. Um nun z.B. das Verfahren 1 nach Gleichung (6.10) für die räumliche Interpolation am Punkt  $P = (r_0^{(1)}, \alpha_0^{(1)}, \epsilon_0^{(1)})$  (Meßzeit  $t_0$ ) anwenden zu können, müssen die zur Interpolation benutzten Meßwerte des Radars 2 (Meßzeit i.d.R. ungleich  $t_0$ ) auf die Zeit  $t_0$  korrigiert sein.

Exemplarische Versuche mit einem Verfahren, bei dem die Meßwerte von Radar 2 am festen Ort zeitlich linear interpoliert werden, brachten in Verbindung mit den Methoden 1 und 2 keine befriedigenden Ergebnisse, weil bei ortsfesten Messungen in 5- oder 10-minütigem Abstand insbesondere bei konvektiven Verhältnissen die wesentlichen Zeitskalen der lokalzeitlichen Reflektivitätsänderung nicht aufgelöst werden und somit eine lineare (oder auch kompliziertere) zeitliche Interpolation den tatsächlichen Verlauf in der Regel nicht gut wiedergeben kann.

Hier bringt eine andere Methode bessere Ergebnisse, bei der man davon ausgeht, daß Niederschlagsstrukturen (z.B. einzelne konvektive Zellen) bei ihrer zeitlichen Verlagerung eine gewisse Erhaltungseigenschaft zeigen, zumindest auf der Zeitskala einer Radarvolumenmessung (etwa 5 bis 10 Minuten). Hat man also das Verlagerungsfeld  $\mathbf{v}(r_0^{(2)}, \alpha_0^{(2)}, \epsilon_0^{(2)})$  der Reflektivitätsstrukturen von Radar 2 vorliegen, dann bietet sich durch eine lineare Verlagerungsrechnung unter der Annahme, daß sich die Reflektivität während der Verlagerung individuell nicht ändert, eine einfache, recht genaue Möglichkeit der Korrektur. Die für ein gewisses räumliches Gebiet repräsentative Horizontalkomponente von  $\mathbf{v}$  kann z.B. mittels eines Kreuzkorrelationsverfahrens aus zwei zeitlich aufeinanderfolgenden Radarbildern abgeleitet werden (z.B. Li et al., 1995) oder mittels eines Dual-Doppler-Verfahrens, wenn beide Radargeräte die Radialgeschwindigkeit mitmessen. Bei letzterem muß man allerdings annehmen, daß sich die Reflektivitätsstrukturen exakt mit dem Windfeld verlagern, was nicht immer erfüllt ist. Was die Vertikalkomponente der Verlagerungsgeschwindigkeit anbelangt, sind die Verhältnisse komplizierter, da diese für ein



**Abb. 6.7.:** Prinzipische Skizze der Zeitversatzkorrektur (Draufsicht).  $\mathbf{r}_0^{(2)}$  bezeichnet den ursprünglichen Ort einer Reflektivitätsmessung des Radars 2 zur Zeit  $t$ ,  $\mathbf{r}_{korr}^{(2)}$  den um  $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{v}(\mathbf{r}_0^{(2)}) \Delta t(\mathbf{r}_0^{(1)}, \mathbf{r}_0^{(2)})$  verschobenen Ort.  $\mathbf{v}(\mathbf{r}_0^{(2)})$  ist hierbei die lokale horizontale Verlagerungsgeschwindigkeit und  $\Delta t(\mathbf{r}_0^{(1)}, \mathbf{r}_0^{(2)})$  der lokale Zeitversatz.

„Reflektivitätsvolumen“ repräsentativ sein soll, das sich aus unterschiedlich schnell sedimentierenden Hydrometeoren zusammensetzt, deren Fallgeschwindigkeit noch von der vertikalen Windkomponente überlagert wird. Die unterschiedliche Sedimentation verursacht eine vertikale Verschmierung des ursprünglichen Volumens bei einer mittleren relativen Abwärtsbewegung, die bei Regen etwa zwischen  $4$  und  $6 \text{ m s}^{-1}$  liegt (Barthazy und Joss, 2000) und bei Schnee etwa  $1 \text{ m s}^{-1}$  betragen dürfte. Gerade der Vertikalwind kann aber meßtechnisch flächendeckend nicht befriedigend erfaßt werden, so daß man zwar eine mittlere Abwärtskomponente aufgrund der Sedimentation ansetzen kann, aber die Unsicherheit über die Gesamtvertikalbewegung der Reflektivitätsstrukturen relativ groß ist.

Mit einer der beiden erwähnten Methoden (Kreuzkorrelationsverfahren, Dual Doppler) kann das horizontale Verlagerungsfeld  $\mathbf{v}_h$  (räumlich geglättet) auf einem kartesischen Gitter bestimmt werden und muß anschließend auf die Orte der Radardaten von Gerät 2 interpoliert werden. Die Auswahl des dabei passenden Vorgehens hängt vom Datensatz und der Meßkonfiguration ab und muß bei der konkreten Anwendung des Verfahrens gesondert diskutiert werden. Der Zeitversatz ist nun für jeden einzelnen Meßpunkt  $P(\mathbf{r}_0^{(1)} = (r_0^{(1)}, \alpha_0^{(1)}, \varepsilon_0^{(1)}))$  des Radars 1 eine Funktion des Ortes der Daten von Radar 2,

$$\Delta t(r_0^{(1)}, \alpha_0^{(1)}, \varepsilon_0^{(1)}, r_0^{(2)}, \alpha_0^{(2)}, \varepsilon_0^{(2)}) = t_0 - t(r_0^{(2)}, \alpha_0^{(2)}, \varepsilon_0^{(2)}) \quad , \quad (6.14)$$

so daß mit

$$\mathbf{r}_{korr}^{(2)}(\mathbf{r}_0^{(1)}, \mathbf{r}_0^{(2)}) = \mathbf{r}_0^{(2)} + \mathbf{v}_h(\mathbf{r}_0^{(2)}) \Delta t(\mathbf{r}_0^{(1)}, \mathbf{r}_0^{(2)}) \quad (6.15)$$

eine Abschätzung des Ortes  $\mathbf{r}_{korr}^{(2)}$  aller Meßwerte von Radar 2 zum Zeitpunkt  $t_0$  angegeben werden kann, die in Wahrheit zur Zeit  $t = t(\mathbf{r}_0^{(2)})$  am Ort  $\mathbf{r}_0^{(2)}$  gemessen worden sind. Die Reflektivitätsvolumina werden in Tangentenrichtung an das Strömungsfeld im Ort  $\mathbf{r}_0^{(2)}$  linear im Raum verschoben. Es handelt sich also nicht um eine echte Trajektorienrechnung, weil die Änderung des Strömungsfeldes entlang des Wegs nicht berücksichtigt wird. Das wiederum setzt voraus, daß  $|\mathbf{r}_{korr}^{(2)}|$  nicht größer ist als die lokale Auflösung des Verlagerungsgeschwindigkeitsfeldes und somit eine Trajektorienrechnung keinen Sinn macht. Liegen beispielsweise die  $\mathbf{v}_h$  mit einer Auflösung von  $6 \text{ km}$  vor (typischer Wert bei einer Kreuz-

korrelationsanalyse), dann gilt bei einer angenommenen Verlagerungsgeschwindigkeit von  $20 \text{ m s}^{-1}$  und einem Zeitversatz von  $300 \text{ s}$   $|\mathbf{r}_{\text{korr}}^{(2)}| = 6 \text{ km}$ , was gerade der lokalen Auflösung des Windfeldes entspricht. Hier kann Gleichung (6.15) angewendet werden. Da  $\mathbf{r}_{\text{korr}}^{(2)}$  auch von  $\mathbf{r}_0^{(1)}$  abhängt, muß das komplette Feld  $\mathbf{r}_{\text{korr}}^{(2)}$  für jeden zu interpolierenden Ort  $P$  neu berechnet werden.

Das Interpolationsverfahren 1 (Gleichung (6.10)) kann nun einfach modifiziert werden, indem zur Bestimmung der im Einflußgebiet liegenden Meßwerte des Radars 2 nicht die ursprünglichen Koordinaten  $\mathbf{r}_0^{(2)}$  herangezogen werden, sondern die korrigierten  $\mathbf{r}_{\text{korr}}^{(2)}$ . Dieses Vorgehen wird fortan als **Verfahren 3** bezeichnet.

Bei der Anpassung von Verfahren 2 besteht die Schwierigkeit darin, daß die korrigierten Orte  $\mathbf{r}_{\text{korr}}^{(2)}$  unregelmäßig im Raum verteilt sind und dadurch die lineare Interpolation auf das regelmäßige, fein aufgelöste Gitter bezüglich Radar 1 sehr aufwendig wird. Diese Interpolation könnte grundsätzlich durch eine dreidimensionale Delaunay-Triangulierung und anschließende trilineare Interpolation zwischen den vier triangulierten Nachbarpunkten (dreiseitige Pyramide) erfolgen, was aber aus Rechenzeitgründen kaum machbar erscheint.

Als einfachere Möglichkeit ist es denkbar, das Einflußgebiet etwas zu vergrößern (z.B. um den Faktor 1.5) und an alle korrigierten Meßwerte der Orte  $\mathbf{r}_{\text{korr}}^{(2)}$ , die innerhalb des Gebiets liegen, eine dreidimensionale analytische Funktion anzupassen (Methode der kleinsten Quadrate) und damit die Reflektivitätswerte auf dem feinen Hilfsgitter zu bestimmen. Anschließend könnte Gleichung (6.13) ohne Modifikation angewendet werden. Versuche mit linearem (Hyperebene), quadratischem (Quadrik) oder weiter verallgemeinertem kubischen Ansatz brachten aber keine befriedigenden Ergebnisse. Niederschlagsfelder scheinen zu variabel zu sein, als daß sie in allen Fällen durch eine handhabbare analytische Ansatzfunktion beschrieben werden könnten. Außerdem werden Volumendaten eines Radars primär immer auf zweidimensionalen Flächen (z.B. Kegelmantel beim PPI-Scan einer Elevation) gemessen, die in einem Volumenscan einen mehr oder weniger großen Abstand aufweisen. Mit einer solchen ungleichmäßigen räumlichen Datenverteilung scheinen die analytischen Funktionen nicht immer zurecht zu kommen. Die Probleme sind dabei umso größer, je weiter weg der Meßort  $P$  vom Radar 2 liegt, weil übereinanderliegende PPI-Flächen räumlich immer weiter entfernt sind. Ein weiteres Problem besteht außerdem im extrem großen Wertebereich der Reflektivitätswerte (Variation über 6 Größenordnungen auf engstem Raum möglich). Versuche, die Ansatzfunktion im dBZ-Raum oder im  $Z^{2/3}$ -Raum ( $\sim$  Niederschlagsrate) anzupassen, brachten aber nur marginale Verbesserungen.

Das Zeitversatzproblem ist deshalb relativ kompliziert, weil die Radardaten in Polarkoordinaten vorliegen und darüberhinaus der Zeitversatz eine Funktion des Ortes ist. Wäre der Advektionszeitschritt überall gleich, könnten die z.B. aus der Strömungsmodellierung bekannten Semi-Lagrange'schen Advektionsschemata angewendet werden, die man allerdings auf ein Kugelkoordinatensystem anpassen müßte.

Die in dieser Arbeit vorgeschlagene Methode für die Anpassung von Verfahren 2 ist der Versuch eines quasi Semi-Lagrange'schen Advektionsschemas für ortsabhängige Zeitschritte unter besonderer Berücksichtigung der Meßcharakteristik eines meteorologischen Radargeräts. Dabei erfolgt die Verschiebung der Reflektivitätszellen nicht wie bei den in der Strömungsmodellierung verwendeten Schemata rückwärts in der Zeit (ausgehend vom Ort auf dem regelmäßigen Gitter zum Zeitpunkt  $t_0$ , für den ein advehierter Wert gesucht wird), sondern vorwärts wie bei Verfahren 3. Eine Rückwärtsverschiebung würde das Problem viel einfacher lösbar machen (Interpolation des zeitversatzkorrigierten Reflektivitätswertes aus dem ursprünglich gemessenen Datensatz von Radar 2). Jedoch ist aufgrund des räumlich unterschiedlichen Zeitversatzes a priori nicht bekannt, welcher Wert desselben jeweils für die Rückverschiebung benutzt werden muß, weil diese nicht eindeutig festlegbar ist. Das Verfahren soll deshalb auf möglichst sinnvolle Weise aus den positionskorrigierten Reflektivitäten (siehe Verfahren 3)

eine Schätzung ableiten, wie die Messung auf dem regelmäßigen Polargitter von Radar 2 zum Zeitpunkt  $t_0$  mit der entsprechenden räumlichen Auflösung ausgesehen hätte. Dabei wird berücksichtigt, daß die positionskorrigierten Reflektivitätsmeßwerte von Radar 2 mit der Strahlgewichtsfunktion geglättete Werte darstellen, die für das jeweilige Pulsvolumen repräsentativ sind. Das Verfahren wird in Anhang F näher erläutert. In groben Zügen beschrieben, wird jedes Pulsvolumen, definiert durch  $r_0^{(2)}$ ,  $\Delta r$  und die 10-dB-Breite der Strahlgewichtsfunktion, gemäß dem Verlagerungsgeschwindigkeitsfeld nach Gleichung (6.15) im Raum verschoben, und aus der volumenmäßigen Überlappung mit den Pulsvolumina des regelmäßigen Radargitters werden die „advehierten“ Meßwerte geschätzt (räumlich gewichtet gemittelt).

Mit dem so advektionskorrigierten regelmäßigen Datensatz kann das Interpolationsverfahren 2 direkt angewendet werden, was es zum **Verfahren 4** macht.

Folgende Fehlerquellen sind bei der rein advektiven Zeitversatzkorrektur zu beachten und bei konkreten Anwendungen zu diskutieren:

- 1) Die vertikale Windkomponente (Bestandteil des Verlagerungsgeschwindigkeitsfeldes) ist nur schwer zu bestimmen. Sie wird daher auf 0 gesetzt. Die mittlere Sedimentationsgeschwindigkeit des Reflektivitätsvolumens selbst liegt je nach Hydrometeorart etwa zwischen  $1 \text{ m s}^{-1}$  und  $6 \text{ m s}^{-1}$ . Unterhalb der  $0^\circ\text{C}$ -Grenze wird ein Wert von  $5 \text{ m s}^{-1}$  angenommen, oberhalb ein Wert von  $1 \text{ m s}^{-1}$ .
- 2) Das Reflektivitätsvolumen (Pulsvolumen) „zerfließt“ zeitlich wegen der unterschiedlichen Sedimentationsgeschwindigkeit der einzelnen Hydrometeore, was hier nicht berücksichtigt wird.
- 3) Die individuelle Änderung  $dZ/dt$  ist nicht gleich 0. Wenn das Verlagerungsgeschwindigkeitsfeld jedoch mit einem Kreuzkorrelationsverfahren bestimmt wird, sind Informationen über einen räumlich gemittelten Reflektivitätstrend ableitbar, die für eine verbesserte Korrektur genutzt werden können.
- 4) Das Verlagerungsgeschwindigkeitsfeld ist meist nur in einer räumlich geglätteten Form ableitbar.
- 5) Fehler des Verfahrens der Verlagerungsfeldbestimmung bezüglich Richtung und Geschwindigkeit.



## 7. Ableitung von Extinktionsparametern aus Messungen zweier Radargeräte mit überlappendem Meßbereich

Nachdem in Kapitel 5 die Größenordnung des Extinktionseffekts und die Bandbreite der  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung für verschiedene Niederschlagsarten mittels der Streutheorie nach Mie abgeschätzt wurde, wird in diesem Abschnitt das in Kapitel 6 vorgeschlagene Dual-Radar-Verfahren zur Bestimmung von  $k_2$  und  $PIA$  auf einen real gemessenen Radardatensatz angewendet mit dem Ziel der Bestimmung von  $k_{2,eff}$  und  $PIA_{eff}$  für ein C-Band-Radar. Zum besseren Verständnis soll in der Notation von Kapitel 6 noch einmal zusammenfassend erwähnt werden, daß das Dual-Radar-Verfahren darin besteht, die Dämpfungsparameter  $k_{2,eff}^{(1)}$  und  $PIA_{eff}^{(1)}$  aus folgenden Gleichungen zu bestimmen, wobei wiederum der Index  $_{eff}$  aus Gründen der Übersichtlichkeit fortgelassen wird,

$$k_2^{(1)}(r_0) = \frac{\partial}{\partial r_0} \left( \widehat{\{\zeta_a^{(2)}\}}_{Vi} - \widehat{\zeta_a^{(1)}} \right) \quad (7.1)$$

$$PIA^{(1)}(r_{0a}, r_0) = \left( \widehat{\{\zeta_a^{(2)}\}}_{Vi}(r_0) - \widehat{\zeta_a^{(1)}}(r_0) \right) - \left( \widehat{\{\zeta_a^{(2)}\}}_{Vi}(r_{0a}) - \widehat{\zeta_a^{(1)}}(r_{0a}) \right) \quad (7.2)$$

Setzt man diese abgeleiteten Parameter anschließend zur jeweiligen gemessenen Reflektivität  $\widehat{\zeta_a^{(1)}}$  und/oder zur als näherungsweise ungedämpften  $\widehat{\{\zeta_a^{(2)}\}}_{Vi}$  in Beziehung, so lassen sich z.B. weitergehende Schlußfolgerungen hinsichtlich der Anwendbarkeit und der Probleme von konventionellen Dämpfungskorrekturalgorithmen ableiten. Ein wichtiger Schritt des Verfahrens ist es, die Werte für  $\widehat{\{\zeta_a^{(2)}\}}_{Vi}$  aus den Daten des Radars 2 in geeigneter Weise abzuleiten. Dafür wurden in Kapitel 6 insgesamt vier verschiedene Methoden bereitgestellt, die durch den Index  $i = 1, 2, 3, 4$  bei den geschweiften Klammern angedeutet werden, die wiederum die Näherung der tatsächlichen Strahlgewichtsfunktionsgemittelten Werte (Dach-Operator) durch das Interpolationsverfahren kennzeichnen sollen. Jede Methode hat ihre Vor- und Nachteile, und wenn man alle 4 nebeneinander anwendet, lassen sich durch Vergleich Aussagen über deren Güte ableiten.

Ein dafür geeigneter Datensatz wurde während der dreimonatigen Special Observing Period (SOP) des Mesoscale Alpine Programs (MAP, eine detaillierte Beschreibung dieses Experiments und seiner Ziele findet sich z.B. bei Binder et al., 1999 oder Bougeault et al., 2001) im Herbst 1999 am Südrand des Alpenbogens in der Gegend zwischen Mailand, Locarno und dem Monte Rosa gewonnen. Er besteht aus den Daten des operationellen C-Band Doppler Radars Monte Lema des Schweizer Wetterdienstes und des S-Band Dual Polarisation Doppler Radars des NCAR (S-Pol), das während der SOP des Großexperiments MAP am südlichen Ende des Lago Maggiore aufgestellt war. **Da das Hauptaugenmerk der vorliegenden Arbeit auf der Dämpfung im C-Band liegt, wird das Radar Lema in den Gleichungen (7.1) und (7.2) als Radar 1 identifiziert und das S-Pol als Radar 2.** Darüberhinaus stehen umfangreiche Daten von Radiosondenstationen, Niederschlagssammlern, Windprofilern, Disdrometermessungen u.v.m. zur Verfügung, die bei der Interpretation der Radardaten zuweilen hilfreich sind.

Diese Radarkonfiguration ist für eine Dual-Radar-Analyse von Reflektivitätsdaten nahezu ideal und in Europa praktisch einzigartig, weil der Abstand der beiden Radargeräte gerade etwa 40 km beträgt,

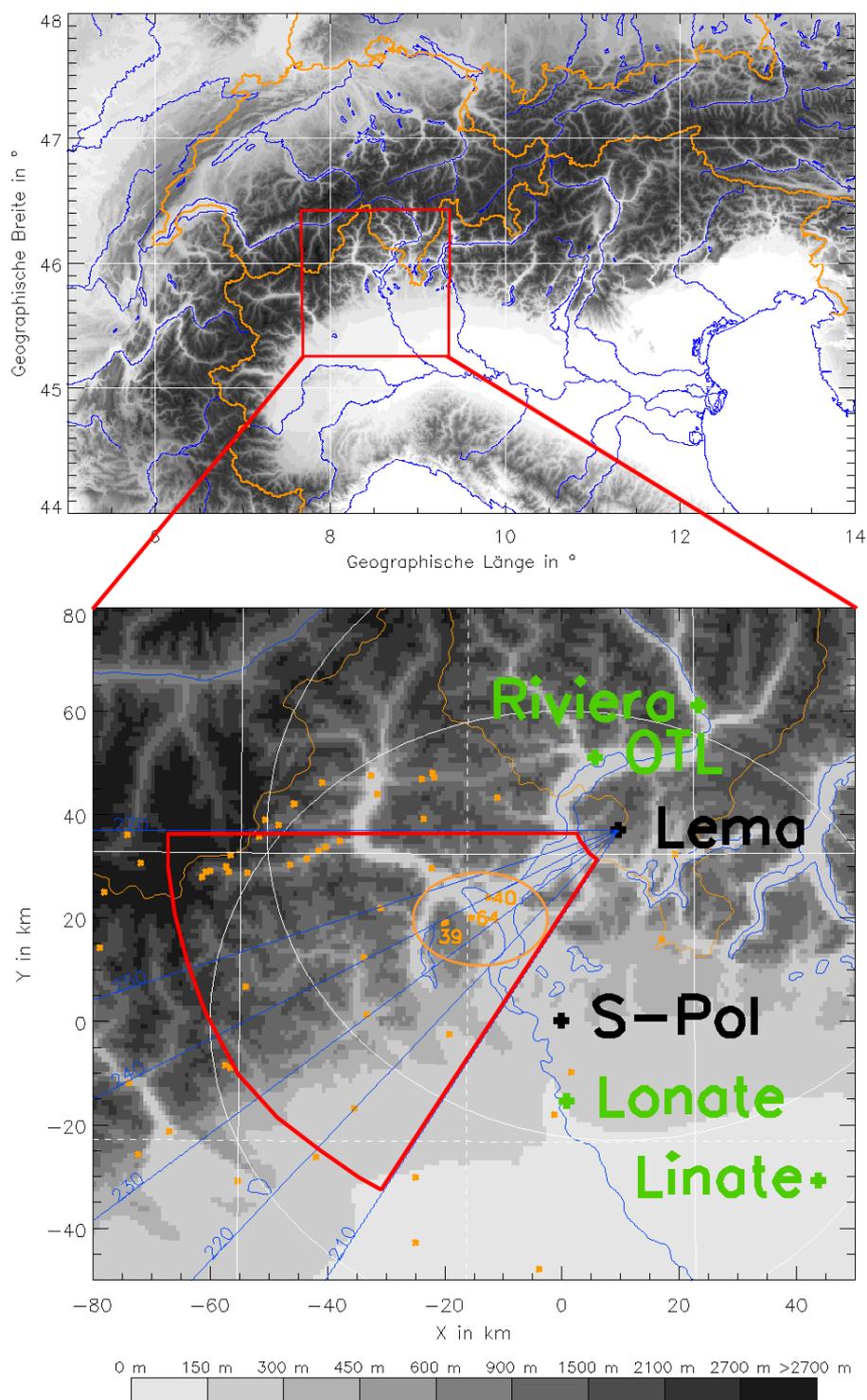
was eine Entfernung darstellt, bei der im Überlappungsgebiet ein genügend unterschiedlicher Blickwinkel auf einzelne Meßorte gegeben ist und die aber dennoch klein genug ausfällt, um das Überlappungsgebiet nicht in zu großer Höhe anzusiedeln. Die operationellen Radargeräte der nationalen Wetterdienste sind meist viel weiter voneinander entfernt und damit für die nachfolgende Untersuchung weniger geeignet. Es ist nun so, daß die beim MAP-Datensatz vorhandene Wellenlängenkombination aus S-Band und C-Band die Entwicklung des Dual-Radar-Verfahrens von Kapitel 6 maßgeblich beeinflusst hat. Würden beide Geräte auf derselben Frequenz arbeiten, wäre z.B. eines der in Abschnitt 4.1.2 angesprochenen Verfahren anwendbar gewesen. Außerdem ist es günstig, daß das Radar S-Pol mit einer Pulsvolumenlänge von 150 m eine viel bessere räumliche Auflösung besitzt als das Radar Lema, so daß die in Kapitel 6 angegebenen Verfahren zur räumlichen Interpolation sinnvoll angewendet werden können.

Im Folgenden werden zuerst alle verwendeten Daten beschrieben, bevor detailliert auf die Fehlerquellen und Ergebnisse der Dual-Radar-Analyse eingegangen wird.

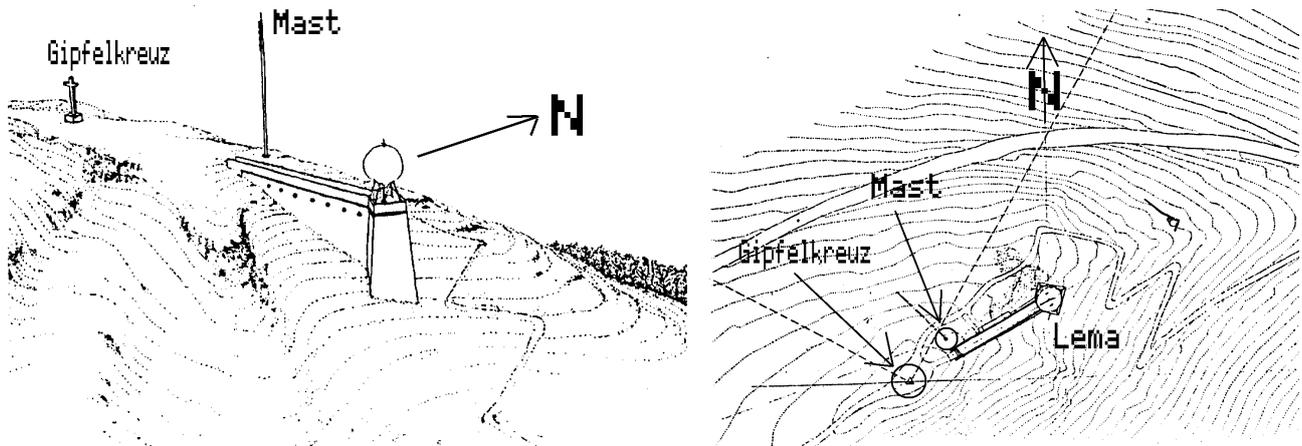
## 7.1. Beschreibung der verwendeten Daten

Im Verlauf der Datenauswertung werden neben Radardaten auch Meßwerte anderer Meßgeräte benutzt. An dieser Stelle werden im Vorgriff alle verwendeten Geräte und deren Datensätze beschrieben, soweit sie für die in dieser Arbeit durchgeführte Auswertung vorliegen. Dabei handelt es sich um die folgenden Meßgeräte bzw. Datensätze, wobei die genaue Lage der einzelnen Meßstationen der Karte in Abbildung 7.1 entnommen werden kann.

- **Radar Monte Lema (im Folgenden kurz "Lema"):** Operationelles C-Band Doppler Radar ( $\lambda_0 = 5.5$  cm) des Schweizer Wetterdienstes, Hersteller Gematronic, Typ Meteor 360-AC. Der Standort liegt auf dem Monte Lema in einer Höhe von 1625 m NN und ist auf der Karte in Abbildung 7.1 als schwarzes Kreuz mit der Beschriftung "Lema" markiert. Die wichtigsten Betriebsparameter und Angaben über die operationelle Scan-Strategie, die auch während der MAP-SOP gefahren wurde, können dem Anhang G.1 entnommen werden (Tabellen G.1, G.2 und G.4 und Abbildung G.1). In Abschnitt 7.1.1 wird noch genauer auf die in dieser Arbeit verwendeten Radarprodukte eingegangen.
- **Radar S-Pol:** Rein wissenschaftlich genutztes S-Band Dual Polarization Doppler Radar ( $\lambda_0 = 10.7$  cm), gebaut und betrieben vom National Center for Atmospheric Research in Boulder, USA. Der Standort während der MAP-SOP ist in der Karte durch ein schwarzes Kreuz mit der Beschriftung "S-Pol" dargestellt und liegt in einer Höhe von 305 m NN. Die wichtigsten Betriebsparameter können der Tabelle G.3 in Anhang G.1 entnommen werden. Als wissenschaftlich betriebenes Radar wurden während der MAP-SOP je nach Wetterlage abwechselnd verschiedene Scan-Strategien angewendet, vom vollständigen 360°-PPI-Volumenscan mit 9 Elevationen (Übersichtsscan) über 120°-PPI-Sektorscans mit 15 Elevationen in verschiedenen, der Niederschlagssituation angepaßten Richtungen bis zu RHI-Volumenscans (aufeinander folgende Vertikalschnitte) mit einem Azimutabstand von 2.5° über einen Azimutsektor von 120°. Für diese Arbeit kamen PPI-Volumendatensätze mit insgesamt 4 verschiedenen Elevations-Scanstrategien zur Anwendung, welche in den Abbildungen G.2 bis G.5 im Anhang G.2 bildlich dargestellt sind und mit den Buchstaben A bis D bezeichnet werden. Weitere Angaben finden sich nachfolgend in Abschnitt 7.1.2.
- **Vertikalsondierungen** von Temperatur, Luftfeuchte und Windrichtung und -geschwindigkeit (Temps) der Radiosondenstationen Riviera (245 m NN) und Mailand-Linate (107 m NN), die während der einzelnen Intensivmeßphasen (IOPs) der MAP-SOP alle drei Stunden durchgeführt worden sind. Die Meßstationen sind in der Karte als grüne Kreuze mit der entsprechenden Beschriftung eingezeichnet.



**Abb. 7.1.:** Oben: Topographische Karte des Alpenbogens. Die Ländergrenzen sind orange, die Orographie ist in Graustufen dargestellt. Das rote Rechteck markiert den Ausschnitt, der im unten Teil gezeigt ist. Dort erkennt man neben den Radarstandorten Lema und S-Pol die im Text näher beschriebenen Radiosondenstationen Riviera und Mailand-Linate, den UHF-Windprofiler Lonate, die Niederschlagsmeßstationen (orangefarbene Sternchen) und das mit OTL bezeichnete Osservatorio Ticinese di Locarno Monti des Schweizer Wetterdienstes, an dem die für Abbildung 5.7 in Kapitel 5.4.1 auf Seite 67 verwendeten Disdrometermessungen durchgeführt worden sind. In der unteren Karte ist das Auswertebereich für das Dual-Radar-Verfahren (siehe Abschnitt 7.2) rot umrandet dargestellt.



**Abb. 7.2.:** Skizze des Standortes von Radar Lema. **Links:** räumliche Darstellung. **Rechts:** Draufsicht. Aus Joss (1993). Man beachte die beiden Hindernisse in unmittelbarer Radarnähe in westsüdwestlicher Richtung (Mast, Gipfelkreuz).

- **Windprofile (Mittel über 15 Minuten)** eines UHF-Windprofilers des Centre National de Recherches Météorologiques, Météo France, für die gesamte Troposphäre an der Station Lonate Pozzolo (146 m NN), die in der Po-Ebene nordöstlich von Mailand gelegen ist und in der Karte ebenfalls durch ein grünes Kreuz dargestellt wird. Die Höhenauflösung der horizontalen Windkomponenten beträgt ca. 362 m und es gibt 40 Höhenstufen, wobei die Mitte der untersten Stufe in 1796 m NN liegt und die der obersten Stufe in 15914 m NN. Da die Horizontalkomponenten mit einem Neigungswinkel von ca.  $15^\circ$  gegen die Vertikale gemessen werden, sind Auflösung, minimale und maximale Höhenstufe der senkrecht gemessenen Vertikalkomponente um den Faktor  $1/\cos 15^\circ$  größer. Die Messungen wurden kontinuierlich während der gesamten SOP durchgeführt.
- **Meßnetz von Niederschlagssammlern** am Boden: Im gesamten Alpenraum war während der SOP ein sehr dichtes Meßnetz von Niederschlagssammlern in Betrieb, die je nach Station Stunden- bzw. Tagessummen aufgezeichnet haben. In der Karte sind alle Niederschlagsstationen als orangefarbene Sterne eingezeichnet, die im südwestlichen Sektor des Radars Lema angesiedelt sind. Die drei mit einer Nummer versehenen und innerhalb der orangenen Ellipse liegenden Stationen wurden für einen Vergleich mit den Lema- und S-Pol-Reflektivitätsdaten herangezogen (Abschnitt 7.4.2). Diese sind von beiden Radargeräten etwa gleich weit entfernt und gleichermaßen gut sichtbar, was bei allen anderen Stationen nicht unbedingt erfüllt ist. Die Station 39 (Mottarone Lidi) liegt auf 1302 m NN, die Station 40 (Pallanza) auf 202 m NN und die Station 64 (Stresa Someraro) auf 470 m NN. Alle drei Stationen zeichneten Stundenwerte auf.

### 7.1.1. Radar Monte Lema

Die beiden Radargeräte sind für die Untersuchungen in dieser Arbeit so wichtig, daß sie je ein eigenes Unterkapitel verdienen. Das C-Band Doppler Radar Monte Lema befindet sich am Südrand der Alpen auf einem Berggipfel in 1625 m über dem Meer (siehe auch Abbildung 7.1). Gegenüber einem Standort im Tale wird dadurch eine recht gute Sichtbarkeit auf Niederschlagsgebiete über den im nördlichen Sektor gelegenen Bergen gewährleistet. Abbildung 7.2 zeigt auf der linken Seite den Radarstandort und seine nähere Umgebung in einer dreidimensionalen Skizze (Joss, 1993). Man erkennt neben dem Radar auf einem künstlichen Betonpodest auch in unmittelbarer Radarnähe einen hohen Masten und ein

Gipfelkreuz, die als Abschattungshindernisse wirken. Im rechten Teil der Abbildung ist deren Standort relativ zum Radar dargestellt. Man erkennt, daß beide Hindernisse ungefähr in westsüdwestlicher Richtung abschattend wirken. Dieser Effekt ist deutlich in den Reflektivitätsdaten feststellbar und muß bei allen Auswertungen berücksichtigt werden (siehe z.B. die Darstellung der akkumulierten, aus den Radardaten abgeleiteten Niederschlagssummen von zwei Lema-Elevationen in Abbildung H.2, Seite 270).

Die wichtigsten Betriebsparameter des Radars Lema können der Tabelle G.1 in Anhang G.1 entnommen werden (übernommen aus Joss et al., 1998). Während der MAP-SOP wurden kontinuierlich Volumenscans mit der sonst auch verwendeten operationellen Scanstrategie aufgezeichnet. Es handelt sich hierbei um eine möglichst vollständige Volumenabtastung mittels aufeinanderfolgender PPI-Scans (azimutale Scans bei konstantem Elevationswinkel), die als Vertikalschnitt (Strahlmitte und -3-dB-Grenzen als Funktion der Bogenlängentfernung) in Abbildung G.1 auf Seite 261 graphisch dargestellt sind. Ein vollständiger Volumenscan dauert 5 Minuten und besteht aus 20 Elevationen. Die einzelnen Elevationsscans werden in der Reihenfolge und mit den Scanparametern (Antennendrehgeschwindigkeit  $\Omega_\alpha$ , Pulswiederholfrequenz  $f_{PRF}$ , usw.) durchlaufen, wie sie in Tabelle G.4 auf Seite 259 zu finden sind. Man erkennt, daß ein Volumenscan in zwei Abschnitte aus 10 Elevationen zerfällt, bei denen versetzt jeweils nur jede zweite Elevation von unten nach oben abgescannt wird. Auf diese Weise erhält man alle 2.5 Minuten einen Überblick über das gesamte Volumen. Schachtelt man die zwei Unterabschnitte ineinander, so ergibt sich alle 5 Minuten ein vollständiger Volumenscan.

Je Radarstrahl werden die einzelnen Meßwerte mit einem zeitlichen Abstand von  $0.28 \mu\text{s}$  aufgezeichnet, was einem räumlichen Abstand der Pulsvolumenmitten (englisch: gate spacing) von 83 m entspricht. Die Pulslänge selbst errechnet sich aus der Pulsdauer von  $0.5 \mu\text{s}$  zu 150 m, und die Länge des Pulsvolumens beträgt nach Abbildung 3.5 (Seite 24) genau die Hälfte davon, also 75 m. Somit sind die Pulsvolumina etwas weiter gestaffelt als ihre eigene Länge. Aufgezeichnet werden jedoch nicht diese Einzelwerte, sondern zur Erhöhung der statistischen Signifikanz werden alle Meßwerte mit Pulsvolumenmitten innerhalb eines Range- und Azimutbereichs von 1 km mal  $1^\circ$  zu einem Ausgabewert gemittelt. Im Range entspricht dies 12 und im Azimut 32 Werten ( $\Omega_\alpha$  und die  $f_{PRF}$  sind immer so aufeinander abgestimmt, daß sich exakt 32 Strahlen pro Grad ergeben), so daß ein Ausgabewert ein Mittel über 384 Einzelmessungen darstellt, was die statistische Unsicherheit des gemittelten äquivalenten Radarreflektivitätsfaktors äußerst klein macht.

Diese gemittelten Reflektivitätswerte werden im Produkt POLAR-Z (siehe auch Joss et al., 1998) in einer Auflösung von 4 Bit in Polarkoordinaten abgespeichert und stellen das „rohste“ Produkt dar, das den Anwendern zur Verfügung gestellt wird. In 4 Bit passen nur 16 verschiedene Reflektivitätsklassen (Zahlenwerte 0 bis 15). Der Wert 0 bedeutet Ausfallwert (z.B. eliminiert vom Clutterunterdrückungsalgorithmus, siehe weiter hinten in diesem Abschnitt) oder eine gemessene Reflektivität von kleiner als 13 dBZ. Die Werte 1 bis 15 kodieren die Reflektivitäten von 13 dBZ bis 55 dBZ in Schritten von 3 dB (siehe Tabelle G.2 in Anhang G.1). POLAR-Z dient als Basis für die Anwendung der Dual-Radar-Methode. Um die Unterscheidung zwischen Ausfallwerten und tatsächlichen geringen Reflektivitäten in der Klasse 0 zu erleichtern, gibt es für jeden Tag das Produkt COUNTP. Dort ist für jedes Bin des Polargitters die tägliche Häufigkeit gespeichert, wie oft dieses Pixel nicht als Clutter erkannt worden ist. Da die Meßzeit für einen Volumenscan 5 Minuten beträgt, ist die maximale Häufigkeit gerade die Anzahl der Scans pro Tag, nämlich 288. Für die Auswertungen in der vorliegenden Arbeit wird ein Reflektivitätswert eines Volumendatensatzes dann als Ausfallwert angesehen, wenn der entsprechende Wert im Produkt COUNTP des jeweiligen Tages kleiner als  $0.7 \times$  Anzahl der Scans des jeweiligen Tages ist (in mehr als 30 % der Scans des Tages wurde die Messung an dieser Stelle als clutterbeeinflusst erkannt und eliminiert und ist somit „clutterverdächtig“). Für die nicht als clutterbehaftet eingestuften 0-Werte ( $< 13$  dBZ) wird in dieser Arbeit ein Wert von 0 dBZ angenommen. Bei manchen Anwendungen, z.B. bei der Berechnung von akkumulierten Niederschlagssummen, werden darüberhinaus die clutterbehafteten 0-Werte durch den Mittelwert ihrer nicht clutterbehafteten Nachbarn (maximal 26) ersetzt, sofern

mehr als drei solche Nachbarn existieren. So sollen etwaige „Clutterlöcher“ aufgefüllt werden, die sonst zu einer systematischen Unterschätzung der akkumulierten Niederschlagsmenge führen würden.

Die maximal aufgezeichnete Entfernung  $r_{max}$  in den untersten 4 Elevationen beträgt 230 km. Dies ist etwas weniger als die sich aus der Lichtgeschwindigkeit  $c$  und der Pulswiederholfrequenz  $f_{PRF}$  ergebende maximal erreichbare Entfernung  $\tilde{r}_{max}$ ,

$$\tilde{r}_{max} = \frac{c}{2f_{PRF}} \quad . \quad (7.3)$$

Um Zeit zu sparen, wird in den höheren Elevationen die  $f_{PRF}$  und  $\Omega_\alpha$  erhöht, wobei aber immer 32 Pulse pro Grad Azimutwinkel gesendet werden. Dies verringert  $\tilde{r}_{max}$ , was sich aber nicht negativ auswirkt, weil man aus meteorologischer Sicht die Messungen im Wesentlichen auf die Troposphäre beschränken kann. Wie der Tabelle G.4 zu entnehmen ist, verringern sich denn auch in den höheren Elevationen die Werte für  $r_{max}$ .

Insgesamt ist die Scan-Strategie auf eine möglichst weiträumige und schnelle Reflektivitätsmessung hin optimiert. Bei einem Dopplerradar wie dem Radar Lema hat das aber negative Auswirkungen auf die Messung der radialen Geschwindigkeitskomponente. Es ist nämlich so, daß bei der Ableitung der Radialgeschwindigkeit nur solche Geschwindigkeitswerte richtig gemessen werden, die sich betragsmäßig innerhalb eines bestimmten Geschwindigkeitsintervalls  $[-v_n, v_n]$  befinden (siehe z.B. im Lehrbuch von Doviak und Zrnić, 1993). Treten höhere Radialgeschwindigkeiten auf, werden sie in dieses Intervall gefaltet (englisch: aliasing).  $v_n$  bezeichnet man auch als Nyquist-Geschwindigkeit und das Intervall  $[-v_n, v_n]$  als Nyquist-Intervall, wobei  $v_n$  gegeben ist durch (Doviak und Zrnić, 1993)

$$v_n = \frac{\lambda_0 f_{PRF}}{4} \quad . \quad (7.4)$$

$\lambda_0$  bezeichnet wiederum die Radarwellenlänge. Im Hinblick auf die Anwendung der gemessenen Radialgeschwindigkeit ist ein möglichst großes  $v_n$  wünschenswert, um Faltungseffekte in Grenzen zu halten. Löst man Gleichung (7.3) nach  $f_{PRF}$  auf und setzt diese in Gleichung (7.4) ein, dann ergibt sich eine Beziehung zwischen  $v_n$  und  $\tilde{r}_{max}$  der Form

$$v_n \tilde{r}_{max} = \frac{\lambda_0 c}{8} \quad . \quad (7.5)$$

Das Produkt aus  $v_n$  und  $\tilde{r}_{max}$  ist eine von der Wellenlänge abhängige Konstante, was bedeutet, daß ein großes  $\tilde{r}_{max}$  (niedrige  $f_{PRF}$ ) ein kleines  $v_n$  und damit eine hohe Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Faltungen nach sich zieht (Doppler-Dilemma). Beim Design eines Dopplerradars muß daher immer ein Kompromiß zwischen möglichst weitem Meßbereich und möglichst großem  $v_n$  gefunden werden. Bei der für das Radar Lema gewählten recht großen maximal erreichbaren Entfernung  $\tilde{r}_{max}$  in den untersten 4 Elevationen beträgt  $v_n$  nur  $8.25 \text{ m s}^{-1}$ . Bei den höheren Elevationen ist es etwas mehr, wie der Tabelle G.4 auf Seite 259 zu entnehmen ist. Will man die Radialgeschwindigkeiten verwenden, muß man vorher die Geschwindigkeitsfaltung rückgängig machen (dealiasing). Dafür gibt es verschiedene Techniken, angefangen vom manuellen Entfalten „per Augenmaß“ über Entfalten mit Hilfe eines unabhängig gemessenen Windprofils (nur bei „großem“  $v_n$  erfolgreich, siehe z.B. Doviak und Zrnić, 1993) bis hin zu teilweise sehr ausgefeilten Algorithmen wie z.B. bei Bergen und Albers (1988), Wüest et al. (2000) oder James und Houze (2001), die z.T. mit Methoden der Bildverarbeitung versuchen, zusammenhängende Regionen mit gleicher Faltungszahl zu identifizieren. Bei einer derart niedrigen  $v_n$  wie in den untersten Lema-Elevationen bestehen nun besondere Probleme, weil bei größeren Windgeschwindigkeiten mehrfache Faltungen auftreten können. Ein manuelles Entfalten ist dann nahezu unmöglich, und auch alle numerisch automatisierten Entfaltungsalgorithmen haben damit größere Probleme. Am

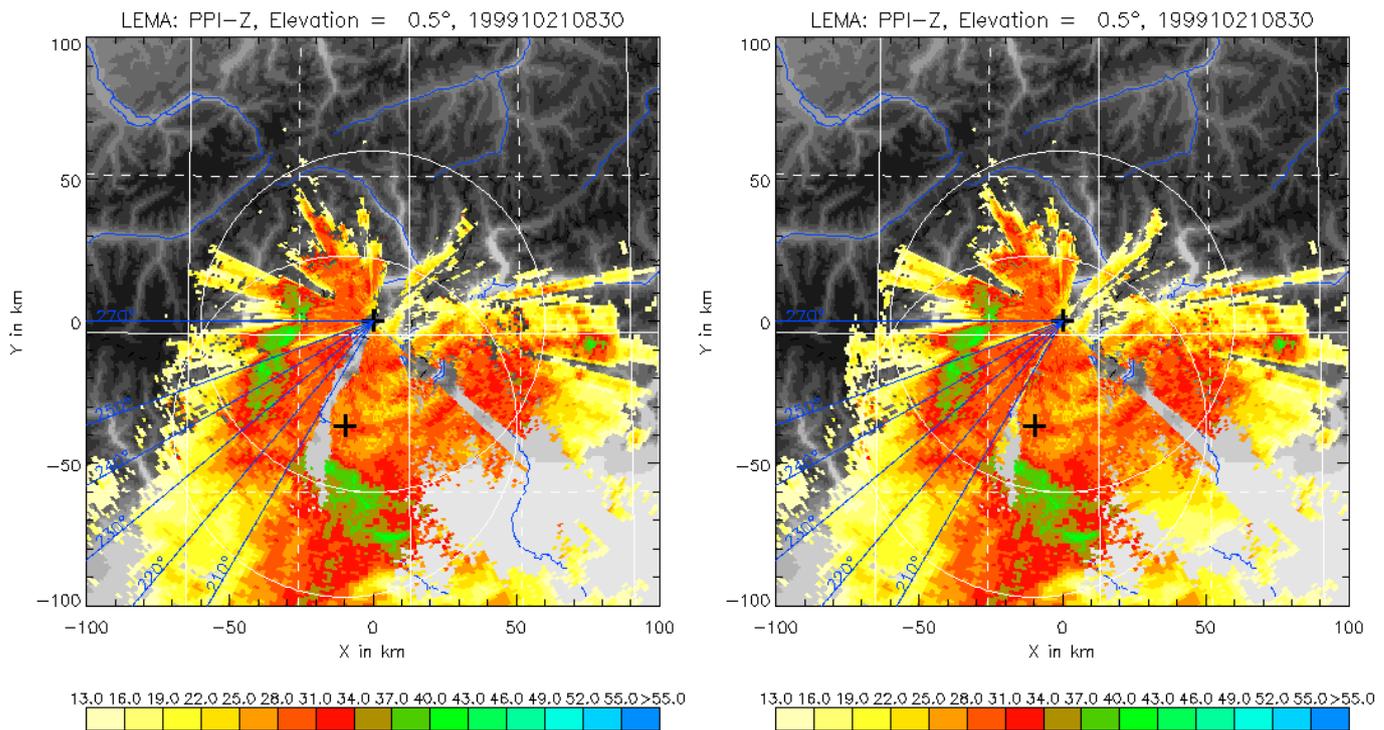
besten für die Lema-Daten eignet sich noch der Algorithmus von James und Houze (2001), der während der MAP-SOP auch operationell in Echtzeit betrieben worden ist (im sonstigen Routinebetrieb wird aber aus Gründen der Fehleranfälligkeit keine Entfaltung durchgeführt). Dieser Algorithmus wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit ebenfalls programmiert und angewendet und produziert in den Fällen mit einer Windgeschwindigkeit kleiner als ca.  $20 \text{ m s}^{-1}$  meist gute Ergebnisse. Bei höheren Werten der Windgeschwindigkeit treten aber bisweilen nicht zu unterdrückende Artefakte auf, die eine weitere Verwendung dieser Daten unmöglich erscheinen lassen.

Das Problem soll hier nicht weiter vertieft werden, da es den Rahmen dieser Arbeit bei weitem überschreiten würde. Es sei nur angemerkt, daß wegen der Probleme beim Entfalten von einer Anwendung der Lema-Radialgeschwindigkeitsdaten (Produkt POLAR-U, Auflösung 8 Bit, Joss et al., 1998) bei der Bestimmung des Verlagerungsgeschwindigkeitsfeldes für die Zeitversatzkorrektur nach Abschnitt 6.4 abgesehen wurde. Als ausgesprochen nützlich hat sich hingegen das mit einem modifizierten VAD-Algorithmus (siehe Tabary et al., 2001) berechnete vertikale Windprofil am Radarstandort erwiesen. Es dient in der vorliegenden Arbeit u.A. zum Entfalten der Radialgeschwindigkeitsdaten des Radars S-Pol.

Der Standort des Radars Lema in Relation zum S-Pol-Radar liegt so, daß grundsätzlich zwei Auswertesektoren für die Dual-Radar-Methode in Frage kommen, nämlich südlich und westsüdwestlich des Radars Lema. Wegen Abschattungseffekten in den unteren Elevationen des S-Pol-Radars in östlicher Richtung, verursacht durch einen radarnahen, baumbewachsenen Hügel (siehe Abbildung 7.4), wird der westsüdwestlich des Radars Lema gelegener Sektor als Auswertebereich für die Anwendung der Dual-Radar-Methode gewählt. Näheres dazu findet sich in Abschnitt 7.2.

Bei allen Auswertungen der Reflektivitätsdaten des Radars Lema muß das orographisch stark gegliederte Gelände beachtet werden, das eine ernste Beeinflussung der Messungen durch direkte Bodenechos, aber auch Seitenkeulenechos verursacht. Durch eine Analyse der Bodenecho- und Abschattungsbeeinflussung mittels der Daten eines digitalen Höhenmodells wie in Anhang H können grundsätzlich nur die in Verbindung mit der Hauptkeule auftretenden Effekte abgeschätzt werden. Eine Verschmutzung durch etwaige Nebenkeulenechos ist aufgrund der komplizierten Seitenkeulencharakteristik einer Radarantenne viel schwieriger mit Höhendaten in Verbindung zu bringen. Hier schafft der im Schweizer Wetterdienst operationell angewendete hochentwickelte Clutterunterdrückungsalgorithmus Abhilfe (z.B. Joss et al., 1998). Für jeden über 32 Pulse ( $1^\circ$  azimuthal) gemittelten 83-m-Wert wird durch Abarbeiten eines Entscheidungsbaumes auf der Basis von Eigenschaften des Dopplerspektrums und von statistischen Eigenschaften der gemessenen Reflektivitätswerte entschieden, ob es sich um ein reguläres Niederschlagsecho oder um ein Bodenecho handelt. In den Fällen, in denen kein eindeutiger Entscheid möglich ist, wird eine dynamische Clutterkarte zu Rate gezogen. Diese Clutterkarte wird wiederum jedesmal aktualisiert, wenn bei einem Meßwert ein eindeutiger Entscheid aufgrund der Reflektivitäts- und Geschwindigkeitsdaten möglich war (deshalb handelt es sich um eine dynamische Clutterkarte).

Für einen Ausgabewert in den Produkten POLAR-Z und POLAR-U ( $1^\circ \times 1 \text{ km}$ ) werden alle 83-Meter-Werte gemittelt, die den Cluttertest bestanden haben. Pro Ausgabewert genügt es, wenn ein einziger der 12 darin enthaltenen 83-m-Meßwerte als gültiges Niederschlagsecho erkannt wird. Dennoch werden in den unteren 2 bis 3 Elevationen viele Ausgabewerte auf Ausfall gesetzt, deren Pulsvolumen (Hauptkeule) offensichtlich nicht direkt mit der Orographie überlappt — vermutlich handelt es sich hier um den massiven Einfluß von Seitenkeulenechos. Abbildung 7.3 verdeutlicht dies anhand eines Beispiels. Links ist ein PPI-Reflektivitätsscan vom 21.10.1999 um 8:30 UTC in der Elevation  $0.5^\circ$  (zweitunterste Elevation) dargestellt, so wie er aufgezeichnet worden ist. An diesem Tag wurde mit einer südlichen Strömung feuchtwarme und stabil geschichtete Luft gegen die Alpen geführt. Durch die Kanalisierungswirkung des Alpenbogens bildete sich besonders im Bereich des Tessin (Zone der maximalen Konfluenz, typische Verhältnisse in den Südalpen) durch die Aufgleitvorgänge langanhaltender stratiformer Stauniederschlag mit einer im Reflektivitätsbild deutlich hervortretenden Schmelzzone (Helles Band, erkennbar als konzentrisch um den Radarstandort angeordnete Zone erhöhter Reflektivität).



**Abb. 7.3.:** Beispiel für die Wirkung des Clutteralgorithmus beim Radar Lema und für die Anwendung des Produktes COUNTP, um entstandene Clutterlücken wieder zu schließen. **Links:** Ursprünglich aufgezeichneter PPI-Reflektivitätsscan vom 21.10.1999 um 8:30 UTC, Elevation  $0.5^\circ$ . **Rechts:** Derselbe Scan nach Auffüllen der Clutterlücken mit Hilfe des Produktes COUNTP nach der im Text beschriebenen Weise.

tät in einer PPI-Kegelmantelprojektion). Im linken Teil der Abbildung 7.3 sieht man deutlich die durch den Clutteralgorithmus unterdrückten Reflektivitätswerte als offensichtliche „Löcher“ im Reflektivitätsfeld. Besonders auffällig ist eine schlauchförmige Zone, die sich vom Radar Lema in südsüdwestlicher Richtung erstreckt. Auf der rechten Seite wurde mit Hilfe des Produktes COUNTP in der weiter oben beschriebenen Weise verfahren, um die Clutterlücken, dort wo es möglich ist, zu füllen. Man erkennt, daß die schlauchförmige Zone nun wesentlich „enger“ ist, und auch im Bereich südöstlich des Radars Lema wurde ein größeres Gebiet „gefüllt“. Erkennbar sind jedoch auch die Probleme und Grenzen des Verfahrens. Zum einen können meist nicht alle Lücken gestopft werden, weil auch in den Elevationen darunter und darüber viele Clutterpixel herausgefiltert worden sind und dann die erforderliche Anzahl von mindestens 3 gültigen Nachbarn nicht erreicht wird. Zum anderen besteht die Gefahr, wie im Bereich südöstlich des Radars Lema ersichtlich, daß bei starker vertikaler Variation des Reflektivitätsprofils systematisch zu niedrige (wie in diesem Fall) oder zu hohe Reflektivitäten in die Clutterlücken geschrieben werden, wenn sich in deren Nachbarschaft gültige Meßwerte hauptsächlich darüber (wie hier) oder darunter finden lassen (asymmetrische räumliche Verteilung der gültigen Nachbarwerte). Die Mittelung über die gültigen Nachbarwerte führt dann zu einer systematischen Unter- oder Überschätzung des tatsächlichen Reflektivitätswertes. Aus Platzgründen wurde auf die Darstellung der darunter und darüberliegenden Elevationsscans verzichtet.

Mit Hilfe des Produktes COUNTP kann man in diesem Fall zwar gut zwischen den durch den Clutteralgorithmus eliminierten Meßwerten und zwischen den „echten“ schwachen Reflektivitäten unterscheiden, aber ein Wiederauffüllen der Clutterlücken ist wegen deren manchmal ausgedehnter und

räumlich zusammenhängender Struktur nur bedingt erfolgreich. Für die Auswertungen (z.B. Berechnung akkumulierter Niederschlagsmengen) sind daher Verfahren gefragt, die trotz der vorhandenen Datenlücken sinnvolle Ergebnisse liefern, wenn die Information vorhanden ist, ob es sich bei einem 0-Wert um Clutter oder niedrige Reflektivität handelt.

Erwähnenswert ist noch, daß sich die Azimutangaben bei den Produkten POLAR-Z und POLAR-U jeweils auf die Antennenstellung in der Mitte des azimutalen Mittelungsintervalls ( $\Delta\alpha = 1^\circ$ ) beziehen. Dieser Winkel ist somit als Bezugsazimut  $\alpha_0$  für die effektive Strahlgewichtsfunktion (siehe Anhang C) aufzufassen. Pro Antennenumdrehung werden 360 gemittelte Strahlen aufgezeichnet, wobei beim ersten Strahl (Index  $j_\alpha = 0$ )  $\alpha_0 = 0.5^\circ$  gilt und beim letzten  $\alpha_0 = 359.5^\circ$  (Index  $j_\alpha = 359$ ).

Im Verlauf der Auswertung wird die Information über die genaue Meßzeit einzelner Lema-Strahlen wichtig werden. Diese kann prinzipiell aus den Angaben in der Tabelle G.4 in Anhang G.2 auf Seite 259 bestimmt werden. Zu beachten ist hierbei, daß ein Volumenscan genau zu vollen 5 Minuten (z.B. 10:35:00 UTC) beginnt und ab diesem Zeitpunkt die in der Tabelle angegebenen Scan- und Elevationswechselzeiten zu nehmen sind. Da ein Elevationsscan bei beliebigem Azimut beginnen kann und der Radarsignalprozessor die Sortierung im Azimut vornimmt, wobei die Information über den Anfangsazimut verloren geht, kann die genaue Bezugszeit eines Strahles nicht mehr exakt nachvollzogen werden. Man kann lediglich den Anfangs- und Endzeitpunkt bestimmen. Aus diesem Grunde erhalten alle Strahlen eines einzelnen Elevationsscans dieselbe Zeitzuordnung in Form des Mittelwerts der jeweiligen Anfangs- und Endzeit.

### 7.1.2. Radar S-Pol

Das Radar S-Pol war während der MAP-SOP etwa 10 km ost-südöstlich vom Süden des Lago Maggiore aufgestellt (siehe Abbildung 7.1 auf Seite 119). Als rein wissenschaftlich genutztes Gerät war die Scanstrategie nicht wie bei einem operationellen Betrieb fest vorgegeben, sondern es wurden je nach Wetterlage verschiedene Scanmuster angewendet. Im Wesentlichen wechselten sich fünfminütige RHI-Volumenscans (Volumenabtastung durch aufeinanderfolgende Vertikalschnitte im Azimutabstand von  $2.5^\circ$ ) mit „normalen“ PPI-Volumenscans ab, die jeweils über einen Azimutsektor von  $120^\circ$  durchgeführt wurden. Die Ausrichtung dieses Sektors wurde für jeden Scan je nach Wetterlage vom Betriebspersonal festgelegt, wobei zwischen einer nordwestlichen ( $260^\circ$  bis  $20^\circ$ ), östlichen ( $0^\circ$  bis  $120^\circ$ ) und südlichen ( $120^\circ$  bis  $240^\circ$ ) Ausrichtung unterschieden wurde. Zu Beginn jeder neuen Stunde erfolgte als Unterbrechung dieses Ablaufs ein vollständiger zehnmütiger Volumenscan über  $360^\circ$ , um einen Überblick zu erhalten. Die  $120^\circ$ -PPI-Scans folgten dabei im Wesentlichen einer der zwei Scanstrategien, die in den Abbildungen G.2 und G.3 des Anhangs G.1 graphisch dargestellt sind und aus 15 Elevationen bestehen (Strategie A oder B). Die  $360^\circ$ -Übersichtsscans wurden aus Zeitgründen nur mit 9 Elevationen gefahren, wobei wiederum eine von zwei Scanstrategien zur Anwendung kam (Abbildungen G.4 und G.5 in Anhang G.1, Strategie C oder D). Die beschriebene zeitliche Abfolge der Scans bildet ein generelle Ablaufschema, von dem im Einzelfall, je nach Wettersituation, mehr oder weniger abgewichen worden ist. Ein Überblick über die tatsächlich gewonnenen Daten während der MAP-SOP kann der Internetseite von Rilling et al. (1999) entnommen werden.

Die Daten des Radars S-Pol werden in Fließkommadarstellung aufgezeichnet, so daß Diskretisierungsfehler wie bei anderen Radargeräten nicht vorkommen. Für jeden Radarpuls wird außerdem die Sendezeit mit aufgezeichnet. Als Meßgrößen stehen zur Verfügung:

- Äquivalenter Reflektivitätsfaktor  $Z_e$  (horizontal polarisiert),
- Differentielle Reflektivität  $Z_{DR}$ ,
- Lineares Depolarisationsverhältnis  $LDR$ ,
- Differentielle Phasenänderung bei der Ausbreitung  $K_{DP}$  (englisch: specific differential phase),

- Differentielle Ausbreitungsphase  $\Phi_{DP}$  (englisch: differential phase shift),
- Die Korrelationskoeffizienten  $\rho_{HH}$ ,  $\rho_{VV}$  und  $\rho_{HV}$  (Definition siehe z.B. bei Doviak und Zrnić, 1993, Seite 242/243),
- Radiale Dopplergeschwindigkeit  $v_r$ ,
- Breite des Dopplerspektrums  $\sigma_v$ .

Für diese Arbeit wird nur der äquivalente Radarreflektivitätsfaktor  $Z_e$  und die radiale Dopplergeschwindigkeit  $v_r$  verwendet.

Die Pulswiederholfrequenz  $f_{PRF}$  beträgt 850 Hz, wobei abwechselnd mit horizontaler und vertikaler Polarisation gesendet wird ( $Z_e$  wird also mit 425 Hz aufgezeichnet). Die maximale Entfernung  $r_{max}$  der aufgezeichneten Daten liegt bei 117.6 km. Die Antennendrehgeschwindigkeit  $\Omega_\alpha$  ist 1.225 RPM, die Entfernungsauflösung  $\Delta r$  beträgt 150 m und ein Ausgabewert wird als Mittel über 100 Pulse (50 Pulse für  $Z_e$ ) gebildet, wobei im Range nicht weiter gemittelt wird (Entfernungsauflösung der Ausgabewerte ebenfalls 150 m). Aus  $\Omega_\alpha$ ,  $f_{PRF}$  und der Mittelung über 100 Pulse ergibt sich ein azimutales Mittelungsintervall  $\Delta\alpha$  von  $0.864^\circ$ . Wie sich aus den für jeden Ausgabestrahle gemittelten und in den Datendateien angegebenen Azimutwerten ergibt, schwankt dieser Wert in der Praxis leicht, was z.B. auf eine nicht ganz gleichmäßige Antennenrotation zurückgeführt werden könnte. Alle vom Radar gelieferten Daten wurden vor der eigentlichen Anwendung aus Gründen der Handhabbarkeit im Azimut linear auf äquidistante Radiale interpoliert, die mit einem Azimutabstand von  $\Delta\alpha = 0.8^\circ$  gewählt worden sind. Die Zählung beginnt hierbei bei einem Azimut von  $0.0^\circ$  (Index  $j_\alpha = 0$ ) und endet bei  $359.2^\circ$  (Index  $j_\alpha = 449$ ). Dies führt zu einer leichten Glättung und Filterung der Daten, die aber in Kauf genommen werden kann.

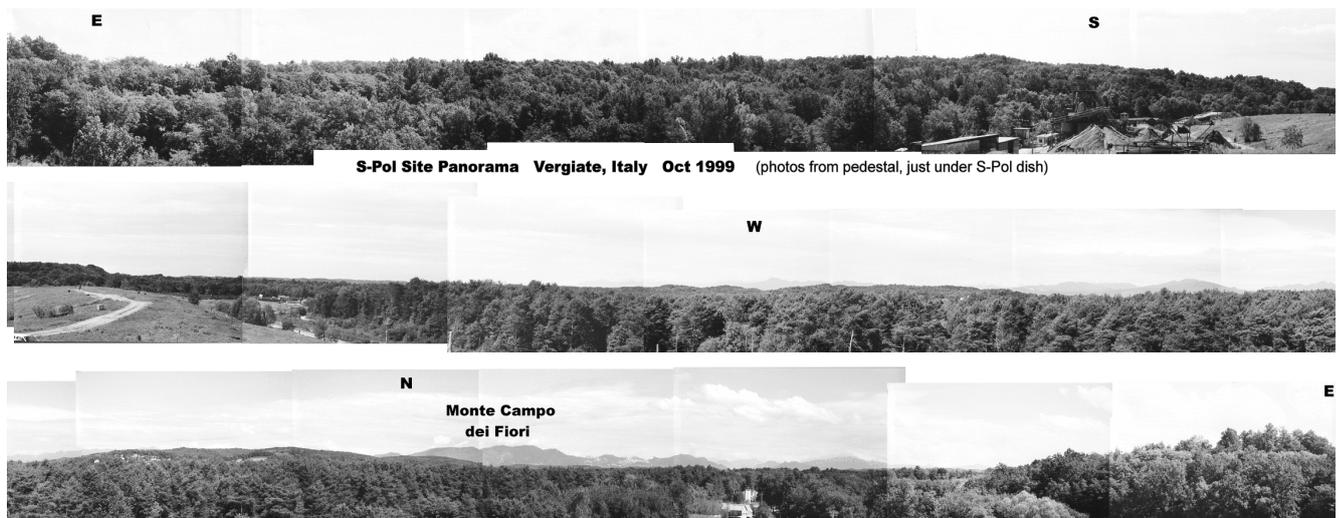
Die Nyquistgeschwindigkeit  $v_n$  liegt mit etwa  $23 \text{ m s}^{-1}$  in einem Bereich, der in den meisten Fällen ein Entfalten mit Hilfe eines externen Windprofils (z.B. aus einer Radiosondenmessung oder von einem Windprofiler) nach einer einfachen Methode möglich macht, die z.B. bei Doviak und Zrnić (1993) auf Seite 177 ff. beschrieben wird. In der vorliegenden Arbeit wurden hierfür die Radiosondendaten der Stationen Linate oder Riviera oder die Windprofile des Profilers in Linate verwendet.

Bodenechos werden mit Hilfe eines Dopplerfilters unterdrückt, der die Signalkomponenten um  $v_r = 0$  im Dopplerspektrum unterdrückt. Ein solcher Filter kann meist nicht alle Bodenechos unterdrücken, was man für das Radar S-Pol in der Darstellung der akkumulierten Niederschlagssumme im rechten unteren Teil der Abbildung H.2 (Anhang H) an den vereinzelt Stellen mit offensichtlich viel zu hoher Niederschlagsmenge erkennen kann.

Sonstige wichtige Radarparameter sind in der Tabelle G.3 in Anhang G.1 zusammengestellt. Aufgrund der Komplexität des Radars S-Pol kann diese Tabelle aber keinen Anspruch auf Vollständigkeit erheben.

Ein Rundumblick vom Sockel des Radars bot während der MAP-SOP den in Abbildung 7.4 gezeigten Panoramablick, der von links oben (Osten) nach rechts unten (wiederum Osten) zu lesen ist, wobei die Drehung über Süden, Westen und Norden erfolgt. Außer einem kleinen baumbewachsenen Hügel in östlicher Richtung sind keine abschattenden Hindernisse in unmittelbarer Radarnähe zu erkennen. Genau dieser Hügel beeinträchtigt aber die Messung in den unteren Elevationen der Volumenscans so stark, daß eine Anwendung der Dual-Radar-Methode im östlich des Radars S-Pol gelegenen Überlappungsgebiet nicht sinnvoll erscheint. Deshalb wurde das Gebiet nordwestlich S-Pol und südwestlich Linate für diesen Zweck ausgewählt. Siehe hierzu auch Abschnitt 7.2.

Wichtig für die folgenden Auswertungen ist noch, daß neben den eigentlichen Radardaten auch die Bezugszeit jedes einzelnen Ausgabestrahls aufgezeichnet wird.



**Abb. 7.4.:** Rundblick (Photomontage) vom Sockel der S-Pol-Antenne (direkt unterhalb des Parabolreflektors). Abbildung aus Rilling et al. (2000). Die Darstellung beginnt links oben in östlicher Richtung und endet rechts unten nach einer vollen Umdrehung an derselben Stelle.

## 7.2. Meßbereichsüberlappung der Radargeräte Lema und S-Pol und Auswahl des Auswertebereichs

Damit das in Abschnitt 6 beschriebene Dual-Radar-Verfahren mit all seinen verschiedenen, dort angegebenen Modifikationen sinnvoll angewendet werden kann, muß das Auswertgebiet so festgelegt sein, daß sich die einzelnen Pulsvolumina der Scanstrategien der beiden Radargeräte möglichst lückenlos überlappen. Nur dann kann eine sinnvolle Interpolation der S-Band-Messungen auf die Pulsvolumina der C-Band-Strahlen erfolgen.

Es sind grundsätzlich auch Unterbrechungen der Überdeckung der C-Band-Strahlen mit S-Band-Meßwerten möglich, wie es der Fall ist, wenn z.B. ein Strahl des C-Band-Radars direkt über das S-Band-Radar hinweggeht. Für die Bestimmung von  $k_2$  benötigt man lediglich so viele entfernungs­mäßig aufeinanderfolgende Vergleichsdaten entlang eines Lema-Strahls, wie für die diskrete Bestimmung des Reflektivitätsableitungsausdrucks in Gleichung (6.7) auf Seite 103 notwendig sind. Bei der PIA genügen sogar theoretisch zwei einzelne Vergleichswerte in beliebiger Entfernung auf dem Strahl. Um jedoch den Konfigurationsaufwand bei der Auswertung in erträglichen Grenzen zu halten, wurden nur solche Lema-Strahlen analysiert, deren Pulsvolumina sich möglichst vollständig mit S-Pol-Messungen überlappen.

Darüberhinaus ist es gemäß Abschnitt 6.3 wichtig, alle Reflektivitätswerte auszuschließen, die durch Bodenechos oder Strahlabschattungseffekte beeinflußt sein könnten (siehe die dort aufgeführten Punkte 3 bis 5 der Aufzählung).

Die Bestimmung des diesen Anforderungen genügenden Auswertesektors, der zweckmäßigerweise als Entfernung-, Azimut- und Elevationsbereich der Lema-Daten formuliert wird, erfolgt unter der Annahme, daß die atmosphärische Refraktion durch das 4/3-Erde-Modell (siehe Anhang B.2) ausreichend genau beschrieben werden kann. Hilfreich sind in diesem Zusammenhang die graphischen Darstellungen der Überlappung einzelner Lema-Strahlen mit S-Pol-Daten, wie sie in Anhang I vorgestellt und diskutiert werden. Dort sind die Ergebnisse der Strahlabschattungsanalyse anhand der Daten eines digitalen Elevationsmodells (DEM) aus Anhang H bereits eingearbeitet. Diese Schaubilder basieren jedoch gänzlich auf dem verwendeten Strahl­ausbreitungsmodell und den digitalisierten Geländehöhen­daten,

bedürfen also der experimentellen Verifizierung. Hier bringt die vergleichende Analyse von über einen längeren Zeitraum akkumulierten, aus den Radardaten abgeleiteten Niederschlagsmengen etwas Sicherheit, wie sie aus Platzgründen nur für einige wenige Elevationen in der Abbildung H.2 des Anhangs H gezeigt ist. Es ergibt sich hier (Anhang H), daß der aus dem DEM abgeleitete abschattungsfreie Bereich gut zur räumlichen Struktur der akkumulierten Niederschlagssummen paßt, indem nur solche Bereiche als abschattungsfrei eingestuft werden, in denen bis auf wenige Ausnahmen keine deutlich hervortretenden radialen abschattungsbedingten Strukturen in den Niederschlagssummenbildern vorhanden sind. Diese Ausnahmen sind im Einzelnen:

- **Lema:** Azimutsektor mit Indexbereich 239 – 241 ( $239.5^\circ$  –  $241.5^\circ$ ) in den untersten zwei Elevationen ( $-0.3^\circ$ ,  $0.5^\circ$ ) — hier wirkt sich das Gipfelkreuz in unmittelbarer Radarnähe aus, siehe Abbildung 7.2 auf Seite 120.
- **Lema:** Azimutsektor mit Indexbereich 249 – 254 ( $249.5^\circ$  –  $254.5^\circ$ ) in allen Elevationen — das ist die Abschattung durch den Masten in Abbildung 7.2.
- **Lema:** Azimutsektor mit Indexbereich 129 – 133 ( $129.5^\circ$  –  $133.5^\circ$ ) in den Elevationen  $0.5^\circ$ ,  $1.5^\circ$  und  $2.5^\circ$  — die Ursache ist dem Verfasser nicht bekannt.
- **S-Pol:** Östlicher Azimutsektor in den unteren Elevationen — kräftige Abschattung durch den baumbewachsenen Hügel, den man in östlicher Richtung in Abbildung 7.4 auf Seite 127 erkennen kann.

Insgesamt ergibt sich für die Auswertebereichsauswahl folgendes Bild: Das Gebiet soll durch ein Bündel von Lema-Strahlen gebildet werden, das wegen der Forderung der kontinuierlichen Überdeckung mit S-Pol-Daten seitlich am Standort des Radars S-Pol vorbeiführen muß. Dabei darf der seitliche Abstand zum S-Pol nicht zu groß werden, weil dann der „S-Pol-Datenkonus“ von den Lema-Strahlen (teilweise) unterschritten würde. Die Zusammenschau der Überlappungsbilder aller Lema-Strahlen, wie sie in Anhang I beschrieben und in einigen Beispielen dargestellt werden, mit den Abschattungsinformationen aus dem DEM, den akkumulierten Niederschlagssummen (beide nach Anhang H) und der Tatsache, daß die S-Pol-Daten in östlicher Richtung durch den erwähnten Hügel abgeschattet werden, ergibt als einzig sinnvollen Auswertebereich den südwestlich des Radars Lema gelegenen Azimutsektor. Die genaue Festlegung der für das Dual-Radar-Verfahren verwendeten Lema-Strahlen in Abhängigkeit der Scanstrategie des korrespondierenden S-Pol-Scans findet sich in Tabelle 7.1. Die Auswertung beschränkt sich dabei wegen der nur schwer quantifizierbaren Effekte durch nichtgleichmäßige Strahlfüllung (englisch: nonuniform beam filling) auf die ersten 80 km der Lema-Strahlen. Zudem werden nur die Lema-Elevationen  $0.5^\circ$ – $3.5^\circ$  (bei den Scanstrategien A und B des Spol) bzw.  $0.5^\circ$  und  $1.5^\circ$  (bei den Scanstrategien C und D) berücksichtigt, weil die darüberliegenden Elevationen zu schnell zu große Höhen erreichen, wo wegen der mit der Höhe im Allgemeinen abnehmenden Echostärke keine signifikanten Dämpfungseffekte zu erwarten sind. Damit Effekte durch Niederschlagsdämpfung überhaupt sichtbar werden, sind lange Strahlwege vonnöten.

Die in Tabelle 7.1 angegebenen Azimutwinkel beziehen sich auf die von den Radarbetreibern herausgegebenen Zahlenwerte. Im Verlaufe der Auswertungen wurden diese Angaben mittels einer variationalen Kreuzkorrelationsanalyse der sich überlappenden Niederschlagsmessungen von Radar Lema und S-Pol nachgeprüft (siehe Abschnitt 7.4.1). Die sich dort ergebenden geringen Azimutabweichungen von  $0.75^\circ$  (Lema) bzw.  $0.5^\circ$  (S-Pol) von den Soll-Werten spielen aber für die Auswahl des Auswertebereichs kaum eine Rolle, weil dieses als Azimutindexbereich der Lema-Daten formuliert ist. Lediglich die in Anhang H bestimmten, durch Strahlabschattungseffekte beeinflussten Radarmeßwerte in Form einer binären Gültigkeitsmatrix müssen angepaßt und in den Dual-Radar-Auswertungen berücksichtigt werden.

Die ungefähre Lage des Auswertebereichs ist in der unteren Karte der Abbildung 7.1 auf Seite 119 als rot umrandeter Bereich dargestellt.

Bei Scanstrategie A bzw. B des Radars S-Pol			
Elevationsindex $i_e$ Lema	Elevation [°]	Azimuthindexbereich	Azimuthbereich [°]
10	0.5	210 – 238, 242 – 248	210.5 – 238.5, 242.5 – 248.5
1	1.5	210 – 248, 255 – 260	210.5 – 248.5, 255.5 – 260.5
11	2.5	220 – 248, 255 – 270	220.5 – 248.5, 255.5 – 270.5
2	3.5	225 – 248, 255 – 270	225.5 – 248.5, 255.5 – 270.5

Bei Scanstrategie C bzw. D des Radars S-Pol			
Elevationsindex $i_e$ Lema	Elevation [°]	Azimuthindexbereich	Azimuthbereich [°]
10	0.5	225 – 238, 242 – 248	225.5 – 238.5, 242.5 – 248.5
1	1.5	245 – 248, 255 – 260	245.5 – 248.5, 255.5 – 260.5

**Tab. 7.1.:** Festgelegter Auswertesektor für die Dual-Radar-Auswertungen, ausgedrückt als nomineller Azimuthbereich bzw. -indexbereich der Lema-Daten in jeder geeigneten Elevation des Radars Lema und für die verschiedenen Scan-Strategien der zeitlich korrespondierenden S-Pol-Scans. Zusätzlich wird das Auswertebereich durch eine maximale Entfernung von 80 km vom Radar Lema begrenzt. Der Elevationsindex  $i_e$  (Lema) bezieht sich auf die Tabelle G.4 in Anhang G.2 auf Seite 259.

### 7.3. Festlegung der Auswerteziträume und deren meteorologische Charakterisierung

Nachdem das Auswertebereich festgelegt worden ist, müssen noch die Auswerteziträume definiert werden. Dazu wurde das in der Datenbank des MAP-Projektes online verfügbare synoptische Datenmaterial und die dort einzusehenden Radarbilder (Quicklooks) der Radargeräte Lema und S-Pol gesichtet und die für eine Dämpfungsauswertung am aussichtsreichsten erscheinenden Zeiträume bestimmt. Da das Radar S-Pol nur während der dreimonatigen MAP-SOP gemessen hat, können auch nur Daten aus diesem Zeitraum verwendet werden, was die statistischen Auswertemöglichkeiten aufgrund des beschränkten Datensatzes etwas einengt. Einen allgemeinen Überblick über die Niederschlagsverhältnisse während der MAP-SOP im Bereich des Kanton Tessin bietet z.B. eine ausführliche tabellarische Darstellung bei Blahak (2000) (im Anhang).

Eine weitere Einschränkung ergibt sich aus der Tatsache, daß für die Dual-Radar-Verfahren zur Ableitung von Dämpfungsparametern größere Gewitterzellen und/oder möglichst zusammenhängende Niederschlagsgebiete benötigt werden, die sich über das relativ eng begrenzte, in Abschnitt 7.2 festgelegte Auswertebereich erstrecken. Zu guter letzt sollten die ständig wechselnden Scanstrategien des Radars S-Pol vom Meßpersonal so gewählt worden sein, daß die 120°-Sektorscans auch das Auswertebereich beinhalten. Die Lema-Daten sind hier nicht problematisch, weil praktisch ununterbrochen alle 5 Minuten ein vollständiger Volumendatensatz aufgezeichnet worden ist. Insgesamt erweisen sich lediglich 6 Meßzeiträume als aussichtsreich. Diese kann man der Tabelle 7.2 entnehmen, in der auch die an diversen Bodenstationen gemessene Niederschlagsmenge aufgeführt wird. Aus diesen Zeiträumen stehen insgesamt 212 S-Pol-Scans zur Verfügung, die zusammen mit den korrespondierenden Lema-Scans im festgelegten Auswertebereich untersucht werden können.

Eine synoptische Analyse der Wetterlagen während der in Tabelle 7.2 aufgeführten Auswerteperioden unter Berücksichtigung der Messungen der Tropfengrößenverteilungen am OTL ergibt nach Blahak (2000) folgendes Bild, wobei die Nummerierung der ersten Spalte von Tabelle 7.2 entspricht:

- 1) **17.09.1999:** Ein ausgeprägtes Höhentief befindet sich südlich von Island mit einem Randtrog westlich der Britischen Inseln. Im Alpenraum herrscht eine südwestliche Höhenströmung mit einer eingebetteten kurzen Welle über Norditalien. Im Zuge dessen bildet sich eine ca. 100 km lange, in Nord-

Nr.	Zeitraum	OTL [mm]	39 [mm]	40 [mm]	64 [mm]	$N_{spot}$
1	17.09. 16 UTC – 21 UTC	10.9	4.0	6.0	4.0	24, B
2	19.09. 17 UTC – 20.09. 21 UTC	62.5	194.8	161.2	171.0	117, A
3	30.09. 14 UTC – 30.09. 16 UTC	15.2	4.6	4.8	6.8	4, C
4	20.10. 23 UTC – 21.10. 14 UTC	41.9	64.6	45.8	48.6	39, A
5	23.10. 04 UTC – 06 UTC	7.7	12.6	11.2	12.8	10, C
6	06.11. 11 UTC – 15 UTC	36.4	10.8	19.8	23.8	18, D

**Tab. 7.2.:** Überblick über die in dieser Arbeit ausgewerteten Meßzeiträume. Die angegebene Niederschlagssummen in mm beziehen sich auf die automatische Station (ASTA) des Schweizer Wetterdienstes am Osservatorio Ticinese di Locarno Monti (OTL) und die in der Karte in Abbildung 7.1 besonders hervorgehobenen drei Niederschlagsstationen 39, 40 und 64. In der letzten Spalte ( $N_{spot}$ ) finden sich die Anzahl der verwendeten S-Pol-Scans und die hauptsächlich benutzte Scanstrategie (A, B, C oder D, siehe Abschnitt 7.1.2 und Anhang G.1) des entsprechenden Zeitraums. Die Datumsangaben beziehen sich auf 1999.

Süd-Richtung orientierte intensive Gewitterlinie, die sich mit der Höhenströmung über das Auswertgebiet hinwegverlagert. Ein in diese Linie eingebettetes Gewitter bringt am OTL abends zwischen 18:00 UTC und 20:00 UTC stark konvektiven Niederschlag mit Spitzenwerten  $> 10 \text{ mm h}^{-1}$  im 10-min-Mittel. Tropfenspektren mit sehr großen Tropfen zeigen dort den stark konvektiven Charakter des Niederschlags an.

- 2) **19.09. – 20.09.1999:** Vorderseitig des Frontensystems einer Zyklone westlich der Britischen Inseln herrscht am 19.09. zunehmende Südströmung mit beginnendem Föhn in den Nordalpen und Labilisierung der potentiell instabil geschichteten Luftmasse durch die orographisch induzierte Hebung im Südalpenraum. Über dem Tessin bildet sich von morgens an eine sich langsam verdichtende Staubeiwölkung mit einzelnen eingelagerten konvektiven Zellen. Am OTL fallen einzelne Schauer ab 06:20 UTC. Die aus den Disdrometermessungen abgeleiteten Exponentialparameter  $N_0$  und  $\lambda$  der Tropfengrößenverteilung sind stark variabel. Am 20.09. füllt sich die Zyklone westlich der Britischen Inseln langsam auf. Ihre ausgeprägte Kaltfront schwenkt von Südwesten her über den Alpenraum. Über dem Tessin herrscht trogvorderseitig Hebung und eine kräftige präfrontale Südströmung. Den ganzen Tag gibt es Stauniederschläge mit in der feuchtilabilen, potentiell instabil geschichteten Luftmasse eingelagerten konvektiven Zellen. Die potentielle Instabilität war bei der luvseitigen Hebung der Hauptauslöser für diese Zellentwicklungen. Ab 18:30 UTC ständige Neubildung von starken Zellen innerhalb einer Nord-Süd-orientierten bandartigen Struktur im Zuge des Kaltfrontdurchganges südwestlich des Tessin, die sich langsam über den Lago Maggiore verlagert. Einzelne, sich ständig ersetzende und verdichtende Zellen bringen bis 23:00 UTC heftige schauerartig verstärkte Niederschläge (bis  $50 \text{ mm h}^{-1}$ ). Eine zunehmende Verdichtung und gleichzeitige Abschwächung der Zellen führt dann zu einem einheitlicheren großen Stauniederschlagsgebiet.
- 3) **30.09.1999:** Südwestlage bei Annäherung eines Troges von Westen her an das europäische Festland. Schwache Zyklone über der Nordsee, deren strömungsparallele Kaltfront sich von Frankreich her im Tagesverlauf der Alpennordseite nähert. Vormittags bei Annäherung der Front von Nordwesten an den Alpenbogen (Tiefdruckrinne; Labilisierung) Auslösung von zwei bandartig aufgereihten windparallelen schmalen Schauerstraßen, die von 07:00 bis 11:00 UTC nacheinander mit der südwestlichen Strömung den Lago Maggiore überqueren und einzelne kurze Schauer bringen. Von 14:00 bis 16:00 UTC rascher Durchzug eines großen Niederschlagsgebiets mit eingelagerten starken Zellen im

Zuge der Kaltfrontpassage; Intensitäten bis  $20 \text{ mm h}^{-1}$  im Fünfminutenmittel am OTL, großtropfige Spektren.

- 4) **20.10. – 21.10.1999:** Zum Ende einer langanhaltenden blockierenden Hochdrucklage über Skandinavien (Omega-Lage) nähert sich vom Nordatlantik rasch ein starkes steuerndes Höhentief. Ein vorgelagerter kurzweiliger, aber tiefer Randtrog schwenkt mit seiner Achse in nordwestlicher Richtung von der Biskaya Richtung Alpenraum. An seiner Ostflanke wird mit einer sich verstärkenden Südströmung eine zunehmend feuchtere, aber stabil geschichtete Luftmasse von Süden her gegen die Alpen geführt. Über dem Tessin gibt es deshalb ab Mittag Staubewölkung mit einzelnen eingelagerten großflächigen, aber schwachen Niederschlagsverstärkungen. Der Niederschlag am OTL ist sehr gleichmäßig mit einer Intensität von etwa  $1 \text{ mm h}^{-1}$  im Fünfminutenmittel. Die Tropfenspektren sind als kleintropfig zu bezeichnen. Die Verstärkungen machen sich durch ein rasches Absinken von  $N_0$  und  $\lambda$  bemerkbar (mehr große Tropfen, weniger kleine). Im Verlauf des 21.10. schwenkt der Randtrog von der Biskaya unter Auffüllung über den Alpenraum und sorgt am späten Vormittag und frühen Nachmittag für eine Verstärkung des Stauniederschlags bei Drehen der Höhenströmung von Süd auf Südost, der gegen Abend aber wegen der trogrückseitig zusammenbrechenden Südostströmung nachläßt und gegen 21:00 UTC ganz aufhört. Der über Stunden sehr gleichmäßige Regen variiert am OTL langsam zwischen  $1 \text{ mm h}^{-1}$  und  $10 \text{ mm h}^{-1}$  im Fünfminutenmittel. Die Intensität variiert während der Verstärkung um die Mittagszeit hauptsächlich mit  $\lambda$ ;  $N_0$  bleibt hier nahezu konstant.
- 5) **23.10.1999:** Nach kurzer Wetterberuhigung am Vortag ist ein neuer Trog von Westen her herangeschwenkt, der die Zufuhr von feuchtlabiler Luft in einer südsüdwestlichen Höhenströmung trogvorderseitig steuert. In den Stauniederschlag eingebettet finden sich einzelne zellenartige, durch die Feuchtlabilität begünstigte Niederschlagsverstärkungen, die an starken Variationen in  $N_0$  und  $\lambda$  zu erkennen sind (OTL). Allerdings bildet sich durch die Warmluftzufuhr in der Höhe gegen Nachmittag ein sehr flacher Rücken über dem westlichen Alpenraum aus, der durch leichtes Absinken und Diffluenz für ein Abschwächen der Strömung und ein Ende des Niederschlags gegen 16:30 UTC sorgt. Der für die Dual-Radar-Analyse geeignete Zeitraum ist frühmorgens.
- 6) **06.11.1999:** Ein abgeschlossenes Höhentief über den Azoren lenkt an seiner Ostflanke in der Höhe sehr warme Luft nach Spanien und Frankreich. Als Folge davon dehnt sich zunehmend ein Rücken von Marokko über Spanien und die Biskaya aus. Die Druckgegensätze an seiner Ostflanke (Golf von Marseille, Golf von Genua) verstärken sich und als Folge davon wird dorthin in der Höhe ein Schwall kalter Luft aus Nordwest transportiert, der die Druckflächen absenkt und ein am Vortag fast aufgelöstes abgeschlossenes Höhentief über Sardinien wiederbelebt. Im Tessin dreht die Strömung im Tagesverlauf von Nordwest auf Südost. Ab Mittag wird dadurch feuchtlabile Mittelmeerluft gegen die Alpen geführt.

Ab 03:00 UTC bildet sich während der beginnenden Entwicklung des Höhentiefs geringe Staubeewölkung, die bis 08:00 UTC am OTL kleintropfigen Niederschlag bringt. Eine in die anfangs nordwestliche Kaltluftzufuhr eingebettete Kaltfront wird beim Übergang über die Alpen durch Leezyklogense zyklonal verwirbelt, verbleibt dadurch längere Zeit über dem Tessin und wird dort quasi rückläufig. Als Folge davon bildet sich ab 09:00 UTC ein kompaktes Niederschlagsgebiet durch die Kombination von Staueffekt, Frontalzone und Leezyklogense, das bis 15:00 UTC den Hauptanteil an der Niederschlagsmenge von  $50.3 \text{ mm}$  am OTL bringt. Anfangs sind dabei die Tropfenspektren noch recht kleintropfig, werden aber kontinuierlich bis 12:00 UTC sehr großtropfig ( $\lambda < 2 \text{ mm}^{-1}$ ), was auch bis zum Ende des Ereignisses um 15:00 UTC anhält.

Für eine sinnvolle Interpretation von Radardaten ist desweiteren die Information über die ungefähre

Höhe der Schmelzschicht hilfreich, um die Unterscheidung zwischen flüssigem, festem und schmelzendem Niederschlag mit ihren jeweils sehr unterschiedlichen Rückstreuereigenschaften zu erleichtern. In stratiformem Niederschlag erkennt man die Schmelzschicht als Zone mit stark erhöhter Reflektivität, die man gemeinhin als „Helles Band“ bezeichnet. Diese kommt unter anderem dadurch zustande, daß sich der Rückstreuquerschnitt der einzelnen Eis- und Schneepartikel beim Schmelzen stark erhöht, wenn sich innerhalb der Eisstruktur Wasserintrusionen bilden — Wasser streut viel stärker als Eis, und ein schmelzendes Eispartikel sieht für das Radar wie ein großer Wassertropfen aus. Sind die Partikel vollständig geschmolzen, dann konzentriert sich das Wasser in einem vergleichsweise viel geringeren Volumen, was in der Summe den Effekt hat, daß der Rückstreuquerschnitt eines Tropfens kleiner ist als derjenige des korrespondierenden größeren Schmelzpartikels (Eis-Wasser-Luft-Gemisch). Diese einfache Erklärung vernachlässigt bisher die Effekte durch mikrophysikalische Prozesse wie Koagulation (Vereinigung) und Zerplatzen von schmelzenden Partikeln, die modifizierend auf das Reflektivitätsprofil einwirken könnten. Messungen von Partikelgrößenverteilungen oberhalb, in und unterhalb der Schmelzschicht (z.B. Yokoyama et al., 1985, Barthazy et al., 1998) legen den Schluß nahe, daß im oberen Teil der Schmelzschicht hauptsächlich der Prozess der Koagulation (feuchte Partikel besitzen bei Berührungen eine höhere Wahrscheinlichkeit des Zusammenhaftens) wichtig ist, während im unteren Teil die Partikel im fortgeschrittenen Schmelzstadium vermehrt zerplatzen (große hauptsächlich aus Wasser bestehende Partikel sind hydrodynamisch instabil).

Erste quantitative Arbeiten zum Problem der Erklärung von gemessenen Reflektivitätsprofilen in der Schmelzschicht wurden bereits von Austin und Bemis (1950) durchgeführt. Eine sehr schöne Zusammenfassung des derzeitigen Kenntnisstandes sowie die Auswertung einer langen Zeitreihe von Reflektivitätsprofilen, gemessen mit einem vertikal zeigenden X-Band-Radar, findet sich in der Arbeit von Fabry und Zawadzki (1995). Heutzutage existieren eine ganze Reihe von mikrophysikalischen Schmelzschichtmodellen, aus denen die zugehörigen Radarparameter (Reflektivität, Dämpfungskoeffizient) abgeleitet werden (z.B. Klaassen, 1988, Hardaker et al., 1995, Szyrmer und Zawadzki, 1999, Fabry und Szyrmer, 1999). Die verschiedenen Modelle liefern jedoch unterschiedliche Ergebnisse, so daß von einem Konsens nicht gesprochen werden kann (Fabry und Szyrmer, 1999).

Es zeigt sich in Experimenten und Modellrechnungen (z.B. Szyrmer und Zawadzki, 1999), daß man die Untergrenze der Schmelzschicht (diejenige Höhe, in der alle Partikel vollständig geschmolzen sind) bei typischen atmosphärischen Verhältnissen in etwa mit der lokalen 3°C- bis 4°C-Isotherme in Verbindung bringen kann. Die Obergrenze der Schmelzschicht fällt mit der lokalen 0°C-Grenze zusammen, da hier das Schmelzen beginnt. Eine entsprechende Analyse für die Auswertezwischenräume dieser Arbeit findet sich in Tabelle 7.3. Aufgeführt sind die aus Radiosondenaufstiegen der Stationen Linate und Riviera abgeleiteten Höhen der 0°C- und 3°C-Isotherme sowie aus RHI-Scans des Radars S-Pol abgeleitete Schmelzschichthöhen. Letzteres ist möglich, weil auch bei konvektiven Niederschlagsereignissen manchmal in Zonen mit etwas homogenerem Niederschlag Anzeichen einer Schmelzschicht erkennbar sind, jedoch nicht immer. War in den RHI-Scans keine Schmelzschicht erkennbar, sind die entsprechenden Werte in Tabelle 7.3 mit „N/A“ gekennzeichnet. Datenlücken (keine RHI-Scans des entsprechenden Zeitraums vorhanden) sind durch den Ausfallwert „-999“ markiert (auch bei den Radiosondendaten). Man erkennt, daß die aus den RHI-Scans abgeleiteten Schmelzschichthöhen — wenn vorhanden — recht gut mit den 0°C- und 3°C-Grenzen der Vertikalsondierungen zusammenpassen und die Werte plausibel und verwendbar sind.

Darüber hinaus ist die Ableitung von Extinktionsparametern für C-Band-Wellenlängen in der Schmelzschicht aus Messungen besonders interessant, weil es bisher nur sehr wenige Auswertungen in dieser Richtung gibt. Wie schon am Ende von Abschnitt 5.4.7 angesprochen (Seite 94), finden Joss et al. (1974) durch Analyse der gemessenen Reflektivitätsprofile mehrerer parallel betriebener vertikal zeigender Radargeräte mit unterschiedlichen Frequenzen, daß der Extinktionseffekt in der Schmelzschicht um bis zu einem Faktor 10 größer sein kann als im Regen darunter. Ein ähnliches Ergebnis

Datum/ Uhrzeit [UTC]	Radiosonde Linate		Radiosonde Riviera		Schmelzzone (RHI-Scans)	
	3°C [m NN]	0°C [m NN]	3°C [m NN]	0°C [m NN]	Untergrenze [m NN]	Obergrenze [m NN]
17.09.1999, 18:00	2950	3561	N/A	N/A	-999	-999
19.09.1999, 18:00	2694	3347	2563	3196	2500	3400
19.09.1999, 21:00	2769	3088	N/A	N/A	2600	3200
20.09.1999, 00:00	2711	3132	2647	3447	2800	3400
20.09.1999, 06:00	2988	3486	2887*	3396*	2700	3500
20.09.1999, 09:00	3062	3486	N/A	N/A	3100	3600
20.09.1999, 12:00	2951	3540	2958	3577	-999	-999
20.09.1999, 15:00	2681	3513	N/A	N/A	-999	-999
20.09.1999, 18:00	2703	3154	2403	2887	-999	-999
30.09.1999, 12:00	2703	3272	2669	3215	2800 <sup>4</sup>	3300 <sup>4</sup>
30.09.1999, 18:00	2843	3356	2531	3104	N/A	N/A
20.10.1999, 18:00	142	2215	N/A	N/A	N/A	N/A
21.10.1999, 00:00	951	2700	602 <sup>1</sup>	2721 <sup>1</sup>	2300 <sup>1</sup>	2800 <sup>1</sup>
21.10.1999, 06:00	2280	2927	N/A	N/A	2400	2800
21.10.1999, 12:00	2163	2745	2002 <sup>2</sup>	2478 <sup>2</sup>	2000	2600
21.10.1999, 18:00	2193	2713	2340 <sup>3</sup>	2828 <sup>3</sup>	-999	-999
23.10.1999, 00:00	2463	3121	N/A	N/A	N/A	N/A
23.10.1999, 06:00	2340	2887	N/A	N/A	2300	2800
23.10.1999, 12:00	2211	2712	N/A	N/A	N/A	N/A
06.11.1999, 00:00	1985	2449	1790 <sup>†</sup>	2405 <sup>†</sup>	N/A	N/A
06.11.1999, 03:00	1918	2446	1776 <sup>†</sup>	2305 <sup>†</sup>	N/A	N/A
06.11.1999, 06:00	1726	2270	1704 <sup>†</sup>	2224 <sup>†</sup>	N/A	N/A
06.11.1999, 09:00	1795	2304	1648 <sup>†</sup>	2085 <sup>†</sup>	N/A	N/A
06.11.1999, 12:00	1864	2289	970 <sup>†</sup>	1423 <sup>†</sup>	1500	2100
06.11.1999, 15:00	1734	2166	1445 <sup>†</sup>	1770 <sup>†</sup>	N/A	N/A

\*: Starttermin 07:00 UTC

<sup>1</sup>: Starttermin 04:00 UTC

<sup>2</sup>: Starttermin 10:00 UTC

<sup>3</sup>: Starttermin 16:00 UTC

<sup>†</sup>: Starttermin eine Stunde später als angegeben

**Tab. 7.3.:** Überblick über die ungefähre Höherstreckung der Schmelzschicht, zum einen abgeschätzt aus Temperaturprofilen der Radiosondierungen Linate und Riviera (Annahme: Unterrand  $\approx 3^\circ\text{C}$ -Grenze, Oberrand  $\approx 0^\circ\text{C}$ -Grenze), zum anderen nach Auswertung von S-Pol-RHI-Scans (Manuelle Inspektion der Reflektivitäts-Vertikalschnitte auf Helles-Band-Strukturen).

erhalten auch Bellon et al. (1997) für X-Band-Daten. Die Simulationsrechnungen in Abschnitt 5.4.6 und 5.4.7 ergeben für die dort modellierten Partikelarten bei gleicher Reflektivität eine sehr viel stärkere Dämpfung als im Regen (siehe auch die zusammenfassende Abbildung 5.27 auf Seite 97), was qualitativ mit den Ergebnissen von Bellon et al. (1997) übereinstimmt, wobei letztere sich allerdings auf Messungen mit einem X-Band-Radar beziehen. Da diese Simulationen aber mit sehr großen Unsicherheiten behaftet sind, erscheint eine Analyse von realen Meßdaten für C-Band besonders interessant.

## 7.4. Untersuchung und Behandlung von Fehlerquellen des Dual-Radar-Verfahrens

Nachdem die beiden Radargeräte Lema und S-Pol ausführlich beschrieben worden, das Auswertebiet festgelegt und aussichtsreiche Meßperioden identifiziert worden sind, ist es an der Zeit, die in Abschnitt 6.3 allgemein aufgeführten Fehlerquellen der Dual-Radar-Methode zur Bestimmung von  $k_2^{(lema)}$  und  $PIA^{(lema)}$  für die vorliegende Meßkonfiguration zu diskutieren. Dazu wird die Liste aus Abschnitt 6.3 Punkt für Punkt abgearbeitet. Bei Fehlerquellen, die einer ausführlicheren Untersuchung in einem eigenen Unterkapitel bedürfen, wird auf den entsprechenden Abschnitt verwiesen:

- 1) **Azimet-, Entfernungs- und Elevationsfehler:** Ein möglicher Elevationsfehler wird nicht untersucht, Azimet und Entfernungszuordnung werden in Abschnitt 7.4.1 diskutiert.
- 2) **Abweichungen der Strahlausbreitungsbedingungen vom 4/3-Erde-Modell:** Diese wurden anhand von detaillierten Strahlausbreitungsrechnungen unter Verwendung von Radiosondendaten der Stationen Linate und Riviera untersucht (siehe Abschnitt B.4 auf Seite 223 in Anhang B). In allen Fällen wurden nur geringe Abweichungen der Höhenwerte vom 4/3-Erde-Modell festgestellt (maximal etwa 50 m in einer Entfernung von 100 km vom Radar, und das auch nur in den Elevationen zwischen etwa  $-0.5^\circ$  und  $0.5^\circ$ ). Das 4/3-Erde-Modell ist angesichts der großen vertikalen Ausdehnung des Pulsvolumens eine sehr gute Näherung.
- 3) **Fremdechos (Bodenechos, usw.):** Beim Radar Lema erfolgt die Bodenechounterdrückung durch einen operationellen Algorithmus (siehe Joss et al., 1998), beim Radar S-Pol wurde ein Dopplerfilter angewendet. Gebiete, die potentiell Bodenechos hervorrufen (z.B. Berge), werden jedoch direkt durch eine entsprechende Wahl des Auswertebietes ausgeschlossen (siehe Abschnitt 7.2). Beim Lema erzeugt der Clutteralgorithmus aber in den unteren Elevationen die in Abschnitt 7.1.1 schon angesprochenen „Löcher“ im Reflektivitätsfeld, welche vermutlich über eine Beeinflussung der Meßwerte durch Seitenkeulenechos zustande kommen.
- 4) **Abschattungseffekte:** Diese sollten durch die entsprechende Wahl des Auswertebietes (siehe ebenfalls Abschnitt 7.2) ausgeschlossen sein.
- 5) **Seitenkeulenechos:** Alle Seitenkeulenechos, die die jeweiligen Clutterunterdrückungsmechanismen der beiden Radargeräte passieren, sind in den Daten enthalten und können nicht weiter herausgefiltert werden.
- 6) **Effekte durch Mehrfachstreuung:** Diese schließen den Strahlungsweg über mehrere Hydrometeore sowie über den Erdboden zurück zum Radar ein und sind vollständig in den Daten enthalten. Dagegen kann nichts unternommen werden.
- 7) **Statistische Signalschwankungen:** Ein Ausgabewert der Reflektivität beim Radar Lema stellt ein Mittel über 384 Einzelmeßwerte dar, von denen ein großer Teil als statistisch unabhängig angesehen werden darf. Nimmt man an, daß beispielsweise 100 Werte statistisch unabhängig sind, dann

ergibt sich nach Marshall und Hitschfeld (1953) in etwa eine Unsicherheit  $\sigma_s$  des Einzelmeßwertes von  $\pm 0.5$  dB (mit einer Wahrscheinlichkeit von 80% ist der wahre Wert innerhalb des Unsicherheitsintervalls um den gemittelten Ausgabewert angesiedelt). Beim S-Pol werden lediglich 50 Werte gemittelt, die mit einem zeitlichen Abstand von  $1/425$  Hz = 0.0024 s aufgenommen werden. Von diesen kann aufgrund der sich nach Gleichung (3.24) in Anhang C auf Seite 29 ergebenden Dekorrelationszeit von 0.02 s (Annahme:  $\sigma_v = 1$  m s<sup>-1</sup>) nur jeder 10. Wert als statistisch unabhängig angesehen werden. Aufgrund der Antennendrehung beim Messen erhöht sich diese Zahl allerdings, so daß sich bei geschätzten 25 unabhängigen Werten nach Marshall und Hitschfeld (1953) eine Unsicherheit des Einzelmeßwertes (ebenfalls 80%-Vertrauensbereich) von ca.  $\pm 1.0$  dB ergibt.

- 8) **Dämpfung bei Radar S-Pol (Term  $H$  in Gleichung (6.5)):** Dieser Term wird bei der Dual-Radar-Methode vernachlässigt und sorgt für einen statistischen Fehler in  $k_2^{(lema)}$ . Weil der Datensatz recht begrenzt ist, war eine Beschränkung auf Fälle mit kleinem Term  $H$  (z.B. linienhafte Niederschlagsstruktur) nicht praktikabel.
- 9) **Term  $G$  in Gleichung (6.5) (enthält Effekte durch die Abweichung der Streuung von der Rayleigh-Näherung):** Dieser Term kann mangels Kenntnis nicht berücksichtigt werden und sorgt für einen statistischen Fehler bei  $k_2^{(lema)}$ . Aufgrund der Simulationsrechnungen in Kapitel 5 ist zu erwarten, daß die Größenordnung des Fehlers außer bei Hagel recht klein ist.
- 10) **Lücken in der Volumenabtastung bei Radar S-Pol, z.B. durch zu großen Elevationsabstand bei der Scanstrategie:** Wird durch die adäquate Wahl des Auswertgebietes in Abschnitt 7.2 minimiert.
- 11) **Effekte durch nichtgleichmäßige Strahlfüllung bei Radar S-Pol (die Meßwerte werden als Punktmessungen behandelt):** Das sorgt für einen statistischen Fehler bei  $k_2^{(lema)}$ . Dieser ist aber vermutlich klein, weil bei der Interpolation der S-Pol-Daten auf die Lema-Pulsvolumina meist sowieso schon sehr viele S-Pol-Werte in die Mittelung eingehen, da die lokale räumliche Auflösung dieser Daten meist viel feiner ist als bei den Lema-Messungen. Dann ist aber anzunehmen, daß sich die statistischen Effekte durch nichtgleichmäßige Strahlfüllung bei den einzelnen S-Pol-Werten im interpolierten Wert herausmitteln.
- 12) **Die Diskretisierung der Lema-Reflektivitäten in 3-dB-Klassen** verursacht einen ernstzunehmenden statistischen Fehler bei  $k_2^{(lema)}$ . Unter der Annahme, daß sich der wahre Wert der Reflektivität mit gleicher Wahrscheinlichkeit beliebig innerhalb des angegebenen  $i$ -ten 3-dB-Intervalls befindet, kann man als statistische Unsicherheit das Standardabweichungsintervall um den Mittelwert  $\bar{\zeta}_i^{(lema)}$  der Klasse verwenden. Die Standardabweichung  $\sigma_b$  einer im Intervall  $[a, b]$  gleichverteilten Zufallsvariablen beträgt genau  $(b - a)/\sqrt{12}$ . Im Intervall  $\bar{\zeta}_i^{(lema)} \pm \sigma_b$  befinden sich dann  $2(b - a)/\sqrt{12}(b - a) = 58$  % der Werte. Bei der vorliegenden Klassenbreite von 3 dB ergibt sich  $\sigma_b = 0.87$  dB.
- 13) **Absoluter Kalibrierungsfehler der beiden Radargeräte:** Dieser Fehler wirkt sich auf die abgeleiteten  $k_2$ - und  $PIA$ -Werte nicht aus, jedoch auf die zugehörigen Reflektivitätswerte, also beispielsweise bei der Formulierung einer  $k_2^{(lema)}$ - $\bar{Z}_e$ -Beziehung. Der absolute Kalibrierfehler des S-Pol wird anhand eines Vergleichs mit Niederschlagsmessungen am Boden in Abschnitt 7.4.2 abgeschätzt, und der relative Kalibrierunterschied von den Radargeräten Lema und S-Pol läßt sich aus einem geeigneten Vergleich der Lema-Daten mit den interpolierten S-Pol-Reflektivitäten ermitteln, wie sie im Zuge des Dual-Radar-Verfahrens berechnet werden (mittlerer Reflektivitätsunterschied bei geringen Niederschlagsraten, wenn am Lema-Standort kein Niederschlag fällt, oder mittlerer Reflektivitätsunterschied bei den radarnächsten Niederschlagsmeßwerten entlang der Lema-Strahlen).

- 14) **Radomdämpfung bei Radar Lema (S-Pol besitzt kein Radom):** Kann qualitativ aus dem Datensatz des Dual-Radar-Verfahrens abgeschätzt werden (Reflektivitätsunterschied zusätzlich zum mittleren relativen Kalibrierungsunterschied in der Nähe des Radars Lema, wenn am Lema-Standort Niederschlag fällt).
- 15) **Effekte durch Zeitversatz bei der Volumenabtastung:** Werden, wie in Abschnitt 6.4 beschrieben, so gut wie möglich korrigiert. Dabei kommen horizontale Verlagerungsgeschwindigkeitsfelder zur Anwendung, die mittels einer Kreuzkorrelationsanalyse von zwei aufeinanderfolgenden Reflektivitätsscans des Radars Lema ermittelt werden (siehe Abschnitt 7.5).
- 16) **Fehler bei der numerischen Bestimmung der Ableitung in Gleichung (6.7) (Seite 103):** Numerisches Differenzieren ist bekanntermaßen ein großes Problem, wenn die wesentlichen Änderungen einer Funktion durch die jeweilige diskrete Abtastung nicht adäquat aufgelöst werden können (wenn die Schrittweite zu klein ist). Ist die Funktion wie im vorliegenden Fall darüberhinaus noch durch andere statistische Fehler mit Rauschen überlagert, dann ist die Bestimmung einer sinnvollen Ableitung u.U. völlig hoffnungslos. Dies hängt aber stark davon ab, wie gut es möglich ist, die anderen Fehlerquellen zu unterdrücken.

Die statistischen Fehler durch die Diskretisierung der Lema-Reflektivitäten und durch die Unsicherheiten bei der Intensitätsmessung („statistische Schwankungen“) lassen sich nicht weiter verringern. Da es sich um unabhängige Fehlerquellen handelt, addieren sich angenähert die jeweiligen Fehlervarianzen zu einer Gesamtvarianz  $\sigma_{lema}^2$ , die eine untere Schranke für den statistischen Gesamtfehler eines einzelnen Lema-Reflektivitätswertes darstellt:

$$\sigma_{lema}^2 = \sigma_s^2 + \sigma_b^2 = 0.5^2 \text{ dB}^2 + 0.87^2 \text{ dB}^2 = 1.0 \text{ dB}^2 \quad . \quad (7.6)$$

In einen interpolierten Wert  $\{\widehat{\zeta_a^{(spol)}}\}_{Vi}$  gehen für gewöhnlich sehr viele Einzelreflektivitätswerte des S-Pol-Radars ein, so daß man davon ausgehen kann, daß sich die statistischen Schwankungen der Einzelwerte im Gesamtergebnis herausmitteln (Der Gesamtfehler dürfte ungefähr mit  $1/\sqrt{N_{spol}}$  abnehmen, wenn  $N_{spol}$  die Anzahl der beteiligten S-Pol-Werte darstellt). Für die Abschätzung einer unteren Schranke  $\sigma_{2,u}$  für den Fehler bei  $k_2^{(lema)}$  wird  $\{\widehat{\zeta_a^{(spol)}}\}_{Vi}$  daher zunächst einmal als nicht fehlerbehaftet angesehen. Leitet man  $k_2^{(lema)}$  mittels einer Approximation der Gleichung (7.1) durch zentrierte Differenzen ab,

$$k_2^{(lema)}(r_0) \approx \frac{\{\widehat{\zeta_a^{(spol)}}\}_{Vi}(r_0 + \Delta r) - \zeta_a^{(lema)}(r_0 + \Delta r) - \{\widehat{\zeta_a^{(spol)}}\}_{Vi}(r_0 - \Delta r) + \zeta_a^{(lema)}(r_0 - \Delta r)}{2\Delta r} \quad , \quad (7.7)$$

so erhält man unter Annahme Gauss'scher Fehlerfortpflanzung

$$\begin{aligned} \sigma_{2,u} &= \sqrt{\left(\frac{\partial k_2^{(lema)}}{\partial [\zeta_a^{(lema)}(r_0 + \Delta r)]}\right)^2 \sigma_{lema}^2 + \left(\frac{\partial k_2^{(lema)}}{\partial [\zeta_a^{(lema)}(r_0 - \Delta r)]}\right)^2 \sigma_{lema}^2} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2\Delta r} \sigma_{lema} = 0.7 \text{ dB km}^{-1} \quad . \end{aligned} \quad (7.8)$$

Andere Fehlerquellen können diese Unsicherheit noch wesentlich größer machen, vor allem, wenn die Zeitversatzkorrektur nicht befriedigend gelingt. Denn dann wird die numerische Ableitungsberechnung

äußerst unsicher, selbst wenn man bessere Ableitungsschemata benutzt als zentrierte Differenzen. Bei  $PIA^{(lema)}$  hingegen fallen diese statistischen Unsicherheiten im Vergleich zum physikalischen Effekt nicht so sehr ins Gewicht. Hier können aber immer noch die anderen Fehlerquellen (vor allem der Zeitversatz) eine ernstzunehmende Unsicherheit darstellen.

An dieser einfachen Fehlerbetrachtung kann man ablesen, daß die Unsicherheiten der Dual-Radar-Methode bei der vorliegenden Radarkonfiguration so groß sind, daß keine sinnvollen Ergebnisse für  $k_2^{(lema)}$  zu erwarten sein dürften — die Unsicherheiten sind größer als der physikalisch zu erwartende Effekt. Dennoch wird die Methode in der vorliegenden Arbeit exemplarisch angewendet, um die Schwierigkeiten aufzuzeigen und vielleicht einen Anhaltspunkt für zukünftige Experimente in dieser Richtung zu bieten.

Zuvor werden in den folgenden beiden Abschnitten aber noch die Fehlerquellen bei der Georeferenzierung und der absoluten Kalibrierung näher untersucht werden.

### 7.4.1. Untersuchung von Georeferenzierungsfehlern

Unter dem Begriff Georeferenzierungsfehler werden alle Fehlerquellen verstanden, die zu einer falschen Ortszuordnung (Position und Höhe) der gemessenen Radardaten führen. Dies können Ungenauigkeiten oder systematische Abweichungen in der Messung der Antennenstellung (Azimut, Elevation), der Nordausrichtung des Radars, der Nivellierung der Antenne und der Entfernungszuordnung sein. Anhand der Reflektivitätsdatensätze werden in diesem Abschnitt eventuelle Fehler in der Nordausrichtung (konstanter Versatz/Offset bei den Azimutwerten) und der Entfernungszuordnung bei den beiden beteiligten Radargeräten untersucht. Letztere könnten z.B. dadurch entstehen, daß die Bezugszeit bei der Laufzeitmessung eines Pulses nicht richtig mit der effektiven Entfernung der Pulsvolumenmitte synchronisiert ist (dies ergäbe einen konstanten Versatz) und/ oder daß die Meßuhr zu schnell oder zu langsam läuft.

Mögliche Azimutfehler werden zunächst untersucht, indem zeitlich korrespondierende Datensätze beider Radargeräte aufsummiert und unter Variation einer Azimutkorrektur bei den Radargeräten Lema und S-Pol auf ein gemeinsames kartesisches Koordinatensystem interpoliert und möglichst gut zur Übereinstimmung gebracht werden. Für jede Kombination von Azimutkorrekturen bei Lema und S-Pol werden die aufsummierten und kartesisch interpolierten Datensätze miteinander verglichen, und dasjenige Azimutversatzpaar mit dem besten Übereinstimmungsmaß (z.B. linearer Korrelationskoeffizient) dürfte eine sehr zuverlässige Schätzung der jeweiligen Azimutfehler darstellen. Zudem können Anzeichen für das Vorhandensein von Entfernungszuordnungsfehlern durch eine differenzierte Untersuchung in verschiedenen Auswertesektoren erkannt werden. Darauf wird weiter unten noch detaillierter eingegangen. Man kann das Verfahren als variationelle Korrelationsanalyse zweier zeitlich integrierter Radardatensätze bezeichnen, bei dem je Radar ein Azimutversatz variiert und hinsichtlich der besten Übereinstimmung der Felder optimiert wird. In der vorliegenden Arbeit kommen dazu aufsummierte Felder der aus den Reflektivitätsdaten abgeleiteten Niederschlagssummen zur Anwendung und nicht die Reflektivitäten selbst, wobei die einfache Beziehung  $Z_e = 300R^{1.5}$  ( $Z_e$  in  $\text{mm}^6 \text{m}^{-3}$ ,  $R$  in  $\text{mmh}^{-1}$ ) zugrunde gelegt wird. Die Niederschlagssumme je Volumenscan wird einfach als Produkt aus  $R = (Z_e/300)^{2/3}$  (Zahlenwertgleichung) und der Meßzeit des Scans berechnet. Dies soll den Einfluß einzelner starker lokaler Niederschlagsereignisse abschwächen, die aufgrund des großen Wertebereiches der Reflektivitäten sonst einen zu starken Einfluß hätten.

Das für die obige Untersuchung verwendete kartesische Koordinatensystem besitzt eine Gittermaschenweite von  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 500$  m und erstreckt sich über 60 km in Ost-West-Richtung ( $x$ ), über 50 km in Nord-Süd-Richtung ( $y$ ) und über 7 Schichten in der Vertikalen ( $z$ ) von 2000 – 5000 m NN. Der Ursprung wurde dabei so gewählt, daß das Radar Lema in der nordöstlichen Ecke des Gebiets zu liegen kommt (siehe Abbildung 7.6). Damit wird das südwestlich des Radars Lema gelegene Überlappungsgebiet genutzt (3. Quadrant). Eine ähnliche Untersuchung im östlich des Radars S-Pol gelegenen Überlap-

pungsgebiets war wegen der Abschattung der S-Pol-Daten in dieser Richtung leider nicht erfolgreich. Als Datengrundlage dienten alle vorliegenden S-Pol-Scans der Scanstrategie A (120°-Sektorscans) außer denjenigen vom 17.9.1999, die wegen starker Dämpfung durch heftigen Niederschlag im Zuge einer Gewitterlinie bei den Lema-Daten ungeeignet sind (insgesamt 154 Scans), und die dazu korrespondierenden Lema-Volumenscans. Die Reflektivitätsdaten wurden in Niederschlagssummen umgerechnet und getrennt im jeweiligen Polarkoordinatensystem aufsummiert. Anschließend wurden diese Polar Datensätze unter Vorgabe verschiedener Azimutkorrekturwerte auf das kartesische Gitter interpoliert, wobei die Methode nach Anhang E.2.2 auf Seite 246 mit einem horizontalen Einflußradius  $r_h = 1000$  m und einem vertikalen  $r_v = 500$  m zur Anwendung kam. Die Azimutkorrekturwerte umfassen einen Bereich von  $-2.0^\circ$  bis  $2.0^\circ$  (Lema) bzw.  $-1.5^\circ$  bis  $2.5^\circ$  (S-Pol) und wurden im Abstand von  $0.25^\circ$  variiert. Für jeden Korrekturwert und jedes der beiden Radargeräte liegt nun ein auf das kartesische Gitter interpolierte Niederschlagssummendatensatz vor. Durch Vergleich je eines solchen Datensatzes von Radar Lema mit einem anderen des Radars S-Pol wird diejenige Kombination aus Azimutkorrekturwerten bestimmt, die die beste Übereinstimmung ergibt. Um dem Ergebnis eine größere Sicherheit zu verleihen, stützt sich die Beurteilung der Übereinstimmung nicht nur auf ein einziges Kriterium, sondern auf drei verschiedene. Diese sind der lineare Korrelationskoeffizient  $q$ ,

$$q = \frac{\sum_{i=1}^N \left( A_i^{(lema)} - \overline{A^{(lema)}} \right) \sum_{i=1}^N \left( A_i^{(spol)} - \overline{A^{(spol)}} \right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \left( A_i^{(lema)} - \overline{A^{(lema)}} \right)^2 \sum_{i=1}^N \left( A_i^{(spol)} - \overline{A^{(spol)}} \right)^2}} , \quad (7.9)$$

die mittlere relative Abweichung  $MAW$ ,

$$MAW = \frac{1}{N} \sum_1^N \left| \frac{A_i^{(lema)} - A_i^{(spol)}}{0.5 \left( A_i^{(lema)} + A_i^{(spol)} \right)} \right| , \quad (7.10)$$

und der mittlere relative quadratische Fehler  $RMS$  (man beachte, daß dies nicht die „offizielle“ Definition ist),

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_1^N \left( \frac{A_i^{(lema)} - A_i^{(spol)}}{0.5 \left( A_i^{(lema)} + A_i^{(spol)} \right)} \right)^2} . \quad (7.11)$$

$A_i$  bezeichnet hierbei den am  $i$ -ten Gitterpunkt des kartesischen Gitters interpolierten Wert der Niederschlagssumme, wobei ein oberer Index das jeweilige Radar angibt. Der Index  $i$  läuft über alle  $N$  Gitterpunkte, die zu der Analyse herangezogen werden (siehe weiter unten).  $\overline{A}$  sind arithmetische Mittelwerte über die  $N$  Gitterpunkte.

$MAW$  und  $RMS$  werden hier symmetrisch bezüglich einer Vertauschung der Variablen formuliert, so daß eine betragsmäßig gleich große negative und positive absolute Abweichung der Größen  $A_i^{(lema)}$  und  $A_i^{(spol)}$  jeweils gleich stark gewichtet wird. Eine solche Formulierung macht dann Sinn, wenn die relativen Abweichungen klein gegen die jeweiligen Niederschlagssummen selbst sind. Aus diesem Umstand erwächst die Notwendigkeit, einen eventuellen Kalibrierunterschied der beiden Radargeräte möglichst gut zu korrigieren, bevor die Niederschlagssummen ausgerechnet werden. Außerdem sollten Fälle mit starkem Dämpfungseinfluß beim Lema ebenfalls ausgeschlossen werden. Die beste Übereinstimmung kann nun anhand des Maximums des Korrelationskoeffizienten und anhand der Minima von  $MAW$  und  $RMS$  festgestellt werden und definiert die wahrscheinlichsten Azimutfehler der beiden Radargeräte.

Weitere Fehlerquellen, die das Ergebnis bezüglich der ermittelten Azimutfehler beeinflussen können, bestehen in Bodenechos und Abschattungseffekten, die „künstliche“ Strukturen in den Niederschlagsfeldern erzeugen. Wie schon weiter oben angesprochen, kommen je nach verwendetem Übereinstimmungsmaß noch die Dämpfung der Radarstrahlung bei den Lema-Daten, die nichtlinear in die Niederschlagssumme eingeht, und ein möglicher Kalibrierunterschied der beiden Radargeräte hinzu, der einen systematischen Unterschied der Niederschlagssumme verursacht. Ein Kalibrierunterschied kann unter Umständen auch die Korrelationsmaximierung beeinflussen, weil der Zusammenhang zwischen  $Z_e$  und  $R$  nichtlinear ist und bei hohen Reflektivitäten der Kalibrierunterschied unterproportional in die integrierte Niederschlagssumme eingeht.

Einflüsse von Bodenechos und Strahlabschattungseffekten werden dadurch ausgeschlossen, daß nach den Kriterien von Abschnitt 7.2 ein Auswertevolumen festgelegt wird, innerhalb dem die Daten nicht durch diese Störeffekte beeinflußt sind und das zusätzlich eine gute Überlappung der Meßbereiche mit hinreichender lokaler Datendichte bietet. In Abbildung 7.6 unten ist ein Horizontalschnitt durch dieses Volumen in 3000 m NN dargestellt (grau unterlegt). Man erkennt, daß z.B. das Gebiet ausgeschlossen ist, in dem die Lema-Daten aufgrund der Abschattung durch den Masten in unmittelbarer Radarnähe verfälscht sind (siehe auch Abbildung 7.2 auf Seite 120). Außerdem wird die maximale Entfernung von den beiden Radargeräten auf 60 km beschränkt, um mit der Entfernung zunehmende Meßfehler (Dämpfung Lema, nichtgleichmäßige Strahlfüllung, Verschmierung des vertikalen Reflektivitätsprofils usw.) nicht zu groß werden zu lassen. Bei der Korrelationsanalyse werden nur diejenigen  $N$  kartesischen Gitterpunkte berücksichtigt, die innerhalb des obigen Auswertevolumens liegen.

Der Wert für den wahrscheinlichsten relativen Kalibrierungsunterschied  $\Delta dBZ$  der Radargeräte Lema und S-Pol, der bei der Korrelationsanalyse zu berücksichtigen ist, wird in einem iterativen Verfahren ermittelt. Zuerst erfolgt eine Korrelationsanalyse ohne dessen Berücksichtigung, mit deren Ergebnissen für die Azimutfehler ein erster Versuch der Interpolation von S-Pol-Reflektivitäten auf die Orte der Lema-Messungen vorgenommen wird (Interpolationsverfahren 1 bis 4 der Dual-Radar-Methode, wie sie in den Abschnitten 6.2 und 6.4 des Kapitels 6 beschrieben sind). Eine erste Abschätzung des Kalibrierunterschiedes durch Vergleich dieser Reflektivitätswerte in Zeiten schwachen Niederschlags und vermutlich trockenem Lema-Radom (keine zusätzliche Radomdämpfung) ergibt ein  $\Delta dBZ$  von 1.7 bis 2.0 dB, um den das Radar Lema niedrigere Reflektivitäten liefert als das S-Pol. Aufgrund der Randbedingungen des Vergleiches kann diese Differenz mit einer unterschiedlichen Kalibrierung in Verbindung gebracht werden. Anschließend wurde die variationelle Azimutfehleranalyse unter Addition von 1.7 bzw. 2.0 dB auf die Lema-Reflektivitätswerte nochmals durchgeführt.

Um des weiteren den möglichen Einfluß einer zusätzlichen Dämpfung durch Wasser auf dem Radom auf die Niederschlagssummenfelder des Lema auszuschließen, wurde die Analyse zusätzlich unter Ausschluß aller Zeiten durchgeführt, während denen es am Lema-Standort vermutlich geregnet hat und das Radom mit Wasser benetzt war. Als Kriterium zur Bestimmung solcher Zeiträume dient der Anteil der radarnächsten Lema-Meßwerte ( Meßwerte bei je  $r_0 = 1$  km und 2 km) in den oberen 10 Elevationen, die eine Reflektivität von mindestens 16 dBZ aufweisen (2. Reflektivitätsklasse und größer). Ist der Anteil größer als 0.5, dann wird von Niederschlag am Lema-Standort ausgegangen. Da ein Radom nach Niederschlagsende ungefähr geschätzte 10 bis 15 Minuten braucht, bis es trocken ist, werden auch diese Zeiten ausgeschlossen. Auf diese Weise bleiben noch die Zeiten von 64 S-Pol-Scans der Scanstrategie A übrig.

Eventuelle Fehler durch den lokalen Zeitversatz bei den Reflektivitätsmessungen der beiden Radargeräte werden dadurch behandelt, daß vor dem Aufsummieren der Niederschlagssumme im Polarkoordinatensystem jeder Datensatz von Lema und S-Pol nach der Methode von Anhang F advektionskorrigiert und anschließend auf das jeweilige Polargitter re-interpoliert wird (analog zum Interpolationsverfahren 4 der Dual-Radar-Methode, siehe Abschnitt 6.4). Als Zeitbasis dient hierbei die zeitliche Mitte des jeweiligen Lema-Scans. Das für die Advektionskorrektur notwendige horizontale Verlagerungs-

geschwindigkeitsfeld wurde jeweils mit der im noch folgenden Abschnitt 7.5 beschriebenen Methode ermittelt.

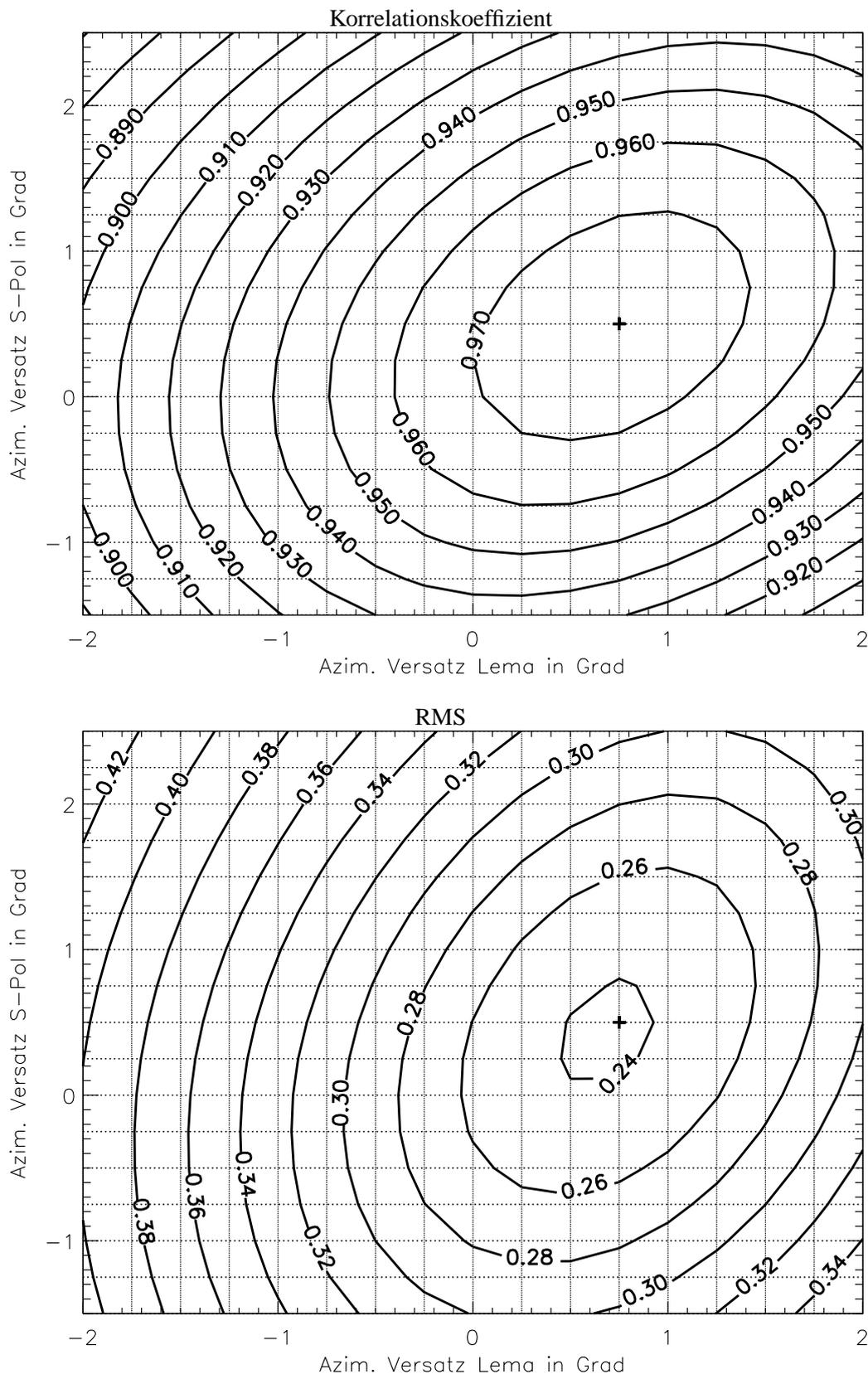
Die Korrektur von Kalibrierunterschied und Zeitversatz und der Ausschluß von Zeiten mit möglicher Radomdämpfung wurden im Auswerteprogramm jeweils zuschaltbar angelegt. Variationelle Analysen mit verschiedenen Kombinationen dieser Korrekturen ergaben jeweils die in Tabelle 7.4 auf Seite 142 zusammengestellten wahrscheinlichsten Azimutfehler von Lema und S-Pol. Ein Kreuz in den ersten zwei Spalten bedeutet, daß die jeweilige Korrektur eingeschaltet war, ein Strich bedeutet ausgeschaltet. Die dritte Spalte enthält den jeweils bei den Lema-Reflektivitäten aufsummierten Kalibrierungsunterschied  $\Delta dBZ$ . Bevor die Ergebnisse in der Tabelle jedoch näher analysiert werden, soll am Beispiel der Kombination von eingeschalteter Kalibrierkorrektur ( $\Delta dBZ = 1.7$  dB), eingeschalteter Zeitversatzkorrektur und Ausschluß von Radomdämpfung bei den Lemadaten gezeigt werden, wie empfindlich der Korrelationskoeffizient  $q$  und der  $RMS$  auf eine Azimutvariation reagieren. Die Abbildung 7.5 zeigt im oberen Schaubild die Variation von  $q$  in Abhängigkeit des bei der Korrelationsanalyse verwendeten Azimutversatzes, während im unteren Teil dasselbe für den  $RMS$  dargestellt ist. Man erkennt, daß das Maximum von  $q$  (schwarzes Kreuz) bei der Azimutversatzkombination  $\Delta\alpha_{Lema} = 0.75^\circ$  und  $\Delta\alpha_{Spol} = 0.5^\circ$  exakt mit dem Minimum des  $RMS$  übereinstimmt. Insgesamt variiert  $q$  im betrachteten Azimutversatzbereich signifikant von etwa 0.88 bis 0.97, während der  $RMS$  einen Bereich von 0.24 bis 0.42 überstreicht. Die gute Übereinstimmung deutet auf ein vertrauenswürdiges Ergebnis hin. Es ist zu erwähnen, daß die eingezeichneten Gitterlinien die diskreten Werte des Azimutversatzes im Abstand von  $0.25^\circ$  kennzeichnen. Aufgrund dieser Diskretisierung können die Azimutfehler bei einer einfachen Extremumsuche nicht genauer als  $\pm 0.125^\circ$  bestimmt werden. Eine Verbesserung wäre hier möglich durch Verfeinerung des Variationsgitters (quadratischer Anstieg der Rechenzeit!) oder beispielsweise durch Anpassen einer bivariaten Polynomfunktion (z.B. Quadrik) und Bestimmung von deren Extremum.

Wie die Tabelle 7.4 aber zeigt, stimmen die Ergebnisse bei Anwendung der drei Übereinstimmungskriterien je nach den eingeschalteten Korrekturschemata nicht immer so gut überein. In der 4. bis 12. Spalte finden sich die Azimutversatzkombinationen bei maximalem  $q$ , minimalem  $MAW$  und minimalem  $RMS$ , jeweils zusammen mit den Absolutwerten dieser Kenngrößen am Extremum. Man erkennt, daß die Maximierung von  $q$  über alle Korrekturkombinationen hinweg die stabilsten Ergebnisse liefert und somit das robusteste der drei verwendeten Kriterien darstellt.

Unterschiede in den ermittelten Azimutfehlern bezüglich der verwendeten Kenngröße treten vor allem dann auf, wenn der Kalibrierunterschied nicht korrigiert wird. Die Minima von  $MAW$  und  $RMS$  sind dann nicht mehr aussagekräftig, weil die darin enthaltenen Abweichungen nicht mehr statistisch um 0 zentriert sind. Diese Korrektur bringt also den größten Nutzen, indem sie die Azimutversatz-Ergebnisse bezüglich der Maximierung der drei verschiedenen Übereinstimmungsmaße zur Deckung bringt. Die Zeitversatzkorrektur verbessert zwar bei der Version mit 64 verwendeten Scans mit trockenem Lema-Radom ganz leicht die Übereinstimmungsmaße selbst, ändert aber nichts an den ermittelten Azimutfehlern. Die Menge von 64 Scans scheint also im vorliegenden Fall schon genug statistische Mittelung zu gewährleisten.

Als wahrscheinlichste Werte für die Azimutfehler wird die Kombination aus  $\Delta\alpha_{Lema} = 0.75^\circ$  und  $\Delta\alpha_{Spol} = 0.5^\circ$  angesehen. Ausschlaggebend war hierbei die fett hervorgehobene Zeile in Tabelle 7.4. Aussagen bezüglich der Genauigkeit von  $\pm 0.125^\circ$  wurden weiter oben schon gemacht.

Einige weitere Beobachtungen sind hier nicht explizit dargestellt, um den Umfang dieses Abschnitts zu begrenzen. Hier ist der Umstand zu nennen, daß bei Verwendung aller 154 S-Pol-Scans die Variabilität der Übereinstimmungsparameter in Abhängigkeit der variierten Azimutkorrekturen deutlich kleiner ausfällt als bei Verwendung ausschließlich der 64 Scans aus Zeiten mit trockenem Lema-Radom. Dies könnte ein Hinweis darauf sein, daß man besser nicht zu viele Volumendatensätze verwendet, weil dann u.U. die nötigen Strukturen im Niederschlagssummenfeld nicht mehr so deutlich vorhanden sind.



**Abb. 7.5.:** **Oben:** Korrelationskoeffizient  $q$  nach Gleichung (7.9) als Funktion der variierten Azimutkorrekturen von Lema und S-Pol in Grad. Das Kreuz markiert den Ort der maximalen Korrelation. Zugrunde liegen 64 S-Pol-Scans mit korrespondierenden Lema-Messungen, während denen das Radar des Radars Lema höchstwahrscheinlich trocken gewesen ist. Die Kalibrierkorrektur  $\Delta dBZ$  beim Radar Lema beträgt 1.7 dB, und die Zeitversatzkorrektur ist eingeschlossen. **Unten:** Dasselbe für den *RMS* nach Gleichung (7.11).

Ausschluß Radom- dämpfung Lema	Zeitversatzkorrektur	$\Delta$ dBZ	Maximierung von $q$			Minimierung von $MAW$			Minimierung von $RMS$		
			$\Delta\alpha_{lema}$	$\Delta\alpha_{spol}$	$q_{max}$	$\Delta\alpha_{lema}$	$\Delta\alpha_{spol}$	$MAW_{min}$	$\Delta\alpha_{lema}$	$\Delta\alpha_{spol}$	$RMS_{min}$
		[dB]	[°]	[°]		[°]	[°]		[°]	[°]	
— <sup>1</sup>	—	<b>0.00</b>	0.75	0.75	0.983	-1.25	1.25	0.354	-0.25	0.75	0.392
— <sup>1</sup>	<b>X</b>	<b>0.00</b>	0.50	0.50	0.982	-2.00	1.25	0.364	-0.50	0.75	0.413
— <sup>1</sup>	—	<b>1.70</b>	0.75	0.75	0.983	0.25	0.50	0.152	0.50	0.50	0.191
— <sup>1</sup>	<b>X</b>	<b>1.70</b>	0.50	0.50	0.982	0.25	0.50	0.172	0.25	0.50	0.216
— <sup>1</sup>	—	<b>2.00</b>	0.75	0.75	0.983	0.50	0.50	0.133	0.75	0.50	0.169
— <sup>1</sup>	<b>X</b>	<b>2.00</b>	0.50	0.50	0.982	0.50	0.75	0.153	0.50	0.50	0.193
<b>X</b> <sup>2</sup>	—	<b>0.00</b>	0.75	0.50	0.973	0.00	-0.25	0.304	0.25	0.25	0.361
<b>X</b> <sup>2</sup>	<b>X</b>	<b>0.00</b>	0.75	0.50	0.977	0.00	0.00	0.310	0.25	0.25	0.371
<b>X</b> <sup>2</sup>	—	<b>1.70</b>	0.75	0.50	0.973	0.75	0.50	0.179	0.75	0.50	0.235
<b>X</b> <sup>2</sup>	<b>X</b>	<b>1.70</b>	<b>0.75</b>	<b>0.50</b>	<b>0.977</b>	<b>0.75</b>	<b>0.50</b>	<b>0.185</b>	<b>0.75</b>	<b>0.50</b>	<b>0.237</b>
<b>X</b> <sup>2</sup>	—	<b>2.00</b>	0.75	0.50	0.973	1.00	0.50	0.177	1.00	0.50	0.233
<b>X</b> <sup>2</sup>	<b>X</b>	<b>2.00</b>	0.75	0.50	0.977	0.75	0.50	0.182	0.75	0.50	0.233

<sup>1</sup>: Anzahl der Scans: 154 (Scanstrategie A S-Pol)

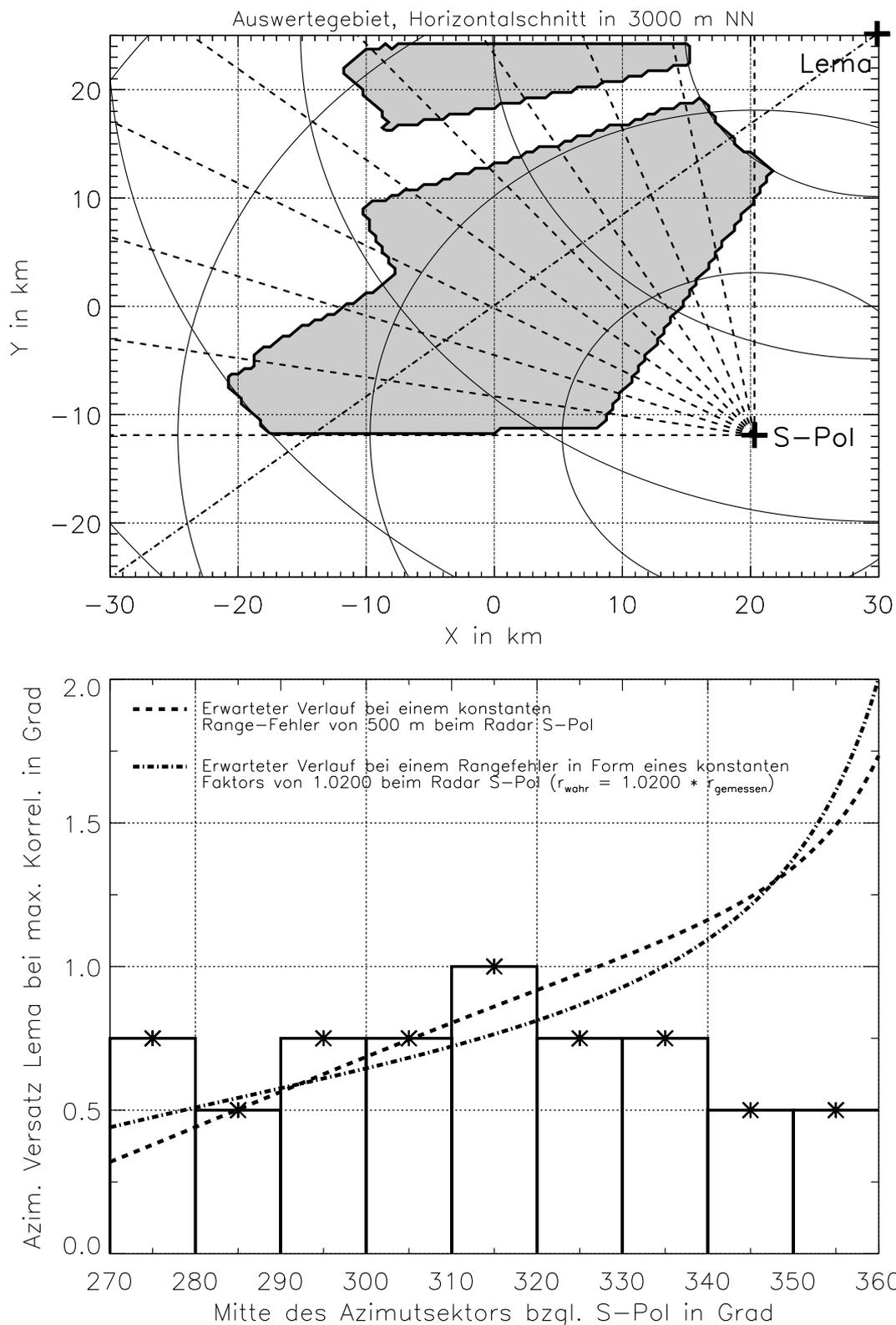
<sup>2</sup>: Anzahl der Scans: 64 (Scanstrategie A S-Pol)

**Tab. 7.4.:** Ergebnisse der variationellen Azimutfehleranalyse bei Aktivierung verschiedener Korrekturmechanismen. Eine genaue Beschreibung findet sich im Text. Die Genauigkeit der ermittelten wahrscheinlichsten Azimutfehler  $\Delta\alpha_{lema}$  und  $\Delta\alpha_{spol}$  beträgt  $\pm 0.125^\circ$ .

Außerdem wurden zusätzliche Versuche mit einem verkleinerten Einflußgebiet bei der kartesischen Interpolation unternommen ( $r_h = 500$  m,  $r_v = 500$  m). Hier zeigte sich ein gewisses Rauschen bei den Übereinstimmungsmaßen in Abhängigkeit der variierten Azimutversätze, was auf ein zu kleines Einflußgebiet hindeutet, das nicht immer genügend Daten für eine sinnvolle Mittelung enthält.

Diese Ergebnisse und Aussagen sind genau dann richtig, wenn die Schrägentfernung  $r_0$  bei den beiden Radargeräten korrekt angegeben ist. Da die Untersuchung in einem Auswertebereich stattgefunden hat, das ausschließlich nordwestlich des S-Pol bzw. südwestlich des Lema gelegen ist, wäre es auch denkbar, daß die beste Übereinstimmung der kartesischen Niederschlagssummenfelder bei den ermittelten Azimutkorrekturwerten auch durch mögliche Fehler in der Entfernungszuordnung bei einem oder bei beiden Radargeräten zustande gekommen ist (Offset oder konstanter Faktor). Auf mögliche Ursachen solcher Fehler wurde schon am Anfang dieses Abschnitts eingegangen. Um hier eine gewisse Sicherheit zu erlangen, wären Ergebnisse aus der analogen Untersuchung im östlich des S-Pol gelegenen Überlappungsgebiet äußerst wertvoll gewesen. Aus den schon angesprochenen Gründen ergab sich aber hier kein brauchbares Ergebnis.

Aus diesem Grunde wurde auf einfache Weise versucht, zumindest qualitativ einen Anhaltspunkt



**Abb. 7.6.:** **Oben:** Horizontalschnitt durch das Auswertebereich (grau) in 3000 m NN. Gestrichelte Radiale, ausgehend vom Radar S-Pol, markieren die Abgrenzung der verschiedenen Sektoren bei der Anwendung der variationellen Korrelationsanalyse zur Untersuchung von möglichen Entfernungszuordnungsfehlern beim Radar S-Pol. Die vom Lema ausgehende strichpunktierte Linie stellt den Bezugsradial dar, anhand dessen der zu erwartende Effekt bei Vorhandensein eines Entfernungszuordnungsfehlers beim Radar S-Pol abgeschätzt worden ist. Näheres siehe Text. **Unten:** Ergebnis zur Untersuchung von möglichen Entfernungszuordnungsfehlern beim Radar S-Pol. Erklärung siehe Text.

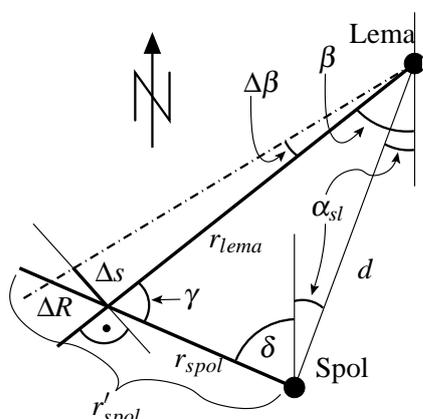
für das eventuelle Vorhandensein von Entfernungszuordnungsfehlern zu finden. Am Beispiel der diesbezüglichen Untersuchung des Radars S-Pol wird nachfolgend das Vorgehen erläutert. Grundlage ist eine Abschätzung, wie sich die gegenseitige Verschiebung der Niederschlagssummenfelder lokal ändern müßte, wenn beim Radar S-Pol die Schrägentfernungen nicht genau stimmen würden. Anhand der Abbildung 7.6 oben läßt sich dies einfach erläutern. Das Ergebnis der variationellen Korrelationsanalyse bei Verwendung aller Daten aus dem grau dargestellten Auswertgebiet liefert für das Radar Lema eine positive Azimutkorrektur, d.h. die gemessenen Niederschlagsgebiete müßten sich in Wahrheit im Mittel etwas weiter nordwestlich befinden. Nun könnte dies aber auch ein Artefakt durch eine zu groß angegebene Schrägentfernung bei den S-Pol-Daten sein. Wenn das der Fall sein sollte, so müßte sich bei einer nach der Lema-Entfernung stratifizierten Korrelationsanalyse eine systematische Abhängigkeit des festgestellten Azimutfehlers von eben jener Lema-Entfernung zeigen. Bewegt man sich nämlich entlang des in Abbildung 7.6 strichpunktiert eingezeichneten Lema-Radials ( $\alpha_0 = 230^\circ$ , etwa die Mitte des Auswertgebietes) auf das Radar zu, dann übersetzt sich ein S-Pol-Entfernungsfehler  $\Delta R$  (Differenz zwischen ausgegebener und wahrer Schrägentfernung) in zunehmendem Maße in eine Azimutabweichung bei den Lema-Niederschlagssummen. Ein qualitativ ähnliches Verhalten müßte sich feststellen lassen, wenn man die variationelle Korrelationsanalyse in den im oberen Teil von Abbildung 7.6 gestrichelt abgegrenzten S-Pol-Azimutsektoren (jeweils  $10^\circ$  Breite) einzeln durchführt und die jeweils festgestellten Lema-Azimutfehler als Funktion des Azimutsektors aufträgt. Die Ergebnisse dieser Analyse sind im unteren Teil von Abbildung 7.6 in Form eines Balkendiagramms dargestellt, wobei als Übereinstimmungskriterium der Korrelationskoeffizient  $q$  verwendet und ein Kalibrierunterschied von 1.7 dB berücksichtigt worden ist. Außerdem wurden nur die Daten der 64 Scans mit trockenem Lema-Radom benutzt. Man erkennt keine systematische Abhängigkeit des wahrscheinlichsten Lema-Azimutfehlers vom S-Pol-Azimutsektor. Vielmehr pendeln die Werte um den mit allen Daten ermittelten Wert von  $+0.75^\circ$ . Die eingezeichnete gestrichelte Linie kennzeichnet den erwarteten Verlauf bei einem konstanten S-Pol-Entfernungszuordnungsfehler von  $\Delta R = 500$  m, wenn man die Entfernungabweichung entlang des im oberen Schaubild der Abbildung 7.6 eingezeichneten Lema-Radials ( $230^\circ$ , jeweils etwa die Mitte der einzelnen  $10^\circ$ -S-Pol-Sektoren) geometrisch in eine Lema-Azimutwinkelabweichung umrechnet. Die strichpunktierte Linie gibt den erwarteten Verlauf bei einem S-Pol-Entfernungszuordnungsfehler in Form eines konstanten Faktors von 1.02 wieder (gemessene Entfernung = wahre Entfernung  $\times$  1.02). Diese Kurven entstammen einer Abschätzung, die anhand von Abbildung 7.7 erläutert werden soll.

Bei den folgenden Überlegungen wird die Erdkrümmung vernachlässigt. Zunächst zur Notation:  $\Delta R = r'_{spol} - r_{spol}$  bezeichnet den Entfernungsfehler des S-Pol, wobei  $r'_{spol}$  die ausgegebene und  $r_{spol}$  die wahre Schrägentfernung darstellen (Abbildung 7.7). Der Winkel  $\alpha_{sl}$  bezeichnet die Azimutrichtung, unter dem das Radar Lema vom Radar S-Pol aus erscheint, und  $d$  ist der Abstand der beiden Radargeräte.  $\beta$ ,  $\delta$  und  $\gamma$  sind Hilfwinkel, die sich aus den jeweiligen Azimutrichtungen leicht berechnen lassen. Der Winkel  $\Delta\beta$  stellt den erwarteten azimutalen Versatz der Lema-Daten bei maximaler Korrelation der Niederschlagssummenfelder dar, der in Abbildung 7.6 unten die Ordinate bildet. Aus elementaren trigonometrischen Überlegungen ergibt sich

$$\Delta\beta \approx \frac{\Delta s}{r_{lema}} \approx \frac{\Delta R \sin \gamma}{r_{lema}} = \frac{\Delta R \sin^2(\pi - \delta - \beta)}{d \sin(\delta + \alpha_{sl})}, \quad (7.12)$$

wobei  $\delta = 2\pi - \alpha_{spol}$  gilt und  $\alpha_{spol}$  den Azimutwinkel von S-Pol aus gesehen darstellt (Abszisse in Abbildung 7.6 unten). Dafür muß  $\Delta s \approx \Delta R \sin \gamma \ll r_{lema}$  gelten, so daß  $\Delta\beta \ll 1$  vorausgesetzt werden kann. Setzt man hier ein  $\Delta R$  von 500 m an, so ergibt sich die gestrichelte Kurve in Abbildung 7.6 unten. Da der zu dieser Abschätzung benutzte Lema-Radial in etwa die Mitte der einzelnen S-Pol-Sektoren bildet, kann angenommen werden, daß sich der sektorale maximale Korrelationskoeffizient ungefähr gemäß der Abschätzung einstellen sollte. Man erkennt, daß bei  $\Delta R = 500$  m (wie auch allgemein bei

$\Delta R > 0$ ) der Lema-Azimuthversatz zum Radar Lema hin deutlich zunehmen müßte, was aber in den Ergebnissen der sektorweisen Korrelationsanalyse (Balkendiagramm) nicht beobachtet werden kann.



**Abb. 7.7.:** Skizze zur Abschätzung, ob ein Entfernungszuordnungsfehler  $\Delta R$  des S-Pol wahrscheinlich ist. Näheres siehe Text.

Ein S-Pol-Entfernungsfehler in Form eines konstanten Faktors  $e$  ( $r'_{spol} = e r_{spol}$ ) würde zu einem ganz ähnlichen Ergebnis führen, das für den Fall  $e = 1.02$  als strichpunktierte Linie in Abbildung 7.6 unten dargestellt ist. Auch dieser Verlauf entspricht nicht der tatsächlichen Beobachtung. Hier wurde durch Einsetzen von

$$\Delta R = r'_{spol} - r_{spol} = (e - 1) r_{spol} \quad (7.13)$$

in Gleichung (7.12) und Eliminierung von  $d$  und  $r_{spol}$  (Sinussatz) die Abschätzung

$$\Delta\beta = e(e-1) \frac{\sin(\pi - \delta - \beta) \sin(\beta - \alpha)}{\sin(\delta + \alpha)} \quad (7.14)$$

gewonnen und angewendet. Beim verwendeten Faktor  $e = 1.02$  würde in einer Entfernung von  $r_{spol} = 25$  km ein Entfernungszuordnungsfehler  $\Delta R$  von 500 m auftreten.

Insgesamt können also keine Anzeichen für einen Entfernungszuordnungsfehler beim Radar S-Pol festgestellt werden. Eine ähnliche Untersuchung für das Radar Lema lieferte ebenfalls keine Anzeichen für einen Entfernungszuordnungsfehler.

Letzte Gewißheit bringt ein solches Vorgehen allerdings auch nicht. Interpretiert man nämlich die Abnahme der Schätzung für den Azimuthfehler zum Radar Lema hin in den einzelnen Sektoren als signifikant, dann könnte ein solches Muster auch durch eine Kombination aus großem Azimuthfehler des Radars Lema mit einem negativen Entfernungszuordnungsfehler  $\Delta R$  des Radars S-Pol zustande kommen. In der vorliegenden Arbeit wird aber trotzdem davon ausgegangen, daß die wahrscheinlichste Erklärung für das beobachtete Verhalten der Übereinstimmungsparameter auf Azimuthfehler der Radargeräte zurückgeführt werden kann. Im Folgenden werden deshalb die schon weiter oben angegebenen Azimuthkorrekturen von  $+0.75^\circ$  beim Radar Lema und  $+0.5^\circ$  beim Radar S-Pol verwendet.

Grundsätzlich könnte man die beschriebene variationelle Übereinstimmungsmaximierung auch anhand einzelner zeitlich korrespondierender Volumenscans durchführen, jedoch können dann Fehlerquellen wie der inhärente lokale Zeitversatz der Messungen in Verbindung mit horizontalem Niederschlagstransport einen großen Einfluß entwickeln. Durch zeitliches Integrieren vermindert sich der Einfluß solcher statistischer Fehler, jedoch muß man, wie oben angesprochen, darauf achten, daß nicht durch Summieren von zu vielen Datensätzen die zur Korrelationsanalyse notwendigen Strukturen im Niederschlagsummenfeld zu stark geglättet werden.

Ein systematischer Fehler in der Messung der Antennenelevation oder eine Schiefstellung des Radarpedestals sind auf die beschriebene Weise wesentlich schwieriger festzustellen. Zum einen spielen bei einer Korrelationsanalyse bezüglich des Elevationswinkels auch wechselnde Strahlausbreitungsbedingungen eine Rolle, und zum anderen bewirkt ein schiefstehendes Antennenpedestal eine sinusförmige Modulation des Fehlers bei einer vollständigen azimuthalen Antennendrehung, deren Amplitude und Phase man nur eindeutig bestimmen könnte, wenn das Überlappungsgebiet beider Radargeräte je einen viel größeren Azimuthsektor umfassen würde als es bei Lema und S-Pol der Fall ist.

Ein insgesamt großes Problem stellen die in Abschnitt 7.1.1 angesprochenen „Clutterlöcher“ bei den Lema-Daten dar (siehe auch das Beispiel in Abbildung 7.3 auf Seite 124). Aus Rechenzeitgründen wurden nämlich erst die Volumendatensätze, aufgezeichnet in Polarkoordinaten, aufsummiert (Nieder-

schlagssummen) und danach die Interpolation auf das kartesische Gitter unter Variation der Azimutversätze durchgeführt. Dabei vermindern die Lema-Clutterlöcher systematisch die Niederschlagssumme an einigen Polardatenpixeln, die dann in die Einflußgebetsmittelung bei der Interpolation auf das kartesische Gitter eingehen. Wäre zuerst kartesisch interpoliert und danach summiert worden, wären die Clutterlöcher als Ausfallwerte behandelt worden und nicht in die Einflußgebetsmittelung eingeflossen. Sie wären sozusagen durch den Mittelwert der umgebenden gültigen Messungen aufgefüllt worden. Ein solches Vorgehen war aber aus Rechenzeitgründen nicht möglich. Zwar wurde versucht, die Clutterlöcher mit Hilfe des Produktes COUNTP wieder aufzufüllen, wie es in Abschnitt 7.1.1 beschrieben wurde, aber das funktioniert aufgrund der dort ebenfalls beschriebenen Probleme nicht immer zufriedenstellend.

### 7.4.2. Absolute Kalibrierung der Radargeräte

Die Kenntnis über den mittleren absoluten Kalibrierungsfehler der beiden Radargeräte wird im Verlaufe dieser Arbeit noch wichtig werden, z.B. wenn es darum geht, die durch die Dual-Radar-Methode ermittelten Dämpfungsparameter  $k_2$  oder  $PIA$  im C-Band den entsprechenden äquivalenten C-Band-Reflektivitätsfaktoren  $Z_a$  zuzuordnen.  $Z_a$  enthält zwar nach der Definition (3.28) schon den absoluten Kalibrierungsfehler  $C_{kal} = C^* / \tilde{C}^*$ , will man die Ergebnisse jedoch allgemein vergleichbar machen (nur durch Niederschlagsdämpfung beeinflusstes  $Z_a$ ), so sollte dieser korrigiert werden. Die in  $Z_a$  ebenfalls definitionsgemäß enthaltene Fehlerquelle der zusätzlichen Radomdämpfung (im Vergleich zu einem fabriktrockenen Radom) ist dann zwar immer noch enthalten, aber davon soll hier einmal abgesehen werden.

In diesem Abschnitt wird versucht, eine sinnvolle Abschätzung des über die Meßperiode gemittelten Kalibrierfehlers aus dem Vergleich zu Referenzmessungen der Niederschlagssumme am Boden anzugeben. Diese sind oftmals, wie auch hier, die einzig zur Verfügung stehenden Referenzwerte. Die von den Niederschlagssammlern in der Nähe der Radargeräte Lema und S-Pol gemessenen Niederschlagssummen liegen als Stundenwerte vor. Grundsätzlich ist es bei einem Vergleich von Radar- und Punktmessungen am Boden sinnvoll, über möglichst lange Zeiträume zu integrieren (Tagessummen, Wochensummen), um die allgemein bekannten und im Folgenden noch diskutierten statistischen Unsicherheiten eines solchen Vergleichs zu minimieren. Im vorliegenden Falle ist der Datensatz jedoch zeitlich so begrenzt (weniger als 50 h), daß es sinnvoller erscheint, den Vergleich direkt auf der Basis von Stundensummen durchzuführen und dabei sicherzustellen, daß während der verglichenen Stunden die Fehlerquellen möglichst gering sind (rigorose Stratifizierung). Den mittleren Kalibrierungsunterschied kann man dann durch den Mittelwert über die einzelnen Stundensummen annähern, und die Standardabweichung bietet ein Maß für die Unsicherheit.

Beim Radar Lema treten in diesem Zusammenhang durch den recht hoch gelegenen Standort und die potentiell durch Niederschlags- und Radomdämpfung mehr als beim Radar S-Pol beeinflussten Messungen besondere Probleme auf. Vor allem wegen des letzten Punktes wird auf eine Untersuchung beim Radar Lema verzichtet und nur der mittlere Kalibrierungsfehler des Radars S-Pol durch Vergleich mit Bodendaten bestimmt. Andere Fehler durch vertikale Reflektivitätsänderungen aufgrund der verschiedenen Aggregatzustände der Hydrometeore und durch die Höhenabhängigkeit ihrer Endfallgeschwindigkeit<sup>1</sup>, durch die grobe zeitliche Auflösung der Radarmessungen und durch den Vergleich von kurzzeitigen Volumen- mit langzeitlichen Punktmessungen sind allerdings nicht ganz zu vermeiden, werden aber im Folgenden sorgfältig minimiert. Der mittlere absolute Kalibrierungsfehler des Radars Lema kann später beispielsweise durch eine sorgfältige Bestimmung des relativen Kalibrierungsunterschieds der beiden Radargeräte (z.B. durch sinnvollen direkten Vergleich von gemessenen Reflektivitätswerten

<sup>1</sup> wird in der zahlreich vorhandenen Literatur allgemein als „das Vertikalprofil“ bezeichnet; zum Einfluß der höhenabhängigen Fallgeschwindigkeit siehe Dotzek und Beheng (2001).

bei den dem Radar Lema am nächsten gelegenen Niederschlagsechos, siehe im späteren Abschnitt 7.6.1) und anschließender Multiplikation mit dem in diesem Abschnitt bestimmten absoluten Kalibrierfehler des Radars S-Pol abgeschätzt werden.

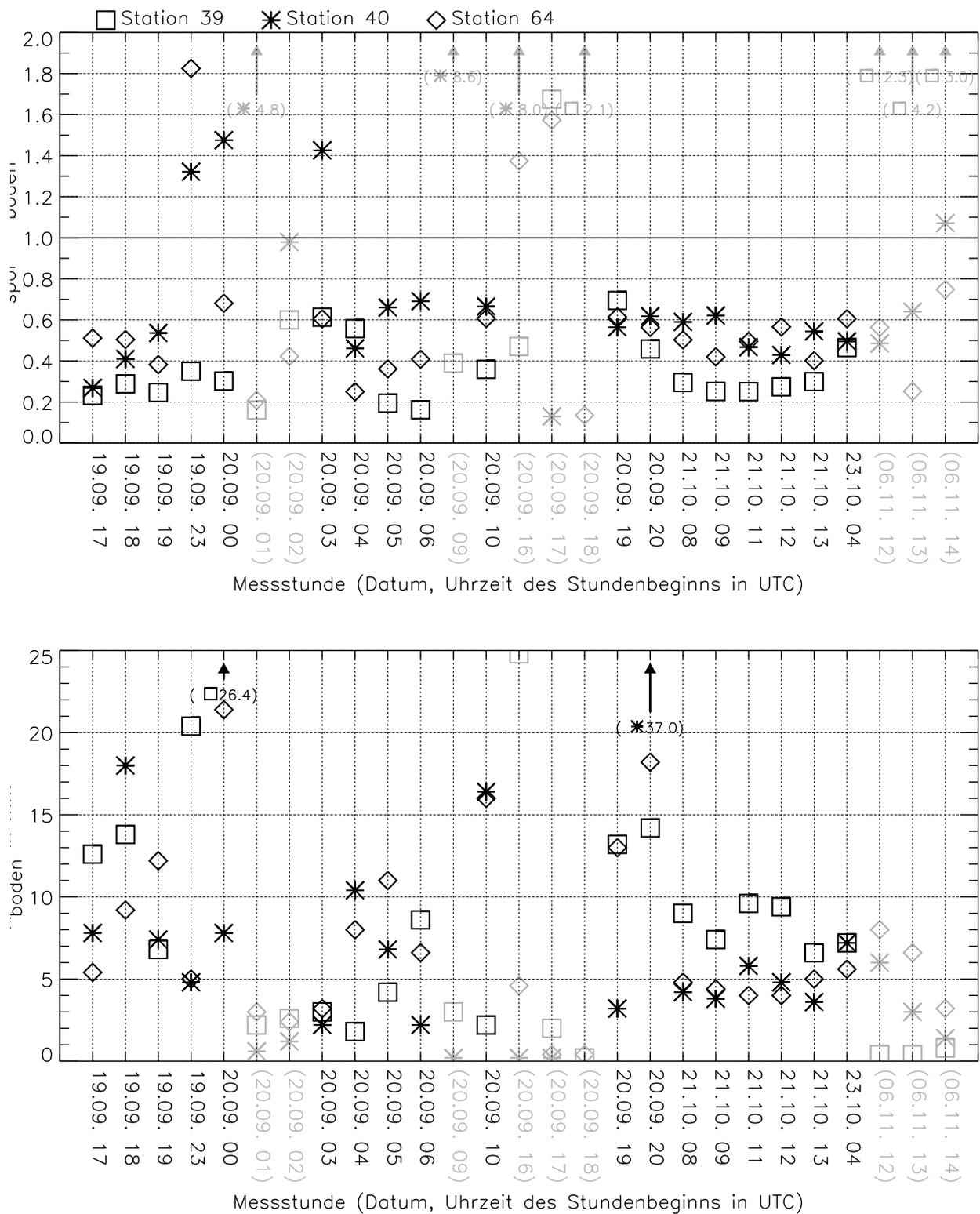
Für einen sinnvollen Vergleich kommen nur Niederschlagsstationen im Gebiet nordwestlich des Radars S-Pol in Frage, weil die Mehrheit der vorliegenden Volumenscans (120°-Sektorscans der Scanstrategie A) aus diesem Sektor stammen. Zudem sollte die Entfernung zum Radar nicht mehr als etwa 40 km betragen, damit die Radardaten nicht aus zu großer Höhe stammen (wegen des Einflusses der Schmelzzone und des Vertikalprofils der Reflektivität) und auch das Pulsvolumen nicht zu groß wird. Darüber hinaus sind Abschattungseffekte durch die Orographie bei den unteren Elevationen zu beachten, so daß von den umliegenden Bodenstationen nur die 3 auf der unteren Karte in Abbildung 7.1 besonders markierten Meßstellen 39, 40 und 64 übrigbleiben. Zwar gibt es noch mehr Stationen im Umkreis von etwa 40 km, doch muß dort entweder mit zu starkem Strahlabschattungseinfluß gerechnet werden oder die Verfügbarkeit der Stundenwerte selbst ist zu gering. Damit ergibt sich leider eine sehr schwache Statistik und ein entsprechend unsicheres Ergebnis.

Nun folgt eine Beschreibung des generellen Vorgehens bei der Bestimmung von  $C_{kal}$  und die Diskussion des Ergebnisses für das Radar S-Pol. Für jede Station werden aus den S-Pol-Daten Stundensummen abgeleitet, indem zuerst die gemessenen  $Z_a$ -Werte (der die räumliche Pulsvolumenglättung andeutende Querstrich wird im folgenden aus Bequemlichkeitsgründen fortgelassen) mittels der einfachen Beziehung  $Z_a = aR_a^b$  ( $Z$ - $R$ -Beziehung) in die äquivalente Regenrate  $R_a = (Z_a/a)^{1/b}$  transformiert werden ( $a = 300 \text{ mm}^6 \text{ m}^{-3} \text{ mm}^{-b} \text{ h}^b$ ,  $b = 1.5$ ). Wurden innerhalb einer bestimmten Stunde  $N$  Volumenscans aufgenommen (Index  $i$ ), dann berechnet sich die Schätzung der Niederschlagsstundensumme  $A_{spol}$  am Ort der Radarmessung über dem Standort der Bodenstation nach

$$A_{spol} = \frac{\sum_{i=1}^N \overline{R}_a \Delta t_i}{\sum_{i=1}^N \Delta t_i} \Delta t_{sum} \quad . \quad (7.15)$$

$\overline{R}_a$  stellt das abstandsgewichtete Mittel innerhalb eines zylindrischen Einflußgebiets nach der in Anhang E.2.3 auf Seite 247 beschriebenen Methode dar (angewendet auf die  $R_a$ -Werte), wobei die das Einflußgebiet beschreibenden Radien gewählt wurden als  $r_{horiz} = 2000 \text{ m}$  und  $r_{vert} = 200 \text{ m}$  und das fein aufgelöste „Zwischengitter“ eine Auflösung von 200 m horizontal und 40 m vertikal besitzt. Um in allen betrachteten Fällen Einflüsse der Schmelzschicht zu vermeiden, liegt das Zentrum des Einflußgebiets jeweils in einer Höhe von 1800 m NN, wobei die horizontale Position dem um die vertikale Verdriftung korrigierten Bodenstationsstandort entspricht (Benutzung der gemessenen horizontalen Windgeschwindigkeit des benachbarten Windprofilers in Lonate, Annahme einer mittleren Tropfenfallgeschwindigkeit von 5 m/s). Auf diese Weise werden Störeffekte durch das vertikale Reflektivitätsprofil und die Niederschlagsverdriftung auf dem Fallweg zum Boden hin bestmöglich minimiert. Das  $\Delta t_i$  entspricht der Zeitspanne, für den der  $i$ -te Volumenscan als repräsentativ angesehen wird (Scanstrategie A/B: 5 min, Scanstrategie C/D: 10 min), und  $\Delta t_{sum}$  ist das Integrationsintervall von 1 h. Durch die Berechnung nach Gleichung (7.15) werden Zeiträume ohne repräsentativen Volumenscan (Datenlücken) mit dem Mittelwert der vorhandenen Scans aufgefüllt. Es sollte klar sein, daß ein Radar immer nur kurzzeitig an einem bestimmten Ort mißt und man deshalb die Niederschlagszeitreihe nur sehr schlecht auflösen kann (undersampling). Die Berechnung einer Niederschlagssumme über nur eine einzige Stunde kann daher nur dann sinnvoll mit Bodenwerten verglichen werden, wenn der Niederschlag während der Stunde sehr gleichmäßig gewesen ist. Hinzu kommen noch die Unsicherheiten durch die verwendete feste  $Z_a$ - $R_a$ -Beziehung.

Nun muß aber eigentlich in der  $Z$ - $R$ -Beziehung der „wahre“ äquivalente Reflektivitätsfaktor  $Z_e$  be-



**Abb. 7.8.: Oben:** Quotient der aus den S-Pol-Daten abgeleiteten Stundensumme  $A_{spol}$  und der am Boden gemessenen Stundensumme  $A_{boden}$  für die drei Stationen 39, 40 und 64 für ausgewählte Stundenzeiträume (siehe Ordinatenbeschriftung, Zeiträume sind nicht kontinuierlich). **Unten:**  $A_{boden}$  für dieselben Zeiträume und dieselben Stationen.

rücksichtigt werden. Angenommen, es existiere keine zusätzliche Radomdämpfung (das Radar S-Pol hat kein Radom) und auch die Niederschlagsdämpfung sei zu vernachlässigen, dann gilt nach Definition (3.28)

$$Z_a = C_{kal} Z_e \quad , \quad (7.16)$$

so daß

$$C_{kal} = \left( \frac{\overline{R_a}}{\overline{R_e}} \right)^b \quad (7.17)$$

gilt, wenn  $\overline{R_e}$  den für dieselbe Mittelungsart wie bei  $\overline{R_a}$  gültigen  $Z$ - $R$ -Schätzwert der Niederschlagsrate in der Höhe von 1800 m darstellt. Da sich diese Höhe jeweils sicher unterhalb der Schmelzzone befindet und auch die Verdriftung so gut als möglich korrigiert worden ist, erscheint ein direkter Vergleich mit Bodenwerten im Bereich des Erlaubten. Als Fehlerquellen treten hierbei noch das Vertikalprofil im Regen und die Unsicherheit der  $Z_e$ - $R$ -Beziehung auf. Vernachlässigt man diese, dann gilt für den mittleren Kalibrierungsfehler  $C_{kal,jk}$  während einer Stunde (Index  $j$ ) an der Station  $k$

$$C_{kal,jk} = \left( \frac{A_{spol,jk}}{A_{boden,jk}} \right)^b \quad (7.18)$$

Diese Größe ist für insgesamt 27 Vergleichsstunden und für die drei ausgewählten Bodenstationen im oberen Schaubild der Abbildung 7.8 dargestellt. Im unteren Teil finden sich die entsprechenden absoluten Stundensummen  $A_{boden,jk}$  an den drei Bodenstationen. Man erkennt, daß die Werte für den ermittelten Kalibrierungsfehler insbesondere in denjenigen Stunden von Station zu Station stark streuen, während denen entweder die Niederschlagsmengen sehr gering sind oder von Station zu Station sehr variieren. Die Stunden mit sehr wenig Niederschlag werden bei den weiteren Betrachtungen ausgeschlossen, weil bei geringen Stundensummen viele Niederschlagsunterbrechungen wahrscheinlich sind, die wiederum den Vergleich mit Radarmessungen durch deren grobe zeitliche Abtastung erschweren. Das Problem mit der groben zeitlichen Abtastung könnte z.B. durch die von Hannesen und Gysi (2002) vorgeschlagene Methode verringert werden, bei der advektionskorrigierte flächige Niederschlagssummen unter einer Art raum-zeitlichen Überblendung von aufeinanderfolgenden zweidimensionalen Bodenniederschlagsschätzungen (SRI-Bildern, SRI = **S**urface **R**ain **I**ntensity) integriert werden. Dies wurde hier jedoch nicht umgesetzt, sondern dafür die „verdächtigen“ Zeiträume ausgespart, welche in Abbildung 7.8 grau mit eingeklammerten Zeitangaben dargestellt sind. Übrig bleiben 18 verwertbare Vergleichsstunden.

Aus diesen Daten soll nun ein für die Zeitperiode der MAP-SOP repräsentativer Wert für den Kalibrierungsfehler ermittelt werden. Relative Verhältniszahlen wie  $C_{kal}$  müssen logarithmisch gemittelt werden (entspricht dem geometrischen Mittel),

$$\overline{C_{kal,k}} = \sqrt[N]{\prod_{j=1}^N C_{kal,jk}} \quad , \quad (7.19)$$

wobei  $\overline{C_{kal,k}}$  hier den Mittelwert über die 18 Stundenwerte an der Station  $k$  darstellt. In Dezibel ausgedrückt entspricht dies dem in Gleichung (3.31) definierten Summanden

$$\overline{\Delta_{kal,k}} = -10 \log_{10} \overline{C_{kal,k}} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \underbrace{(-10 \log_{10} C_{kal,jk})}_{\Delta_{kal,jk}} \quad (7.20)$$

unter Beachtung der dortigen Vorzeichenkonvention. Die statistische Unsicherheit kann durch die loga-

	$N$	$\overline{C_{kal}}$	$\overline{\Delta_{kal}}$	$\sigma_{\overline{\Delta_{kal}}}$
			[dB]	[dB]
<b>Station 39</b>	18	0.18	7.3	0.10
<b>Station 40</b>	18	0.48	3.2	0.13
<b>Station 64</b>	18	0.38	4.2	0.11
<b>Gesamt</b>	54	0.32	4.9	0.09
<b>Stationen 40, 64</b>	<b>36</b>	<b>0.43</b>	<b>3.7</b>	<b>0.08</b>

**Tab. 7.5.:** Kalibrierungsfehler S-Pol  $\overline{C_{kal}}$  (**3. Spalte**), erstens gemittelt über die  $N = 18$  geeigneten Vergleichsstunden der Stationen 39, 40 und 64, zweitens gemittelt über alle Stunden und Stationen ( $N = 54$ ) und drittens nur über die Stationen 40 und 64 ( $N = 36$ ). **4. Spalte:**  $\overline{\Delta_{kal,k}}$  nach Definition (7.20), beim Gesamtmittel und beim Mittel über die beiden Stationen 40 und 64 entsprechend angepaßt. **5. Spalte:**  $\sigma_{\overline{\Delta_{kal,k}}}$  nach Definition (7.21).

rithmische Standardabweichung des Mittelwertes abgeschätzt werden, die definiert ist als

$$\sigma_{\overline{\Delta_{kal,k}}} = \frac{\sigma_{\Delta_{kal,k}}}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{j=1}^N (\Delta_{kal,jk} - \overline{\Delta_{kal,k}})^2} \quad (7.21)$$

Aufgrund der Auswertung der 18 Vergleichsstunden kann der mittlere Kalibrierungsfehler des Radars S-Pol, ermittelt am Ort der Station  $k$  und ausgedrückt als logarithmischer Wert, als  $\overline{\Delta_{kal,k}}$  angenommen werden mit einer statistischen Unsicherheit von  $\pm\sigma_{\overline{\Delta_{kal,k}}}$ .

Tabelle 7.5 faßt diese Größen zusammen, und zwar sowohl für die drei Stationen einzeln als auch für alle drei gemeinsam und für die Stationen 40 und 64 zusammen. Es fällt zunächst auf, daß  $\overline{\Delta_{kal}}$  an der Station 39 signifikant kleiner ist als an den anderen beiden. Wie Abbildung 7.8 unten zeigt, wurde an dieser Station vor allem am 21.10. (stratiformer, langanhaltender und gleichmäßiger Stauniederschlag in einer südlichen Höhenströmung) signifikant mehr Niederschlag als die beiden anderen gemessen, was offensichtlich bei den Radardaten nicht der Fall ist, so daß sich  $\overline{\Delta_{kal}}$  verkleinert. Eine Erklärung dieses Phänomens gestaltet sich indes schwierig. Zunächst ist festzustellen, daß es sich bei der Station 39 im Gegensatz zu den beiden anderen um eine Bergstation handelt (1300 m NN). Die Schmelzzone befand sich am 21.10. oberhalb der Höhe von 1800 m NN, aus der die S-Pol-Daten genommen worden sind. Somit scheidet die Möglichkeit einer über den Talstationen tiefer liegenden und die radargeschätzte Niederschlagssumme anhebenden Schmelzzone aus. Nimmt man an, daß an der Bergstation am 21.10 tatsächlich mehr Regen gefallen ist, dann müsste er dort in der Radarmeßhöhe von 1800 m NN kleintropfiger gewesen sein als über den benachbarten Talstationen, so daß bei höherer Regenrate dort weniger Reflektivität gemessen worden ist. Dann wäre aber dort die verwendete klimatologische  $Z_e$ - $R$ -Beziehung unter Umständen nicht gültig und die aus den Radardaten abgeleitete Niederschlagssumme an der Station 39 nicht vergleichbar. Dies kann anhand der Datenlage nicht definitiv geklärt werden.

Die hier gewählte (unbefriedigende) Lösung besteht darin, die Vergleichsdaten der Station 39 gar nicht zu beachten. Der für die weiteren Auswertungen verwendete Kalibrierungsfehler wird als Mittelwert der Stationen 40 und 64 berechnet und ist zusammen mit seiner statistischen Unsicherheit in der letzten Zeile von Tabelle 7.5 abzulesen (dick hervorgehoben).

Die dort angegebene Fehlergrenze von  $\pm 0.08$  dB beinhaltet allein die statistischen Schwankungen der Vergleichsdaten unter der Annahme, die verwendete klimatologische  $Z_e$ - $R$ -Beziehung sei im Mittel richtig. Für eine realistischere Fehlerschätzung muß man auch den systematischen Einfluß einer im Mittel davon abweichenden  $Z_e$ - $R$ -Beziehung berücksichtigen. Gilt beispielsweise  $a = 450 \text{ mm}^6 \text{ m}^{-3} \text{ mm}^{-b} \text{ h}^b$  anstatt der angenommenen  $300 \text{ mm}^6 \text{ m}^{-3} \text{ mm}^{-b} \text{ h}^b$  (Faktor 1.5), so ist der ermittelte Kalibrie-

rungsfehler  $\overline{\Delta_{kal,k}}$  um 1.8 dB zu klein. Umgekehrt wäre er bei  $a = 200 \text{ mm}^6 \text{ m}^{-3} \text{ mm}^{-b} \text{ h}^b$  (Faktor 1/1.5) um 1.8 dB zu groß. Unter der Annahme dieses Variationsbereiches lautet das Ergebnis für den absoluten Kalibrierungsfehler des Radars S-Pol unter Vernachlässigung des ermittelten kleinen statistischen Fehlers von 0.08 dB

$$\overline{\Delta_{kal,k}} = (3.7 \pm 1.8) \text{ dB} \quad . \quad (7.22)$$

Im Weiteren wird ein Wert von 3.7 dB angenommen.

Aufgrund der vielen Radarfehlerquellen und der Fehlerquellen des Vergleichs von Radarvolumenmessungen mit Punktmessungen am Boden ist das Ergebnis trotz sorgfältiger Fehlerminimierung nicht absolut belastbar, weil die Statistik mit nur 18 Vergleichsstunden und 3 Stationen sehr schwach ausfällt.

## 7.5. Bestimmung des Verlagerungsgeschwindigkeitsfeldes bei der Zeitversatzkorrektur

Als weitere „Zutat“ für das Dual-Radar-Verfahren und für die Untersuchung integrierter Niederschlagssummen in den folgenden Abschnitten ist noch die Ableitung von Verlagerungsgeschwindigkeitsfeldern im Bereich des südwestlich des Radars Lema gelegenen Überlappungsgebiets der Radarmeßbereiche zu behandeln. Diese werden für die advektive Korrektur des lokalen Zeitversatzes bei Dual-Radar-Messungen benötigt. Das Verlagerungsgeschwindigkeitsfeld soll die lokale horizontale zeitliche Verlagerung von Strukturen im Reflektivitätsfeld beschreiben, wobei man unter Strukturen jede Art von lokalen Inhomogenitäten versteht, z.B. eingelagerte konvektive Zellen. Damit ist dann eine sinnvolle Zeitversatzkorrektur nach den in Abschnitt 6.4 beschriebenen Verfahren 3 (Seite 114) oder 4 möglich (Seite 115). Dieser Geschwindigkeitsvektor ist aber nicht zwingend identisch mit dem Windvektor (z.B. Rinehart, 1981, Tuttle und Foote, 1999), weil

- die Zugrichtung konvektiver Zellen von der Strömung im jeweiligen Höhenniveau abweichen kann,
- Sedimentation der Hydrometeore in Verbindung mit einer vertikalen Windscherung eine zusätzliche horizontale Verlagerungskomponente von Reflektivitätsstrukturen verursachen kann (Verlagerungsvektor entspricht am ehesten der Strömung im Niveau der bevorzugten Hydrometeorbildung),
- Abschwächung an der einen Flanke und Verstärkung an der anderen Flanke eines Niederschlagsgebiets auftreten kann und so ein scheinbarer Transport vorgespiegelt wird,
- die Sedimentation eine zusätzliche vertikale Komponente der Verlagerung von Reflektivitätsstrukturen bildet.

Bei der Zeitversatzkorrektur ist genau die Verlagerung von Reflektivitätsstrukturen von Interesse, so daß für diesen Zweck die das Windfeld selbst erst einmal nicht unmittelbar verwendbar erscheint. Das hier verwendete Verfahren beschränkt sich auf die Ableitung und Anwendung des rein horizontalen Verlagerungsgeschwindigkeitsfeldes (siehe auch die Kommentare in Abschnitt 6.4 auf Seite 113).

### 7.5.1. Allgemeines

Ein Verlagerungsgeschwindigkeitsvektorfeld kann z.B. mit einer sogenannten Kreuzkorrelationsmethode bestimmt werden, indem man jeweils die Reflektivitätswerte eines räumlichen Ausschnittes eines Radardatensatzes zum Zeitpunkt  $t_0$  mit leicht verschobenen, gleich großen Ausschnitten des nachfolgenden Radardatensatzes bei  $t_0 + \Delta t$  korreliert. Derjenige Ausschnitt (meist boxförmig), bei dem die Korrelation maximal wird, definiert den wahrscheinlichsten Ort, an dem sich die lokalen Strukturen

des ursprünglichen Ausschnitts zum Zeitpunkt  $t_0 + \Delta t$  wiederfinden lassen. Der Differenzvektor der Gebietsmitten definiert dann den Verlagerungsvektor, und Division seines Betrags durch  $\Delta t$  ergibt die Geschwindigkeit. Ordnet man die zur Korrelationsanalyse verwendeten Ausschnitte räumlich regelmäßig an, so kann man ein ganzes Vektorfeld ableiten. Ein Vektor ist dann repräsentativ für den jeweiligen Ausschnitt. Diese Methode wurde z.B. von Rinehart und Garvey (1978) vorgeschlagen, um interne (dreidimensionale) Verlagerungsvektoren in konvektiven Systemen aus den Messungen eines einzigen Radars ableiten zu können (TREC — **T**racking **R**adar **E**choes by **C**orrelation). Ähnliche Methoden sind auch aus der Theorie der Mustererkennung bekannt, wenn es um die Analyse von (zweidimensionalen) Bewegungen in einer Bildfolge geht (Jähne, 1989, Seite 241 ff). Das Verfahren wird in einer zweidimensionalen Form mit geeigneten Nachprozessierungsschritten auch zur Kurzfristvorhersage der Verlagerung und Entwicklung von Niederschlagsgebieten eingesetzt (COTREC — **C**ontinuity on **T**REC-Vectors, Li et al., 1995, Mecklenburg, 2000).

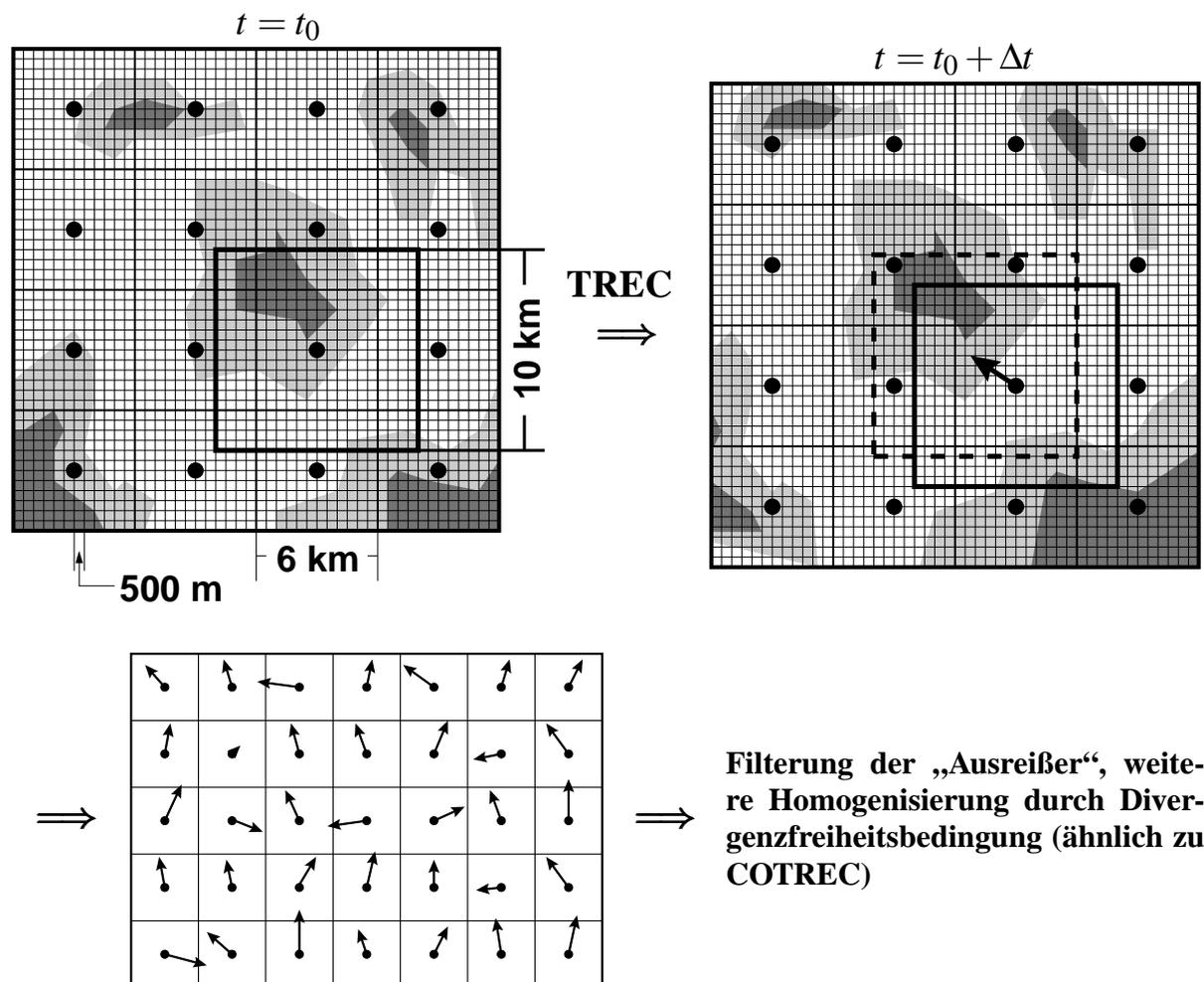
Grundsätzlich kann für ein solches Kreuzkorrelationsverfahren jede radargemessene Feldgröße oder jede daraus abgeleitete Größe verwendet werden, so z.B. auch das gemessene Dopplergeschwindigkeitsfeld, das in niederschlagsfreien Zeiten bei gut ausgebildeter Turbulenz eine gute Schätzung des Windfeldes in der Grenzschicht auf der horizontalen Skala von wenigen  $\text{km}^2$  liefern kann (Smythe und Zrnić, 1983, Tuttle und Foote, 1999).

Das Verfahren verursacht Probleme, wenn sich z.B. die Strukturen in einer Raumrichtung nicht ändern (z.B. Jähne, 1989, Seite 243), weil dann nur die zu dieser Richtung senkrechte Bewegungskomponente fehlerfrei bestimmt werden kann (bei Reflektivitätsdaten stelle man sich eine bandartige Niederschlagsstruktur vor). Zeitlich und räumlich stationäre Strukturen führen zu Null-Vektoren (z.B. die durch einen Cluttereliminationsalgorithmus immer an derselben Stelle eliminierten Reflektivitätswerte, Bodenechos, Strukturen durch zu starke Abschattung, Artefakte aus der Radardateninterpolation auf eine Höhenfläche). Reines Rauschen erzeugt zufällige Vektoren.

### 7.5.2. Ableitung des Verlagerungsgeschwindigkeitsfeldes mit Hilfe der Lema-Reflektivitäten

In dieser Arbeit werden Reflektivitätsdaten (in dBZ) des Radars Lema benutzt, um durch zweidimensionale Kreuzkorrelationsanalyse auf horizontalen Flächen ein Feld von horizontalen Verlagerungsvektoren abzuleiten, das dann für die Zeitversatzkorrektur bei der Dual-Radar-Methode (siehe Abschnitt 6.4) verwendet werden kann. Eine dreidimensionale Behandlung wäre hier vermutlich besser, erscheint aber für den hier verfolgten Zweck zu fehleranfällig und aufwendig. Das im Folgenden beschriebene Vorgehen orientiert sich weitestgehend an dem bei Li et al. (1995) beschriebenen COTREC-Algorithmus, wobei nur einige wenige auf die Verhältnisse des Lema-Radars zugeschnittene Anpassungen vorgenommen worden sind. Bei COTREC werden die aus den schon genannten Fehlerquellen bei TREC zahlreich auftretenden „Ausreißervektoren“ nachträglich in einem variationellen Verfahren geglättet, was ebenfalls ein aus der Theorie der digitalen Bildverarbeitung bekanntes Verfahren darstellt (Jähne, 1989, Seite 248 ff). Zur Glättung wird die Nebenbedingung der Divergenzfreiheit des horizontalen Verlagerungsvektorfeldes benutzt, welche noch zu diskutieren sein wird.

Nun ist es an der Zeit, die konkrete Umsetzung des Verfahrens für diese Arbeit zu beschreiben. Die Abbildung 7.9 dient dabei als Leitfaden. Als erstes werden die Lema-Reflektivitäten der beiden Scans zu den Zeitpunkten  $t_0$  und  $t_0 + \Delta t$  mit dem in Anhang E.2.2 beschriebenen Verfahren (Einflußgebietsmittelung mit zylindrischem Einflußgebiet, Cressman-Gewichtsfunktion) in der Höhe  $z_0$  auf ein zweidimensionales kartesisches Gitter mit  $\Delta x = \Delta y = 500$  m interpoliert, wobei  $r_h = 1500$  m und  $r_v = 800$  m beträgt. Um den Einfluß der Strahlabschattung durch den schon bekannten Mast in Radarnähe zu minimieren (stationäre Struktur), werden vorher die Reflektivitätswerte aus dem entsprechenden Azimutsektor korrigiert (siehe den nachfolgenden Abschnitt 7.6.3). Die Einflußgebietsmittelung sorgt für eine



**Abb. 7.9.:** Schematische Darstellung des Vorgehens bei der Bestimmung von horizontalen Verlagerungsgeschwindigkeitsfeldern aus zwei zeitlich aufeinanderfolgenden zweidimensionalen kartesisch interpolierten Lema-Reflektivitätsdatensätzen. Eine detaillierte Beschreibung findet sich im Text.

Glättung der Strukturen auf einer Größenskala, die für die spätere Korrelationsanalyse günstig ist und eliminiert durch Nichtbeachtung von Ausfallwerten gleichzeitig alle Clutterlöcher, die nach Anwendung der auf dem Produkt COUNTP basierenden Fülltechnik (siehe Abschnitt 7.1.1 auf Seite 121) noch übrig bleiben. Alle jetzt noch übrigbleibenden Ausfallwerte und alle Nicht-Niederschlagswerte (interpolierte Reflektivität  $< 10 \text{ dBZ}$ ) werden auf einen Wert von  $0 \text{ dBZ}$  gesetzt. Die feinen Gitterlinien in Abbildung 7.9 repräsentieren das  $500\text{-m}$ -Gitter.

Anschließend wird das Gitter in jeweils  $10 \times 10 \text{ km}^2$  große Boxen aufgeteilt (dick umrandetes Quadrat in Abbildung 7.9 oben links), deren Mittelpunkte äquidistant im Abstand von  $6 \text{ km}$  zu liegen kommen (dicke Punkte in Abbildung 7.9 oben), so daß sich die Boxen überlappen. Zur Ableitung eines Verschiebungsvektors ermittelt man nun diejenige räumliche Verschiebung der Box, bei der die Korrelation der Reflektivitätswerte (in  $\text{dBZ}$ ) mit dem Feld zum nachfolgenden Zeitpunkt maximal ist (gestricheltes Quadrat in Abbildung 7.9 oben rechts). Dieser Verschiebungsvektor muß noch durch die Zeitdifferenz  $\Delta t$  der Scans geteilt werden, um den Verlagerungsgeschwindigkeitsvektor zu erhalten, der für das Gebiet der Gitterbox als repräsentativ angesehen werden kann. Dabei erfolgt die Verschiebung diskret auf

dem 500-m-Gitter, wodurch die ermittelten  $x$ - und  $y$ -Komponenten des Geschwindigkeitsvektors ( $u$  und  $v$ ) ebenfalls diskret sind mit einer Auflösung von  $\Delta x/\Delta t$ . Im Falle der Lema-Daten beträgt  $\Delta t$  300 s, so daß  $\Delta x/\Delta t = 1.66 \text{ m s}^{-1}$  gilt. Das verwendete Gitter deckt das gesamte, für die Dual-Radar-Methode ausgewählte Auswerteggebiet ab und beinhaltet  $17 \times 17$  Gitterpunkte der Verschiebungsvektoren im schon erwähnten Abstand von je 6 km (Gebiet insgesamt:  $96 \times 96 \text{ km}^2$ , Ursprung ist der Standort des S-Pol,  $x$ -Werte von -70 km bis 26 km,  $y$ -Werte von -50 km bis 46 km).

Um die Rechenzeit zu verringern, wird das Suchgebiet für den Ort der maximalen Korrelation auf einen Kreis um den Mittelpunkt der Box eingeschränkt, der sich aus der maximal zu erwartenden Verlagerungsgeschwindigkeit errechnet (als Abschätzung hierfür wird die doppelte gemessene Windgeschwindigkeit des Profilers Lonate verwendet). Um nur die Verlagerungsgeschwindigkeit von Niederschlagsgebieten zu ermitteln und den Einfluß von Rauschen gering zu halten, wird ein ermittelter Vektor nur dann akzeptiert, wenn

- mindestens 25 % der Reflektivitätswerte sowohl in der Box zum Zeitpunkt  $t_0$  als auch in der mit maximaler Korrelation verschobenen Box zum Zeitpunkt  $t_0 + \Delta t$  größer als 10 dBZ sind, und
- wenn der maximale Korrelationskoeffizient mindestens 0.5 beträgt,

und ansonsten wird ein Ausfallwert gesetzt. Auf diese Weise können auch Ränder von Niederschlagsgebieten zeitlich verfolgt werden (die Grenze der 0-dBZ-Werte gegenüber  $> 10 \text{ dBZ}$ ), was allerdings bei Niederschlagsverstärkung oder Abschwächung zu einem Fehler führen kann.

Im Ergebnis erhält man Verlagerungsgeschwindigkeitsvektoren auf einem regelmäßigen kartesischen Gitter mit einer Maschenweite von  $6 \times 6 \text{ km}^2$ . Einzelne Ausreißer durch Fehlzuordnungen und den Effekten durch Niederschlagsentwicklung oder -verminderung während  $\Delta t$  können allerdings nie ganz ausgeschlossen werden, und zudem können in niederschlagsfreien Regionen keine Vektoren ermittelt werden. Eine sorgfältige Nachprozessierung ist hier notwendig (Rinehart, 1981, Li et al., 1995).

Typische Verhältnisse sind in Abbildung 7.9 unten links dargestellt. Offensichtliche Fehler sind deutlich zu erkennen. Durch die folgenden Maßnahmen ist eine gewisse Verbesserung erreichbar (in dieser Reihenfolge):

- Alle Vektoren mit einem Geschwindigkeitsbetrag kleiner als ein Zehntel der Profiler-Windgeschwindigkeit Lonate werden zusätzlich auf Ausfall gesetzt. Diese entstehen meist durch stationäre Strukturen wie Bodenechos.
- Alle Ausfall-Vektoren werden durch den Mittelwert aller anderen gültigen Vektoren ersetzt (Mittelung von Betrag und Richtung, nicht von  $u$  und  $v$ ). Damit haben zunächst alle Vektoren einen gültigen Wert, es muß aber beachtet werden, daß die Ausfallwerte durch einen Mittelwert ersetzt wurden und somit lokal nicht repräsentativ sind.
- Räumlicher Filter: Alle Vektoren, deren Betrag um mehr als 50 % oder deren Richtung um mehr als  $25^\circ$  vom Mittelwert der 8 Nachbarn abweicht, werden durch diesen Mittelwert ersetzt. Bei diesem Mittelwert bleiben die zwei Vektoren mit der größten Richtungsabweichung unberücksichtigt. Dieser Filter wird zweimal nacheinander angewendet.

Im Ergebnis erhält man ein Feld  $\mathbf{v}_0$  von geglätteten Vektoren ohne Ausfallwerte, das aber immer noch lokale Diskontinuitäten enthält (Ausfallwerte wurden durch Mittelwert ersetzt, Ausreißer u.U. nicht vollständig korrigiert, Diskretisierung der Geschwindigkeiten bei TREC).

Unter der Annahme, daß die Abweichungen zum „wahren“ unbekanntem Verlagerungsfeld statistisch verteilt sind (im Mittel biasfrei), ist es sinnvoll, eine weitere Glättung vorzunehmen. Dies geschieht nach der Methode des COTREC-Algorithmus, die wiederum bei Li (1994) und Li et al. (1995) detailliert beschrieben und diskutiert wird. Im Wesentlichen fordert man dabei, daß das endgültige, zu

ermittelnde Vektorfeld  $\mathbf{v}$  im quadratischen Sinne am Besten zu  $\mathbf{v}_0$  passt und gleichzeitig die horizontale Divergenz von  $\mathbf{v}$  verschwindet ( $\partial u/\partial x + \partial v/\partial y = 0$ ). Dies erreicht man durch Minimierung des folgenden Funktionals  $J$ , wobei die Divergenzfreiheit als starke Nebenbedingung mittels der Methode von Lagrange integriert ist (Funktionalminimierung unter einer Nebenbedingung, siehe z.B. Bronstein und Semendjajew, 1991):

$$\begin{aligned} J &= \iint \left[ (u - u_0)^2 + (v - v_0)^2 + \lambda \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] dx dy \\ &= \iint f \left( x, y, u(x, y), v(x, y), \lambda(x, y), \frac{\partial u}{\partial x}(x, y), \frac{\partial v}{\partial y}(x, y) \right) dx dy \quad . \end{aligned} \quad (7.23)$$

$u$ ,  $v$  sind die Komponenten des Vektors  $\mathbf{v}$  und  $u_0$ ,  $v_0$  diejenigen von  $\mathbf{v}_0$ ,  $\lambda$  bezeichnet den Lagrange-Multiplikator und das Flächenintegral erstreckt sich über den Auswertebereich von  $\mathbf{v}$  bzw.  $\mathbf{v}_0$ . Die Nebenbedingung taucht in der Form  $g(u, v) = 0$ , multipliziert mit dem Lagrange-Multiplikator  $\lambda$ , als Zusatzterm  $\lambda g$  im Funktional  $J$  auf. Die Euler-Lagrange-Gleichungen dieses Funktionals liefern allgemein ein Extremum für  $J$  und bilden ein gekoppeltes System von partiellen Differentialgleichungen, deren Lösung das gesuchte Vektorfeld  $\mathbf{v}$  beinhaltet. Man kann zeigen, daß diese Extremallösung das globale Minimum des Funktionals  $J$  darstellt. Die Euler-Lagrange-Gleichungen lauten (Bronstein und Semendjajew, 1991)

$$\frac{\partial f}{\partial u} - \frac{d}{dx} \frac{\partial f}{\partial u_x} - \frac{d}{dy} \frac{\partial f}{\partial u_y} = 0 \quad \iff \quad u = u_0 + \frac{1}{2} \frac{\partial \lambda}{\partial x} \quad (7.24)$$

$$\frac{\partial f}{\partial v} - \frac{d}{dx} \frac{\partial f}{\partial v_x} - \frac{d}{dy} \frac{\partial f}{\partial v_y} = 0 \quad \iff \quad v = v_0 + \frac{1}{2} \frac{\partial \lambda}{\partial y} \quad (7.25)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \lambda} - \frac{d}{dx} \frac{\partial f}{\partial \lambda_x} - \frac{d}{dy} \frac{\partial f}{\partial \lambda_y} = 0 \quad \iff \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad . \quad (7.26)$$

Man erkennt, daß durch die Ableitungsprozedur in Gleichung (7.26) die im Funktional angegebene Nebenbedingung (hier die Divergenzfreiheit) gerade wieder als Gleichung des Systems auftritt und somit exakt erfüllt wird. Differenzieren der Gleichungen (7.24) und (7.25) und Einsetzen in Gleichung (7.26) liefert eine elliptische partielle Differentialgleichung für  $\lambda$ ,

$$\frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \lambda}{\partial y^2} = -2 \left( \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} \right) \quad , \quad (7.27)$$

in der  $u_0$  und  $v_0$  das durch die Kreuzkorrelationsanalyse bestimmte und gefilterte Vektorfeld repräsentieren. Verwendet man dabei die Randbedingung

$$\lambda(x_r, y_r) = 0 \quad (7.28)$$

an den Randstellen  $x_r$ ,  $y_r$ , so entspricht dies nach Sherman (1978) einem offenen Rand.

Da  $u_0$  und  $v_0$  in diskreter Form vorliegen, muß auch Gleichung (7.27) diskret an jedem Gitterpunkt gelöst werden. Dies geschieht standardmäßig dadurch, daß man die Gleichung für jeden Gitterpunkt unter Verwendung einer Differenzenformulierung der Ableitungsoperatoren formuliert (z.B. zentrierte Differenzen) und das entstehende (große) lineare Gleichungssystem für die einzelnen Gitterwerte von  $\lambda$  löst. Letztere wiederum können in eine diskretisierte Form der Gleichungen (7.24) und (7.25) eingesetzt werden, um die Gitterwerte der  $u$ - und  $v$ -Komponenten des gesuchten Vektorfeldes  $\mathbf{v}$  zu erhalten. Man kann sich hierbei auf die inneren Gitterpunkte des Gebietes beschränken, so daß eine gesonderte Behandlung der Ableitungen am Rand mit asymmetrischen Differenzenoperatoren vermieden werden

kann. Von den  $17 \times 17$  Gitterpunkten der Verschiebungsvektoren befinden sich  $15 \times 15 = 225$  Punkte nicht auf dem Rand, so daß das zu lösende lineare Gleichungssystem aus 225 Gleichungen für 225  $\lambda$ -Werte besteht. Die Koeffizientenmatrix ist aber dünn besetzt und hat Bandstruktur (nur Werte in der Nähe der Hauptdiagonalen sind verschieden von 0). Hier bieten sich iterative Verfahren zur Lösung an, wie zum Beispiel ein Konjugierte-Gradienten-Verfahren, wie es in Press et al. (2001) auf Seite 77 ff beschreiben wird.

Um ein dreidimensionales Feld von Verlagerungsgeschwindigkeitsvektoren zu erhalten, kann man die Analyse auf mehreren übereinanderliegenden Ebenen durchführen. Da das Verfahren sehr rechenzeit-aufwendig ist und gleichzeitig für diese Arbeit hauptsächlich die Höhenschicht von etwa 2000 m NN bis 5000 m NN interessant ist, beschränkt sich hierbei die Berechnung auf die drei Höhenstufen 2500 m NN, 3500 m NN und 4500 m NN. Die auf diesen Rechenflächen bestimmten Vektoren werden anschließend gegebenenfalls sinnvoll auf ein anderes Koordinatensystem interpoliert, falls dies für die Anwendung erforderlich ist (z.B. Polarkoordinatensystem des S-Pol-Radars bei der Dual-Radar-Methode).

### 7.5.3. Ableitung der individuellen Reflektivitätsänderung für eine verbesserte Zeitversatzkorrektur

Auf dem Transportweg sind die individuellen Reflektivitätswerte in den einzelnen Niederschlagsvolumina in ständiger Änderung begriffen. Niederschlagsgebiete intensivieren sich oder schwächen sich ab und Hydrometeore sedimentieren aus. Um auch diesen Effekt bei der advektiven Zeitversatzkorrektur berücksichtigen zu können, benötigt man Informationen über den individuellen Reflektivitätstrend  $dZ_e/dt$ . Bei der Dual-Radar-Methode wird dafür ein aus der Korrelationsanalyse gewonnener lokaler Schätzwert verwendet. Ist für eine einzelne Korrelationsbox der Verschiebungsvektor mit der maximalen Korrelation der Reflektivitätswerte bestimmt, definiert der Unterschied der mittleren Reflektivitätswerte in der ursprünglichen Box zum Zeitpunkt  $t_0$  und der verschobenen Box bei  $t_0 + \Delta t$  geteilt durch die Zeitdifferenz  $\Delta t$  den Reflektivitätstrend.

Dieser kann bei der Zeitversatzkorrektur berücksichtigt werden, indem nicht nur die Radarmeßvolumina zeitlich verschoben werden, sondern auch die dazugehörige Reflektivität gemäß dem lokalen Trend linear extrapoliert wird. Da die Größe  $Z_e^{2/3}$ , nach einer Standard- $Z_e$ - $R$ -Beziehung bei Regen ( $Z_e = 300R^{1.5}$ ) am ehesten den zugrunde liegenden physikalischen Prozess (Niederschlagsrate  $R$ ) beschreibt, erfolgt die Extrapolation linear in  $Z_e^{2/3}$ .

Der verwendete Trend stellt einen Mittelwert über die jeweilige Korrelationsbox von  $6 \times 6 \text{ km}^2$  dar und nimmt wegen der auf dieser Skala schon wirksamen räumlichen Mittelung für gewöhnlich nur kleine Werte an. Eine feinere Auflösung erscheint aber im Hinblick auf die Fehleranfälligkeit durch eventuell falsch bestimmte Verlagerungsvektoren aber nicht sinnvoll. Man stelle sich eine intensive konvektive Zelle vor, an deren Rand ein Verlagerungsvektor falsch bestimmt worden ist. Hat dieser Vektor eine zu große Randauswärtskomponente, ergibt sich ein zu kleiner Trend und umgekehrt. Dieser Effekt würde bei einer Verfeinerung der Auflösung immer stärker zum Tragen kommen.

Die Trendbereinigung wurde nur beim Zeitkorrekturverfahren 4 (siehe Seite 115) modular zuschaltbar implementiert. Die Auswirkungen waren aber bis auf wenige Ausnahmen gering (eine nähere Analyse folgt in Abschnitt 7.6).

### 7.5.4. Bewertung der abgeleiteten Verlagerungsgeschwindigkeitsfelder

Am Schluß der Betrachtungen über die Ableitung von Verlagerungsgeschwindigkeitsfeldern mit Hilfe der Lema-Reflektivitätsdaten soll deren Qualität untersucht werden. Als Vergleichsmaßstab dienen die unabhängig gemessenen Radialgeschwindigkeiten des Radars S-Pol. Diese müssen zwar aus den

am Anfang von Abschnitt 7.5 genannten Gründen nicht zwingend mit der Radialkomponente der Verlagerungsvektoren übereinstimmen, aber man kann sie zumindest als Anhaltspunkt betrachten, wenn man annimmt, daß die realen Abweichungen der beiden Größen rein statistisch verteilt sind. Ob sich der Aufwand einer Korrelationsanalyse überhaupt lohnt, kann darüber hinaus durch den Vergleich mit einer wesentlich einfacheren Technik entschieden werden, die sich ebenfalls mit den unabhängigen S-Pol-Radialgeschwindigkeiten messen muß. Wenn der Vergleich hier wesentlich schlechter ausfällt als mit den Verlagerungsgeschwindigkeitsvektoren, so ist der erhöhte Aufwand einer Korrelationsanalyse gerechtfertigt. Ansonsten könnte man auch das einfachere Verfahren verwenden.

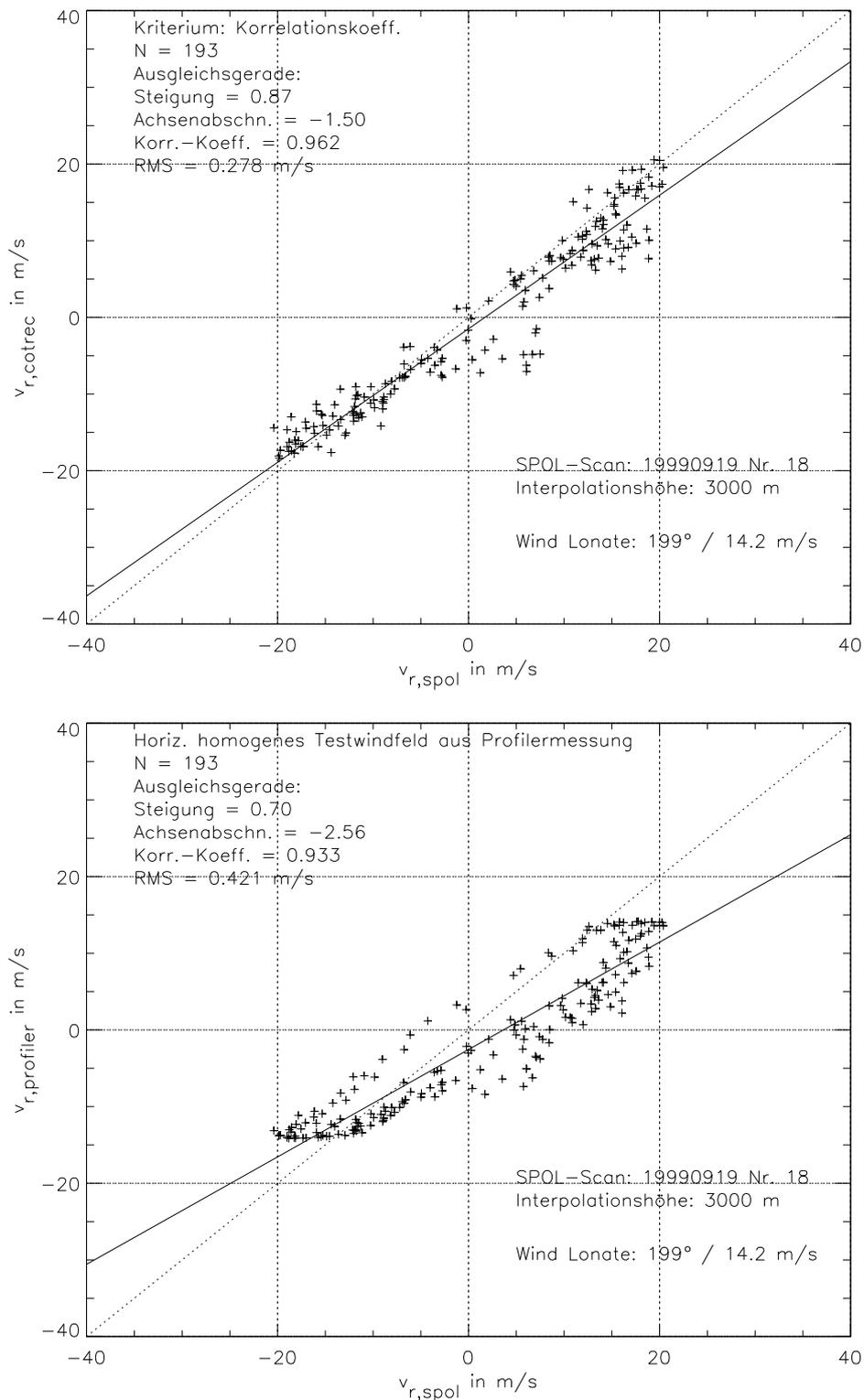
Da als Vergleichsgrößen die gemessenen Radialgeschwindigkeiten des Radars S-Pol benötigt werden, kommen nur solche aus den Lema-Reflektivitätsdaten abgeleitete Verschiebungsvektorfelder in Betracht, für die ein gleichzeitig gemessener S-Pol-Scan existiert. Die Datenbasis für den nachfolgenden Vergleich bilden alle 180 S-Pol-Volumendatensätze, die aus dem Zeitraum vom 19.9. bis 6.11.1999 vorliegen. Da auch bei der Dual-Radar-Analyse (bis auf 25 Scans vom 17.9.1999) nur diese Zeiträume benutzt werden, erhält man gleichzeitig einen Überblick über die Qualität zur Advektionskorrektur verwendeten Verlagerungsgeschwindigkeitsfelder. Dabei kommen die mit dem in Abschnitt 7.5.2 beschriebenen Verfahren in einer Höhe von 3000 m NN für jeden der 180 Volumenscans abgeleiteten Vektorfelder zur Anwendung, wobei für den Vergleich nur die Radialkomponenten  $v_{r,cotrec}$  bezüglich des S-Pol-Standortes herangezogen werden. Als wesentlich einfacheres Verfahren, gegen den sich COTREC messen lassen muß, dient die Radialkomponente  $v_{r,profiler}$  eines horizontal homogenen Windfeldes (gleiches Gitter und gleiche Höhe wie die Verlagerungsvektoren), dessen Windvektor der benachbarten Profilmessung in Lonate entstammt.

Als Vergleichsgrößen dienen der Korrelationskoeffizient und der wie folgt definierte *RMS*, jeweils gebildet für die Datenpaare  $v_{r,cotrec} / v_{r,spol}$  und  $v_{r,profiler} / v_{r,spol}$ ,

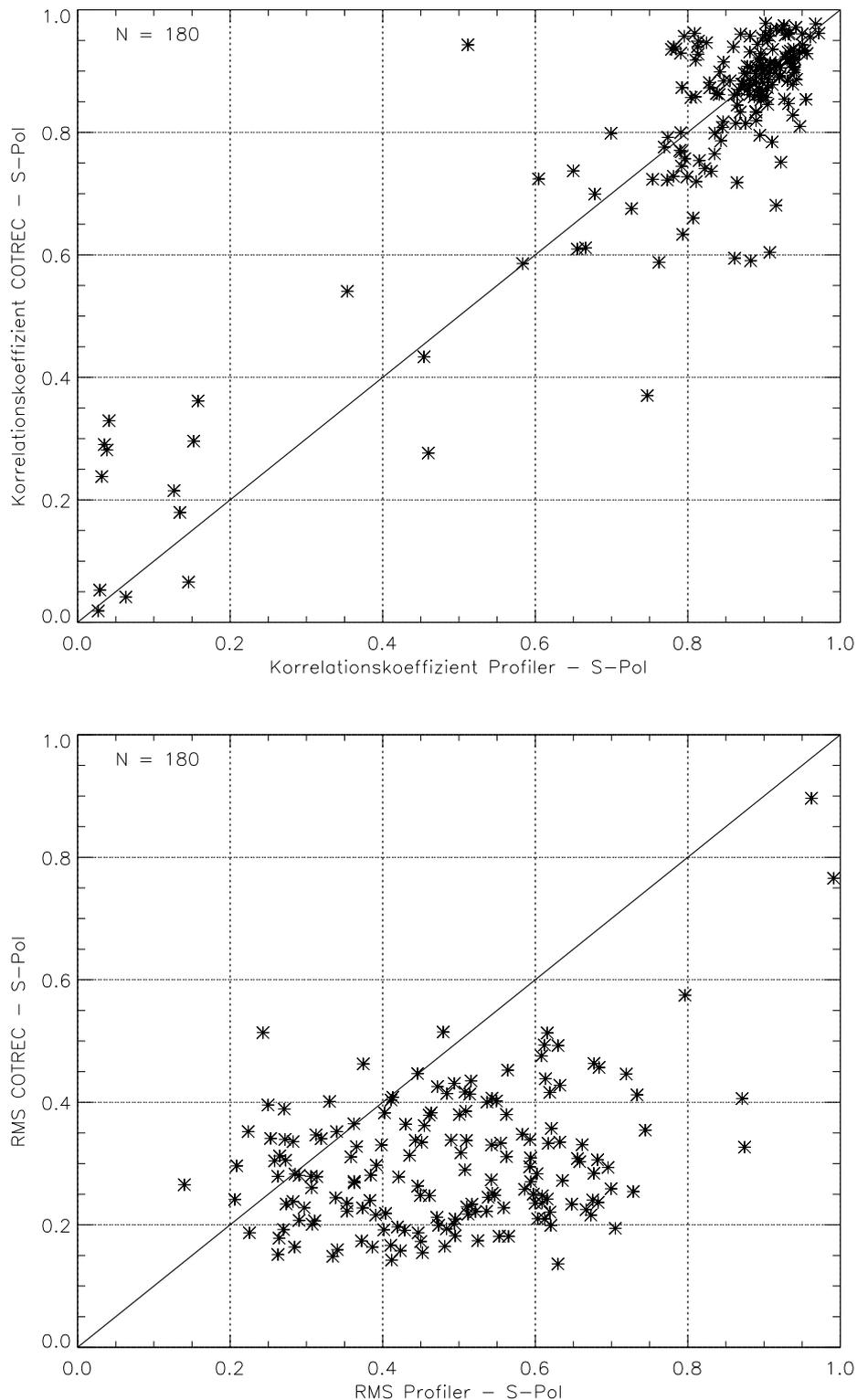
$$RMS = \frac{1}{v_{profiler}} \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (v_{r,x} - v_{r,spol})^2} \quad , \quad (7.29)$$

wobei der Index  $x$  für „cotrec“ oder „profiler“ steht.  $v_{r,spol}$  bezeichnet die auf das kartesische COTREC-Gitter in 3000 m NN interpolierten gemessenen Radialgeschwindigkeiten des S-Pol. Interpoliert wird mit der in Abschnitt E.2.2 beschriebenen Cressman-Einflußgebietsmittelung, wobei  $r_{horiz} = 3000$  m und  $r_{vert} = 800$  m gewählt wird, um die räumliche Repräsentativität der COTREC-Verlagerungsgeschwindigkeitsvektoren auf dem 6-km-Gitter nachzubilden. Die Normierung in Gleichung (7.29) ist mit dem Betrag der Profilerwindgeschwindigkeit  $v_{r,profiler}$  so gewählt, daß zu erwartende große relative Abweichungen bei niedrigen Radialkomponenten ein nicht zu großes Gewicht erhalten, trotzdem aber die Vergleichbarkeit bei verschiedenen absoluten Windgeschwindigkeiten gegeben ist. Das Problem besteht hier in der Tatsache, daß sich eine falsch bestimmte Verlagerungsrichtung bei hoher Windgeschwindigkeit besonders in Zonen mit niedriger Radialkomponente (relativ zur Windrichtung seitlich des Radars) in einem großen relativen Fehler von  $v_{r,cotrec}$  äußert. Normiert man wie bei Gleichung (7.11) mit der jeweiligen Radialkomponente, so wird der *RMS* überwiegend durch solche Richtungsfehler bestimmt.

Ein Vergleich von  $v_{r,cotrec}$  und  $v_{r,spol}$  am 19.9. um 20:05 UTC zeigt eine gute Übereinstimmung (Abbildung 7.10 oben), wobei aus Gründen der Vergleichbarkeit nur die 190 Gitterpunkte herangezogen werden, bei denen bei der ursprünglichen Kreuzkorrelationsanalyse erfolgreich ein Verschiebungsvektor bestimmt werden konnte. Die Vergleichswerte liegen statistisch verteilt um die 1. Winkelhalbierende (gestrichelt), die berechnete Ausgleichsgerade (durchgezogen) ist dazu fast identisch, der Korrelationskoeffizient beträgt 0.97 und der *RMS* ist mit 0.286 im akzeptablen Bereich angesiedelt (man bedenke auch, daß das Verlagerungsgeschwindigkeitsfeld nicht mit dem Windfeld identisch sein muß).



**Abb. 7.10.:** **Oben:** Vergleich der vom S-Pol gemessenen Radialgeschwindigkeiten  $v_{r,spol}$  in  $\text{m s}^{-1}$  mit der an selben Orten ermittelten Verlagerungsgeschwindigkeiten  $v_{r,cotrec}$  in  $\text{m s}^{-1}$  vom 19.9.1999 um 20:05 UTC, wobei Korrelationsanalyse und Vergleich in einer Meereshöhe von 3000 m stattfinden. Gestrichelt: 1. Winkelhalbierende, durchgezogen: Ausgleichsgerade an die Vergleichswerte. Weitere Erläuterungen finden sich im Text. **Unten:** Dasselbe, nur ist hier anstatt von  $v_{r,cotrec}$  die Radialkomponente eines horizontal homogenen Testwindfeldes in  $\text{m s}^{-1}$  (Windvektor: zeitgleiche Profilmessung Lonate in 3000 m NN) auf der Ordinate dargestellt.



**Abb. 7.11.: Oben:** Korrelationskoeffizient der Vergleiche COTREC – S-Pol nach dem Schema von Abbildung 7.10 oben in Abhängigkeit des Korrelationskoeffizienten des Vergleichs Testwindfeld – S-Pol (Schema Abbildung 7.10 unten) für die Meßzeiten der vorliegenden 180 Volumenscans des S-Pol vom 19.9., 20.9., 30.9., 21.10., 23.10 und 6.11.1999. **Unten:** Dieselbe Darstellung mit dem RMS nach Definition 7.29.

Betrachtet man nun das „triviale“ Profilerwindfeld, so sind dort die Verhältnisse etwas schlechter (Abbildung 7.10 unten). Man erkennt eine Hystereseschleife, die darauf hindeutet, daß sich die Strömungsrichtung bei der vorliegenden südlichen Anströmung entlang der Trajektorien vom Profiler Lonate zum Alpenrand orographisch bedingt ändert und somit das Profilerwindfeld eine schlechtere Schätzung darstellt. Es gibt jedoch Fälle, bei denen die Qualität von COTREC nicht deutlich besser ist als diejenige des Profilerwindfeldes.

Um zu einer endgültigen Beurteilung zu kommen muß man alle Fälle betrachten. Hier zeigt sich, daß ein mit der Kreuzkorrelationsanalyse bestimmtes Radialwindfeld im allgemeinen keinen besseren Korrelationskoeffizienten mit  $v_{r,spol}$  aufweist als das einfache Profiler-Radialwindfeld (Abbildung 7.11 oben). Dies liegt unter anderem daran, daß auch dann eine gute lineare Korrelation vorliegen kann, wenn sich die Vergleichswerte weit von der 1. Winkelhalbierenden entfernt befinden. Das kommt z.B. dann vor, wenn der S-Pol-Volumenscan nur als nordwestlicher  $120^\circ$ -Sektorscan vorliegt und nicht das gesamte Verlagerungsvektorengitter mit Vergleichswerten überdeckt ist. Bei einem systematischen Windrichtungsfehler, der eine Hystereseschleife wie im Vergleichsbild (7.10) unten erzeugen würde, wird dann nur ein (Teil-)Ast dieser Schleife erfaßt — näherungsweise eine Gerade, weit weg von der Winkelhalbierenden. Der *RMS* nach Gleichung (7.29) verhält sich hier robuster. Er ist nur dann klein, wenn sich die Vergleichswerte tatsächlich in der Nähe der Winkelhalbierenden befinden. Gemessen an diesem Parameter erzeugt das Kreuzkorrelationsverfahren systematisch bessere Verlagerungsgeschwindigkeitsfelder (*RMS* im Vergleich zu  $v_{r,spol}$  ist kleiner) als das horizontal homogene Profiler-Windfeld (Abbildung 7.11 unten). Demzufolge ist es sinnvoll, bei der Zeitversatzkorrektur die Bestimmung des Verlagerungsgeschwindigkeitsfeldes mit Hilfe der COTREC-ähnlichen Methode aus Abschnitt 7.5.2 vorzunehmen.

Interessant wäre hier ein Vergleich mit einem Dual-Doppler-Verfahren gewesen, zumal es sich bei Lema und S-Pol um dopplerfähige Radargeräte handelt. Die in Abschnitt 7.1.1 bereits angesprochenen Schwierigkeiten beim Entfalten der Lema-Radialgeschwindigkeiten haben dies jedoch verhindert.

Erwähnenswert ist noch, daß Versuche mit Mittelbildung von Verlagerungsvektoren über 3 bzw. 4 aufeinanderfolgende Lema-Scans (Mittelung der ermittelten 2 bzw. 3 Vektoren an einem Ort) keine substantielle Verbesserung brachten. Eine Variation von Boxgröße und Gittermaschenweite der Verlagerungsvektorpfeile ergab, daß die gewählten Werte von 10 km und 6 km beim Radar Lema eine untere Schranke darzustellen scheinen, bei der das Verfahren noch sinnvolle Ergebnisse liefert. Bei Verwendung kleinerer Skalen scheinen die relevanten Strukturen im Reflektivitätsfeld nicht mehr langlebig genug zu sein, um den zeitlichen Abstand von 5 min zweier Volumenscans zu überdauern.

Allgemein sind Kreuzkorrelationsmethoden über einen großen Bereich meteorologischer Skalen anwendbar (von der kleinsten räumlichen Skala bei etwa  $5 \times 5 \text{ km}^2$  bis hin zur synoptischen Skala), je nach Größe der interessierenden Phänomene. Es ist jedoch zu vermuten, daß zu jeder räumlichen Skala eine ganz bestimmte Zeitskala gehört, auf der Verlagerungsfelder sinnvoll abgeleitet werden können. Möchte man beispielsweise mesoskalige Niederschlagsgebiete verfolgen, so kann eine räumliche Glättung der Reflektivitätsfelder auf einer Skala von mehreren 10 km und eine zeitliche Mittelung von bis zu einer halben Stunde sinnvoll sein (Mecklenburg, 2000). In dieser Arbeit ist eine möglichst kleine Skala von Interesse, die knapp oberhalb der größten Radarauflösung (Pulsvolumen) innerhalb des Auswertebereichs angesiedelt ist. Die Cressman-Einflußgebietenmittelung mit genügend groß gewählten horizontalen und vertikalen Einflußradien stellt sicher, daß im gesamten Auswertebereich eine einheitliche adäquate Skalenfilterung vorliegt (etwas unterhalb der Boxausdehnung von 10 km, damit genügend „subskalige“ Struktur vorhanden ist). Auf eine zeitliche Mittelung wird verzichtet.

Die bei der Glättung der Vektorfelder benutzte Bedingung der zweidimensionalen Divergenzfreiheit gibt noch Anlaß zur Diskussion, denn eine Skalenanalyse der Kontinuitätsgleichung ergibt (z.B. Pichler, 1997, Seite 202), daß man bei hochreichenden troposphärischen Strömungsvorgängen erst bei weitaus größeren Skalen als die hier verwendeten 10 km von Horizontaldivergenzfreiheit ausgehen kann, näm-

lich erst dann, wenn die Vertikalgeschwindigkeit im Mittel verschwindet (synoptische Skala). Die physikalische Konsistenz verliert aber angesichts grober Fehlzuordnungen bei TREC ihre Bedeutung und die Divergenzfreiheitsbedingung dient nur als Filter zur effektiven Glättung der Vektorfelder.

## 7.6. Ergebnisse des Dual-Radar-Verfahrens

Nachdem alle wichtigen Fehlerquellen diskutiert und gegebenenfalls eine Korrektur vorgenommen worden ist, steht nun die Präsentation von Ergebnissen der Dual-Radar-Methode zur Bestimmung von Extinktionsparametern im Vordergrund.

Einleitend seien nochmals die dabei angewendeten 4 Verfahren zur Bestimmung des auf den Ort der Lema-Messung interpolierten logarithmischen S-Pol-Reflektivitätswertes  $\{\widehat{\zeta_a^{(spol)}}\}_{V1}$  zusammengefaßt, wie sie in allgemeiner Form in den Abschnitten 6.2 und 6.4 angegeben worden sind. Zum Teil waren bei der konkreten Anwendung auf den Datensatz S-Pol/ Lema die im Folgenden angegebenen Modifikationen notwendig.

- **Verfahren 1:** Einflußgebietsmittelung der S-Pol-Polardaten, Einflußgebiet wird definiert durch den 90-%-Bereich der effektiven Strahlgewichtsfunktion im jeweiligen Lema-Pulsvolumen. Jede S-Pol-Messung wird mit dem Wert der effektiven Strahlgewichtsfunktion am Ort ihrer Pulsvolumenmitte gewichtet. In der Nähe des Lema-Standortes ist das so definierte Einflußgebiet quer zur Ausbreitungsrichtung sehr klein und eventuell liegen in ihm keine S-Pol-Messungen vor. Unterschreitet der laterale Durchmesser einen Wert von 1000 m, so wird deshalb das Einflußgebiet auf 1000 m Durchmesser vergrößert ( $d_{min} = 1000$  m nach Gleichung (6.11) bzw. (6.12)).
- **Verfahren 2:** Vermeidung der Probleme des Verfahrens 1 bei ungleichmäßiger Datenverteilung im Einflußgebiet durch vorherige lineare Interpolation im  $Z^{2/3}$ -Raum auf ein regelmäßiges, fein aufgelöstes Hilfsgitter, das in Entfernungs-, Azimut- und Elevationskoordinaten des Lema formuliert ist („oversampling“).
- **Verfahren 3:** Verfahren 1 mit Zeitversatzkorrektur durch vor der Einflußgebietsmittelung durchgeführten horizontalen advektiven Verschiebung der Pulsvolumina von Radar S-Pol gemäß dem ermittelten Verlagerungsgeschwindigkeitsfeld.
- **Verfahren 4:** Zeitversatzkorrektur durch das in Anhang F beschriebene neuartige Advektionschema für die Polaren Reflektivitätsdaten des S-Pol mit anschließender Interpolation durch das Verfahren 2. Das Advektionsschema arbeitet auf dem polaren Radarkoordinatensystem und berücksichtigt den räumlich unterschiedlichen Advektionszeitschritt (lokaler Zeitversatz der Messungen). Es ist jedoch noch im experimentellen Stadium und bedarf der weiteren Untersuchung, vor allem was die räumliche Verschmierung von Reflektivitätsstrukturen (numerische Diffusion) anbelangt.

Die Verfahren 2 und 4 sind wesentlich rechenzeit- und speicherintensiver als die Verfahren 1 und 3. Sie bieten jedoch Vorteile bei der räumlich ungleichmäßigen Datenverteilung einer Radarvolumenmessung mittels elevationsmäßig aufeinanderfolgender PPI-Scans.

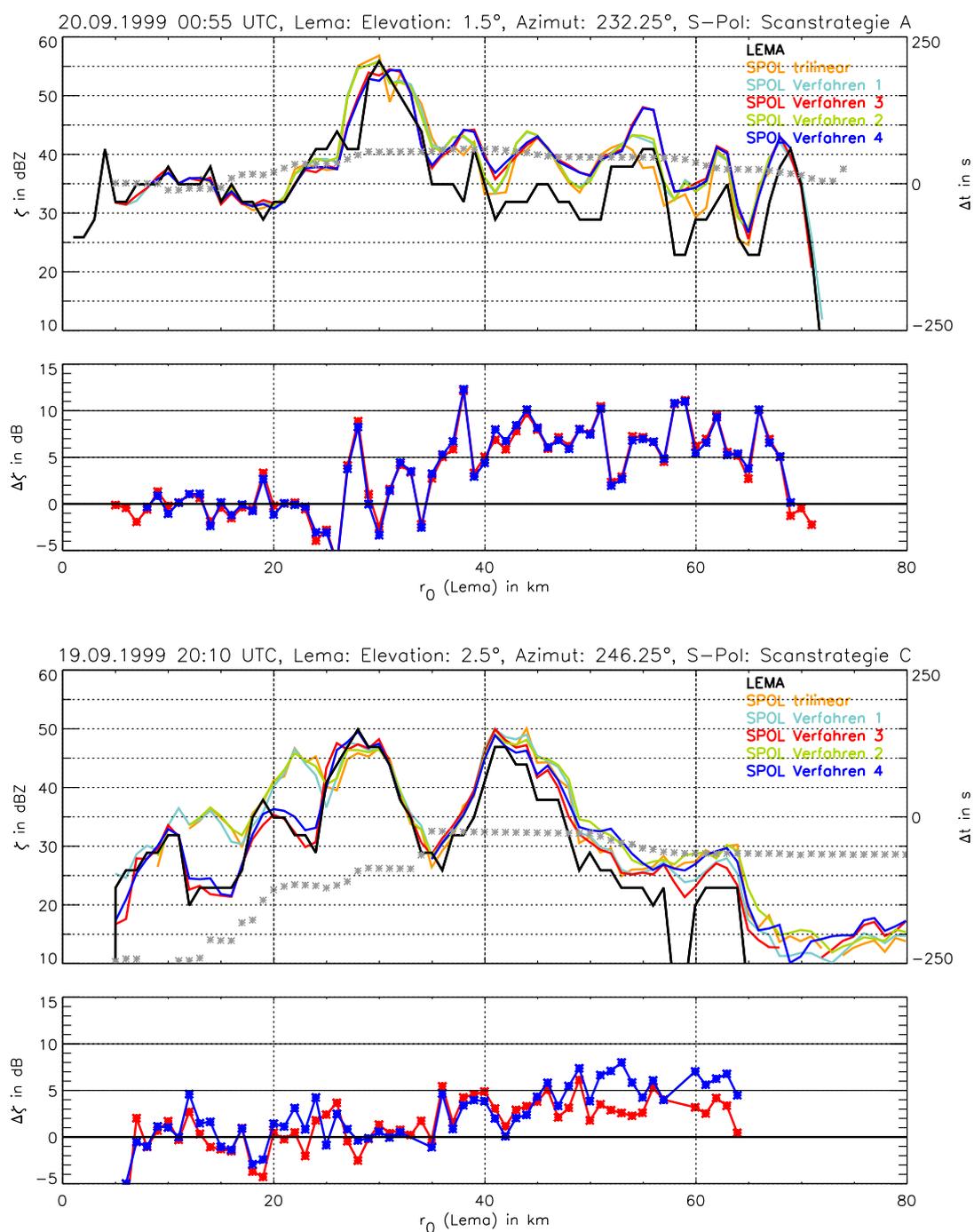
Die Volumendatenaufzeichnung des operationellen Radars Lema erfolgt kontinuierlich alle 5 Minuten, wohingegen die Volumenscans der Scanstrategien A bis D des Radars S-Pol mehr oder weniger abwechselnd und mit zeitlichen Lücken vorliegen. Das Dual-Radar-Verfahren zur Bestimmung von Extinktionsparametern für das Lema-Radar kann daher nur zu denjenigen Zeiten angewendet werden, während denen ein S-Pol-Volumendatensatz vorliegt. Außerdem beschränkt sich die Analyse auf das in Abschnitt 7.2 definierte Auswerteggebiet, um eine gute gegenseitige Überlappung der Messungen zu gewährleisten und um Fehlerquellen wie Strahlabschattung oder Bodenechos so gut als möglich auszuschließen.

Da die Bestimmung von möglichen Azimutfehlern nach Abschnitt 7.4.1 die ungefähre Kenntnis des mittleren relativen Kalibrierungsunterschiedes von S-Pol und Lema erfordert, werden die Verfahren 1 bis 4 zuerst ohne Korrektur der nominellen Azimutwerte eingesetzt. Aus den Reflektivitätsunterschieden von S-Pol und Lema bei allen Lema-Strahlen mit vermutlich vernachlässigbarer Niederschlags- und Radomdämpfung (maximale gemessene Reflektivität entlang des Strahls kleiner als 32 dBZ und zusätzlich Ausschluß von radomdämpfungsgefährdeten Zeiten, siehe Seite 139 in Abschnitt 7.4.1), ergibt sich dann durch logarithmische Mittelwertbildung (Unterschiede in dB werden gemittelt) ein Kalibrierungsunterschied von im Mittel 1.7 bis 2.0 dB. Dieser Wert ging in die Untersuchung der Azimutfehler in Abschnitt 7.4.1 ein.

Die Dual-Radar-Analyse der Extinktion wurde schließlich unter Korrektur der festgestellten Azimutfehler mit den Verfahren 1 bis 4 wiederholt, so daß für jeden Lema-Strahl aus dem Auswertebereich (siehe Abschnitt 7.2) entsprechende Vergleichswerte des Radars S-Pol zur Verfügung stehen. Abbildung 7.12 zeigt zwei Beispiele von  $\zeta_a^{(lema)}$  als Funktion der Schrägentfernung  $r_{0,lema}$ , zusammen mit den mittels der Verfahren  $i = 1, 2, 3, 4$  berechneten zugehörigen Werten von  $\{\zeta_a^{(spol)}\}_{Vi}$  und der Differenz  $\{\zeta_a^{(spol)}\}_{Vi} - \zeta_a^{(lema)}$ , deren Ableitung nach  $r_{0,lema}$  den Dämpfungskoeffizienten  $k_2^{(lema)}$  ergibt (Gleichung (7.1)). Beide Messungen entstammen einer Wetterlage, bei der eine potentiell instabil geschichtete Luftmasse mit südsüdwestlicher Anströmung gegen die Alpen geführt wurde und sich aufgrund der Labilisierung bei der Hebung immer wieder größere Niederschlagsgebiete mit eingelagerten Konvektionszellen gebildet haben. Beim oberen Beispiel beträgt die horizontale Windgeschwindigkeit ungefähr  $20 \text{ m s}^{-1}$  im mittleren Höhengniveau des Lema-Strahls, im unteren etwa  $17 \text{ m s}^{-1}$ . Der über die S-Pol-Werte innerhalb der einzelnen Lema-Pulsvolumina gemittelte Zeitversatz ( $t_{spol} - t_{lema}$ , graue Sternchen, rechte Ordinate) ist beim oberen Beispiel etwa 0 bis 60 s, während im unteren Beispiel Werte bis hinab zu  $-250 \text{ s}$  zu verzeichnen sind. Gerade dort sind die Fehler durch den Zeitversatz gravierend, wie an der schlechten strukturellen Übereinstimmung der Verfahren 1 und 2 mit der Lema-Messung zu erkennen ist. Die Verfahren mit Zeitversatzkorrektur (rot: Verfahren 3, blau: Verfahren 4) können zwar die örtliche Übereinstimmung der Reflektivitätsstrukturen zwischen Lema und S-Pol verbessern (z.B. bei  $r_{0,lema} < 30 \text{ km}$  im unteren Beispiel), dennoch erscheint es hoffnungslos, Dämpfungskoeffizienten durch Ableitung eines derart verrauschten Differenzverlaufes zu bestimmen, welcher physikalisch eigentlich eine monoton steigende Funktion von  $r_{0,lema}$  sein müßte (vergleiche mit der Abbildung 6.2 auf Seite 105). Die in Abschnitt 7.4 angeführten Fehlerquellen sind offensichtlich zu dominant, und besonders der lokale Zeitversatz kann nicht in der Weise korrigiert werden, wie es nötig wäre. Man erkennt auch, daß Verfahren 1 und 2 (nicht zeitversatzkorrigiert) bzw. 3 und 4 (zeitversatzkorrigiert) zu durchaus unterschiedlichen Ergebnissen führen können (z.B. bei  $r_{0,lema} > 50 \text{ km}$  im unteren Beispiel), so daß die Wahl des Interpolationsverfahrens eine Rolle spielt. Theoretisch müßte dem Verfahren 4 der Vorzug gegeben werden, weil dort den auftretenden Problemen am physikalisch plausibelsten begegnet wird. Allerdings kann man das anhand der gezeigten Beispiele nicht bestätigen. Zum Vergleich wurde auch das Ergebnis einer einfachen trilinearen Interpolation der S-Pol-Daten ohne Zeitversatzkorrektur dargestellt (orange), das rechentechnisch sehr effizient ist. Unterschiede zu den Verfahren 1 und 2 sollten vor allem bei größeren Pulsvolumina (größere Entfernung) auftreten, was im unteren Beispiel auch zu erkennen ist.

Deutlich ist aber das Auftreten von starker C-Band-Dämpfung im oberen Beispiel, wo eine eingelagerte konvektive Zelle ( $\zeta_a^{(lema)}$  bis 50 dBZ) in ihrem Radarschatten eine integrierte Streckendämpfung (PIA) von etwa 8 dB erzeugt. Auch im unteren Beispiel erkennt man im Radarschatten von zwei nicht ganz so intensiven Zellen eine Dämpfung von ca. 5 dB.

Einen gewissen Nutzen kann man dennoch aus den Daten ziehen, was andere Fehlerquellen der Radarmessung betrifft. Beispielsweise kann auf verfeinerte Weise ein verbesserter Wert für den mittleren



**Abb. 7.12.: Oberer Teil:** Im oberen Plot  $\zeta_a^{(lema)}$  in dBZ (schwarz, linke Ordinate) als Funktion der Schrägentfernung  $r_{0,lema}$  in km für den Lema-Strahl mit Azimut  $232.25^\circ$  und Elevation  $1.5^\circ$  am 20.9.1999 um 0:55 UTC. Farbige: dazu korrespondierende Werte von  $\{\zeta_a^{(spol)}\}_{Vi}$  in dBZ, bestimmt nach den Verfahren  $i = 1, 2, 3, 4$  (hellblau, rot, grün und dunkelblau) und durch einfache trilineare Interpolation ohne Zeitversatzkorrektur (orange). Zusätzlich mittlerer Zeitversatz  $\Delta t = t_{spol} - t_{lema}$  in s der S-Pol-Werte innerhalb der einzelnen Lema-Pulsvolumina zum Zeitpunkt der Lema-Messung (graue Sternchen, rechte Ordinate). **Unterer Teil:** Dasselbe für den Lema-Strahl mit Azimut  $248.25^\circ$  und Elevation  $2.5^\circ$  vom 19.9.1999 20:10 UTC.

relativen Kalibrierungsunterschied ermittelt werden, siehe dazu auch den folgenden Abschnitt 7.6.1. Nimmt man den in Abschnitt 7.4.2 ermittelten absoluten Kalibrierungsfehler des Radars S-Pol hinzu, erhält man als Summe eine Schätzung desselben auch für das Radar Lema. Die Kenntnis der absoluten Kalibrierungsfehler ist generell für die Niederschlagsmessung mit Radar interessant und wird auch bei der Zuordnung von ermittelten Extinktionsparametern zu Reflektivitätswerten wichtig (z.B.  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung).

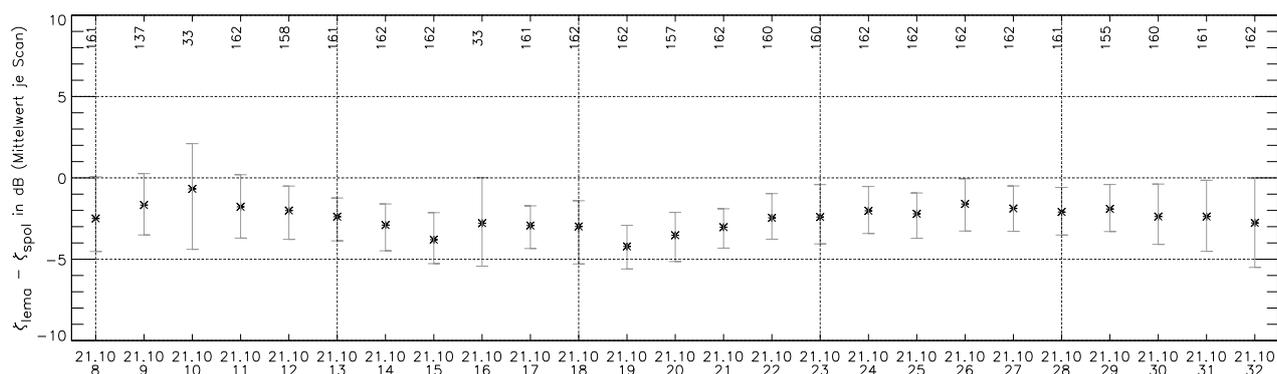
Die Ergebnisse bezüglich der abgeleiteten Extinktionskoeffizienten und der  $PIA$  sollen trotz der offensichtlichen Schwierigkeiten nicht vorenthalten werden. Vor deren Darstellung (in den Abschnitten 7.6.6 und 7.6.7) werden aber die schon angesprochenen weiteren Erkenntnisse bezüglich anderer Radarfehlerquellen diskutiert, die im Zusammenhang mit der quantitativen Niederschlagsmessung von Interesse sind. Teils haben sie auch Einfluß auf die Interpretation der abgeleiteten Extinktionsparameter (relativer Kalibrierungsunterschied und die absoluten Kalibrierungsfehler der Radargeräte, Radomdämpfung und Abschattung durch den radarnahen Masten beim Lema) oder dokumentieren die Verbesserung durch die Zeitversatzkorrektur (Varianz der Unterschiede von Schwachniederschlagsmeßwerten der Radargeräte Lema und S-Pol als Funktion des lokalen Zeitversatzes), oder sie sind meteorologisch interessant (subskalige Variabilität des Reflektivitätsfeldes innerhalb eines Lema-Pulsvolumens, gemessen anhand der räumlich besser aufgelösten S-Pol-Messungen).

### 7.6.1. Relativer Kalibrierungsunterschied Lema/ S-Pol

Der mittlere relative Kalibrierungsunterschied  $\Delta'_{kal} = \Delta_{kal}^{(lema)} - \Delta_{kal}^{(spol)}$  während der MAP-SOP ( $\Delta_{kal}^{(lema)}$  bzw.  $\Delta_{kal}^{(spol)}$  stellen die mittleren absoluten Kalibrierfehler beider Radargeräte dar, vergleiche auch Gleichung (3.31) auf Seite 32) kann durch Verwendung der unter Einschluß der in Abschnitt 7.4.1 ermittelten Azimutkorrekturen (Lema:  $+0.75^\circ$ , S-Pol:  $+0.5^\circ$ ) berechneten strahlweisen Vergleichssatze (Verfahren 1 bis 4) noch verfeinert werden. Im Folgenden beschränkt sich die Darstellung von Ergebnissen auf die Verfahren 2 und 4, weil hier die Art der räumlichen Interpolation für das nachfolgend beschriebene Vorgehen am geeignetsten erscheint.

Aus den Reflektivitätsunterschieden  $\Delta\zeta_j$  bei den Lema-nächsten Niederschlagsechos eines jeden Lema-Strahls im Auswertebereich (Index  $j$ ) kann für die Zeit jedes S-Pol-Scans ein mittlerer Reflektivitätsunterschied  $\overline{\Delta\zeta}$  abgeleitet werden (arithmetisches Mittel über die  $\Delta\zeta_j$ ).  $\Delta\zeta_j$  wiederum entsteht als arithmetisches Mittel der Differenzen  $\overline{\{\zeta_a^{(spol)}\}_{Vi}} - \zeta_a^{(lema)}$  über die ersten 5 km eines Strahls  $j$ , bei denen  $\zeta_a^{(lema)} \geq 13$  dBZ auftritt (Reflektivitätsklasse 1, siehe Tabelle G.2 in Anhang G.1) und die gleichzeitig einen S-Pol-Vergleichswert aufweisen (wegen Strahlabschattung beim S-Pol-Radar sind ungefähr die ersten 5 – 10 km nicht verwendbar). Niedrigere Reflektivitäten werden beim Radar Lema allesamt der Klasse 0 (Reflektivitäten kleiner 13 dBZ oder solche, die durch den Clutteralgorithmus unterdrückt worden sind) zugeordnet und sind somit nicht mit S-Pol vergleichbar. Hier werden also nicht nur „niederschlagsschwache“ Lema-Strahlen verwendet, sondern alle Strahlen mit Niederschlag, dafür aber nur die Strahlanfänge, um den Einfluß der Niederschlagsdämpfung zu verringern. Somit ist sichergestellt, daß auch zu Zeiten ausschließlich starken Niederschlags ein  $\overline{\Delta\zeta}$  angegeben werden kann.

Die festgestellten  $\Delta\zeta_j$  kommen im Mittel durch den Unterschied  $\Delta'_{kal}$  der absoluten Kalibrierung der beiden Radargeräte, durch eventuelle Radomdämpfung beim Lema und/ oder durch Niederschlagsdämpfung in unmittelbarer Lema-Nähe zustande. Es gilt  $\overline{\Delta\zeta} = \Delta'_{kal} + \Delta_{radom}^{(lema)} + PIA(0, \sim 5 \text{ km})$ . Aufgrund der vielen statistischen Fehlerquellen des Verfahrens 4 sind die einzelnen  $\Delta\zeta_j$  nicht alle gleich, auch wenn der relative Kalibrierungsunterschied und die Radom- und Niederschlagsdämpfung während der Meßzeit eines Scans konstant bleiben. Deshalb ist eine Mittelwertbildung über alle Strahlen  $j$  notwendig, wobei aber aus Vergleichbarkeitsgründen nur solche eingehen dürfen, entlang derer der Schwellwert von 13 dBZ überschritten wird. Die Standardabweichung  $\sigma_{\Delta\zeta}$  der einzelnen  $\Delta\zeta_j$ -Werte



**Abb. 7.13.:** Mittlerer Reflektivitätsunterschied am Lema-Strahlanfang  $\overline{\Delta\zeta}$  in dB für die auf der Ordinate angegebenen S-Pol-Scans (Datum und fortlaufende Nummer). Die Balken symbolisieren für jeden S-Pol-Scan die 10%- und 90%-Perzentile der einzelnen für jeden Lema-Strahl bestimmten Unterschiede  $\Delta\zeta_j$  in dB, deren Gesamtzahl je Scan im oberen Teil des Schaubilds angegeben wird. Zugrunde liegen die mit dem Verfahren 4 ermittelten Vergleichsdaten.

ergibt ein Maß für die statistische Schwankungsbreite um den Mittelwert  $\overline{\Delta\zeta}$ , während die Unsicherheit des Mittelwerts selbst noch um den Faktor  $\sqrt{1/N}$  kleiner ist ( $N$  = Anzahl der gemittelten  $\Delta\zeta_j$ -Werte).

Abbildung 7.13 zeigt den (nicht äquidistanten) zeitlichen Verlauf von  $\overline{\Delta\zeta}$  über die vorliegenden S-Pol-Scans des Zeitraums 8:00 UTC bis 13:00 UTC am 21.10.1999. Zugrunde liegen die mit dem Verfahren 4 ermittelten S-Pol-Vergleichsdaten. Die Fehlerbalken repräsentieren nicht die Standardabweichung, sondern die 10%- und 90%-Perzentile, die man im Falle asymmetrischer Verteilungen besser interpretieren kann. Während des Zeitraums fiel im gesamten Auswertebereich recht gleichmäßiger stratiformer Stauniederschlag mit einer ausgeprägten Schmelzschicht (Helles Band).  $\overline{\Delta\zeta}$  schwankt zwischen etwa -1 dB und -4 dB, wobei aufgrund der recht geringen Bandbreite (Fehlerbalken) von einer systematischen Variation gesprochen werden kann. Entsprechende Abbildungen für den gesamten Datensatz finden sich in Anhang J. Insgesamt sind die 10%- und 90%-Perzentile recht symmetrisch um den jeweiligen Mittelwert angeordnet, was auf symmetrische Verteilungen hinweist und die Standardabweichung  $\sigma_{\Delta\zeta}$  als sinnvolles Maß für die Schwankungsbreite bestätigt.

In Zeiten ohne Radomdämpfung beim Radar Lema ( $\Delta_{radom}^{(lema)} = 0$  dB, siehe Seite 139 in Abschnitt 7.4.1) und ohne starke Extinktionseffekte in unmittelbarer Nähe des Lema ( $PIA(0, \sim 5$  km)) kann  $\overline{\Delta\zeta}$  als relativer Kalibrierungsunterschied  $\Delta'_{kal}$  für den betreffenden Zeitpunkt des jeweiligen S-Pol-Scans interpretiert werden. Mittelt man die  $\Delta'_{kal}$  noch über alle diese Zeiträume (insgesamt 89 Scans), ergibt sich ein mittlerer relativer Kalibrierungsunterschied  $\overline{\Delta'_{kal}}$  für den gesamten Datensatz und eine Standardabweichung  $\sigma_{\Delta'_{kal}}$  der  $\Delta'_{kal}$ -Werte. Zusätzlich kann man noch die Standardabweichung  $\sigma_{\Delta\zeta}$  mitteln ( $\overline{\sigma_{\Delta\zeta}}$ ) und erhält damit ein Maß für die mittlere statistische Schwankungsbreite des Reflektivitätsunterschiedes am Strahlanfang während eines einzelnen Scans.

Vergleicht man diese Kennzahlen für die mit den Verfahren 2 und 4 bereitgestellten Vergleichsdaten (ohne/ mit Zeitversatzkorrektur), jeweils mit und ohne Azimutfehlerkorrektur, so fällt auf, daß sich für  $\Delta'_{kal}$  jeweils ein deutlich unterschiedlicher Wert ergibt (Tabelle 7.6). Eigentlich würde man erwarten, daß sich Zeitversatz- und Azimutfehler hier rein statistisch auf die einzelnen  $\Delta\zeta_j$  auswirken, da deren Erwartungswert bei einem räumlich variablen Niederschlagsfeld unabhängig von räumlichen Zuordnungsfehlern immer dem systematischen Kalibrierungsunterschied entsprechen muß (deren Standardabweichung sollte aber bei größeren Zuordnungsfehlern größer sein). Im vorliegenden Fall scheint jedoch die Grundgesamtheit der  $\Delta\zeta_j$  mit maximal etwa 200 Strahlen je  $\Delta'_{kal}$ -Wert zu gering zu sein,

	— <sup>†</sup>	— <sup>†</sup>	<b>X<sup>†</sup></b>	<b>X<sup>†</sup></b>
	<b>Verf. 2</b>	<b>Verf. 4</b>	<b>Verf. 2</b>	<b>Verf. 4</b>
$\overline{\Delta'_{kal}}$ [dB]	-0.91	-1.59	-1.52	-2.31
$\sigma_{\Delta'_{kal}}$ [dB]	1.24	0.98	1.11	1.10
$\overline{\sigma_{\Delta\zeta}}$ [dB]	2.77	2.22	2.87	2.02

<sup>†</sup> Azimutkorrektur: — = nein, **X** = ja

**Tab. 7.6.:** Werte für  $\overline{\Delta'_{kal}}$  in dB,  $\sigma_{\Delta'_{kal}}$  in dB und  $\overline{\sigma_{\Delta\zeta}}$  in dB für verschieden korrigierte Vergleichsdatensätze der Strahldaten von Lema und S-Pol (Verfahren 2 bzw. 4, mit bzw. ohne Azimutfehlerkorrektur).

um die statistische Stabilität zu gewährleisten. Offensichtlich fällt deren Mittelwert  $\overline{\Delta'_{kal}}$  umso kleiner aus, je besser die Reflektivitätsfelder übereinstimmen sollten (theoretisch am besten: Verfahren 4 mit Azimutkorrektur), wohingegen die Standardabweichung  $\sigma_{\Delta'_{kal}}$  kaum sensitiv auf den Grad der Korrekturen reagiert.  $\overline{\Delta'_{kal}}$  variiert also systematisch mit der Magnitude der räumlichen Zuordnungsfehler.  $\overline{\sigma_{\Delta\zeta}}$  gestaltet sich hingegen wie erwartet und ist bei der vermutlich besten Übereinstimmung der Reflektivitätsfelder (Verfahren 4 mit Azimutkorrektur) mit 2.02 dB am kleinsten.

Vermutlich liefert Verfahren 4 in Verbindung mit der Azimutkorrektur mit -2.3 dB (Tabelle 7.6) den besten Schätzwert für den mittleren Kalibrierungsunterschied  $\overline{\Delta'_{kal}}$ . Aufgrund des unerwartet uneinheitlichen Bildes bei verschiedenen Kombinationen aus Azimut- und Zeitversatzkorrektur wird im Folgenden aber ein etwas kleinerer Wert von 1.7 dB verwendet, der etwa den Mittelwert aus den Ergebnissen aller Korrekturkombinationen darstellt.

Nimmt man den in Abschnitt 7.4.2 ermittelten Wert von -3.7 dB für den absoluten Kalibrierungsfehler  $\Delta_{kal}^{(spol)}$  des Radars S-Pol hinzu, ergibt sich der absolute Kalibrierungsfehler  $\Delta_{kal}^{(lema)}$  des Lema zu -5.4 dB. Beachtet man allerdings die jeweiligen Unsicherheiten, dann kann allenfalls die Angabe des Bereiches  $-6 \text{ dB} < \Delta_{kal}^{(lema)} < -4 \text{ dB}$  gerechtfertigt werden. Im Folgenden wird von -5 dB ausgegangen.

### 7.6.2. Radomdämpfung beim Radar Lema

Betrachtet man die (nicht äquidistante) Zeitreihe der  $\overline{\Delta\zeta}$ -Werte aus dem vorangegangenen Abschnitt 7.6.1 (dargestellt im Anhang J), so fällt auf, daß es Zeitpunkte gibt, wo der mittlere Reflektivitätsunterschied bei den Lema-nächsten Niederschlagsdaten entlang der einzelnen Strahlen,  $\overline{\Delta\zeta}$ , sehr kleine Werte von z.T. weniger als -5 dB erreicht. Diese Abschwächung der Lema-Messungen im Vergleich zum mittleren Kalibrierungsunterschied wird jeweils durch starken Niederschlag am Standort des Radars Lema verursacht und setzt sich aus Radomdämpfung und Niederschlagsdämpfung auf den ersten 5 – 10 km des Strahlweges zusammen. Am 17.9.1999 verlagerte sich beispielsweise eine intensive Gewitterlinie mit Reflektivitäten über 50 dBZ über den Radarstandort und verursachte den kleinsten vorkommenden Wert von -22 dB um 19:25 UTC (Scan-Nummer 19). Zieht man -2 dB für den mittleren Kalibrierungsunterschied ab, bleibt eine zusätzliche Abschwächung von 20 dB. Eine derart starke Dämpfung der Lema-Messungen macht die Daten aus dieser Zeit für den Vergleich mit S-Pol nahezu unbrauchbar, weil ein großer Teil der abgeschwächten Niederschlagsechos im Meßgebiet des Lema unter die Schwelle von 13 dBZ fällt und der Reflektivitätsklasse 0 zugeordnet wird.

Meist ist der Effekt der zusätzlichen Abschwächung während oder kurz nach einem Niederschlagsereignis am Lema-Standort beim vorliegenden Datensatz jedoch viel geringer und kann wegen der Schwankungsbreite  $\sigma_{\Delta'_{kal}} \approx 1 \text{ dB}$  von  $\Delta'_{kal}$  (Tabelle 7.6) oftmals nicht klar identifiziert werden. Diese Schwankungsbreite kommt durch Unsicherheiten und Fehler bei der Ableitung der Vergleichsdatensätze des Radars S-Pol zustande, kann aber auch eine tatsächlich vorhandene Variationskomponente von  $\Delta'_{kal}$  enthalten.

### 7.6.3. Abschattung durch radarnahen Mast (Lema)

Der in unmittelbarer Nähe des Radars Lema aufgestellte Mast (Abbildung 7.2 auf Seite 120) beeinflusst die Reflektivitätsmessung beim Radar Lema gemäß einer Analyse von integrierten Niederschlagssummen (PAC, **P**recipitation **A**ccumulation) der einzelnen Elevationen im Azimutindexbereich von 248 bis 255 der Datendateien (beginnend bei 0) durch Abschwächung der Reflektivitätswerte. Da sich das Hindernis noch innerhalb der Nahfeldstanz (ca. 600 m) der Antenne befindet und seine horizontale Ausdehnung geringer als die Antennenbreite ist, erfolgt keine vollständige Abschattung, sondern es kann immer ein gewisser Teil der abgestrahlten Leistung passieren. Der Effekt spiegelt sich als ortsfeste radiale Struktur mit verminderter Reflektivität inmitten des Auswertebereichs der Dual-Radar-Methode in den Daten wieder und stört z.B. bei der Ableitung der Verlagerungsgeschwindigkeitsfelder mittels der Kreuzkorrelationsmethode nach Abschnitt 7.5. Inwieweit diese Abschwächung quantitativ als Funktion des Azimut- und Elevationswinkels der Antenne beschrieben und gegebenenfalls korrigiert werden kann, ist Gegenstand der folgenden Ausführungen.

Zur systematischen Untersuchung des Effekts werden wiederum die mit dem Verfahren 4 in einem ersten Schritt berechneten strahlweisen Vergleichsdaten verwendet. Nimmt man an, daß der Mast die Lema-Reflektivitätswerte um jeweils um einen relativen Faktor abschwächt, der eine Funktion des Azimutwinkels (und ggf. Elevationswinkels) ist und vom Wert 1 beidseitig des Einflußazimutbereichs zum Inneren hin auf Werte größer 1 anwächst, dann müßte die Mastabschwächung als systematisches azimut- und ggf. elevationsabhängiges Signal in der logarithmischen Reflektivitätsdifferenz  $\Delta\zeta = \{\zeta_{\alpha}^{(spol)}\}_{Vi} - \zeta_{\alpha}^{(lema)}$  von Azimut 248 bis 255 zu Tage treten. Nun ist  $\Delta\zeta$  durch die vielen statistischen Fehlerquellen mit Rauschen beaufschlagt, so daß man die systematische Komponente  $\Delta_{mast}^{(lema)} = \Delta_{mast}^{(lema)}(j_{\alpha}, k_{\epsilon})$  ( $j_{\alpha}$  = Azimutindex Lema,  $k_{\epsilon}$  = Elevationsindex Lema, beginnend bei der untersten und endend bei der obersten Elevation) durch Mittelbildung über möglichst viele Daten herauschälen muß. Auch die Azimut- und Zeitversatzkorrekturfehler machen sich hier als Rauschen bemerkbar.

Die folgenden statistischen Betrachtungen führen zu einer biasfreien und von der Intensität und zeitlichen und räumlichen Verteilung der Niederschlagsgebiete unabhängigen Methodik der Bestimmung von  $\Delta_{mast}^{(lema)}(j_{\alpha}, k_{\epsilon})$ . Für ein zum Zeitpunkt  $t$  beliebig herausgegriffenes  $\Delta\zeta(i_r, j_{\alpha}, k_{\epsilon}, t)$  der Vergleichsdaten ( $i_r$  = Entfernungsindex Lema) gilt

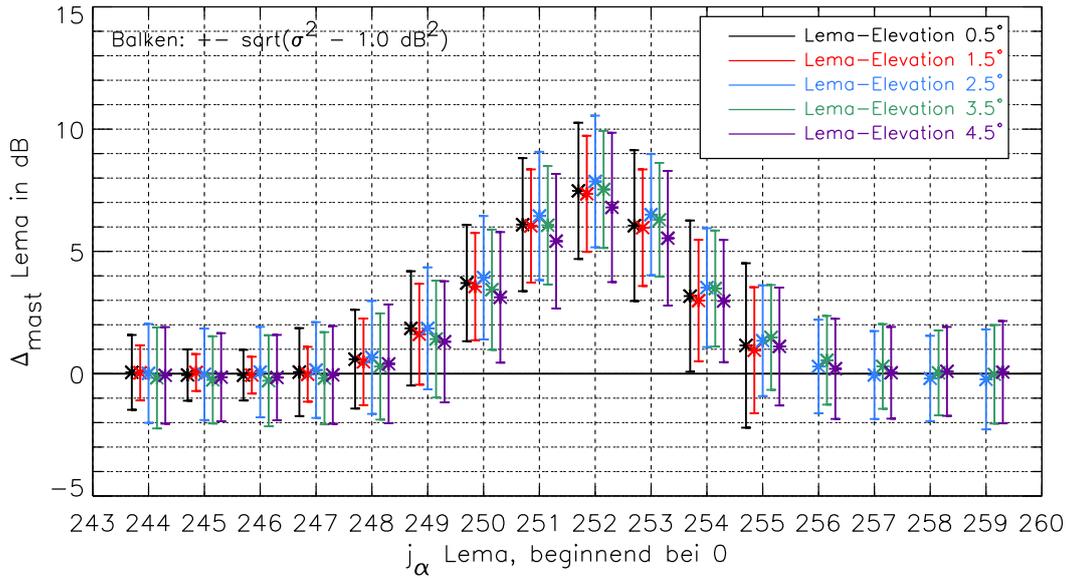
$$\Delta\zeta(i_r, j_{\alpha}, k_{\epsilon}, t) = \Delta_{mast}^{(lema)}(j_{\alpha}, k_{\epsilon}) - \underbrace{\Delta_{radom}^{(lema)}(t) - \Delta_{kal}^{(lema)}(t) + \Delta_{kal}^{(spol)}(t)}_{\Delta(t)} + \Delta_{ext}(i_r, j_{\alpha}, k_{\epsilon}, t) + \Delta_{zufall} \quad , \quad (7.30)$$

wobei  $\Delta_{ext}(i_r, j_{\alpha}, k_{\epsilon}, t)$  die durch die Niederschlagsdämpfung bei den Lema-Daten verursachte Komponente darstellt und  $\Delta_{zufall}$  eine durch die Fehlerquellen beim Verfahren 4 verursachte statistische Zufallskomponente ist. Mittelt man über alle  $i_r$  und  $t$  (im Folgenden angedeutet durch einen oberen Querstrich), so gilt mit  $\overline{\Delta_{mast}^{(lema)}(j_{\alpha}, k_{\epsilon})} = \Delta_{mast}^{(lema)}(j_{\alpha}, k_{\epsilon})$  unter der Annahme, daß  $\overline{\Delta_{zufall}} = 0$ ,

$$\Delta_{mast}^{(lema)}(j_{\alpha}, k_{\epsilon}) = \underbrace{\overline{\Delta\zeta(i_r, j_{\alpha}, k_{\epsilon}, t)}}_I - \underbrace{(\overline{\Delta(t)} + \overline{\Delta_{ext}(i_r, j_{\alpha}, k_{\epsilon}, t)})}_{II} \quad . \quad (7.31)$$

Der Term  $I$  entstammt direkt den Vergleichsdaten, während Term  $II$  für jedes  $i_r$  und  $t$  geeignet abgeschätzt werden muß.

Hilfreich sind hier die Vergleichsdaten außerhalb des Azimutbereichs  $j_{\alpha} = 248, \dots, 255$  der Mastab-



**Abb. 7.14.:**  $\Delta_{mast}^{(Lema)}$  in dB nach Gleichung (7.34) (Sternchen) als Funktion von Azimutindex  $j_\alpha$  (Abszisse) und Lema-Elevation in  $^\circ$  (farbig unterteilt, siehe Legende). Aus Übersichtlichkeitsgründen horizontal leicht versetzte Darstellung der einzelnen Elevationsmittelwerte. Nähere Angaben, speziell zu den Balken, finden sich im Text.

schätzung, die als Referenz dienen können, denn dort gilt  $\Delta_{mast}^{(Lema)} = 0$ , so daß

$$\Delta\zeta(i_r, j_\alpha, k_\epsilon, t) = \Delta(t) + \Delta_{ext}(i_r, j_\alpha, k_\epsilon, t) + \Delta_{zufall} \quad \forall \quad j_\alpha \notin \{248, \dots, 255\} \quad . \quad (7.32)$$

Eine Mittelung von Gleichung (7.32) über alle  $j_\alpha \notin \{248, \dots, 255\}$  (im Folgenden durch eckige Klammern angedeutet) führt zur gesuchten Abschätzung von Term II, die in Gleichung (7.31) zur biasfreien Schätzung der Mastabschwächung gebraucht wird. Die Gültigkeit von  $[\Delta(t)] = \Delta(t)$  ist hierbei unmittelbar einsichtig, die Statistik des Niederschlagsdämpfungsterms  $\Delta_{ext}$  bedarf jedoch einer Erläuterung: Bei festgehaltener Entfernung, Elevation und Zeit kann man  $\Delta_{ext}$  aufspalten in  $\Delta_{ext}(i_r, j_\alpha, k_\epsilon, t) = [\Delta_{ext}](i_r, k_\epsilon, t) + \Delta_{ext,\alpha}(i_r, j_\alpha, k_\epsilon, t)$ . Die Niederschlagsdämpfung hängt systematisch hauptsächlich von der Entfernung, Elevation und Zeit ab, deshalb verhält sich  $\Delta_{ext,\alpha}$  im Allgemeinen wie eine Zufallsvariable mit Erwartungswert 0. Gleichung (7.31) kann damit geschrieben werden als

$$\Delta_{mast}^{(Lema)}(j_\alpha, k_\epsilon) = \overline{\Delta\zeta(i_r, j_\alpha, k_\epsilon, t)} - \left( \overline{[\Delta]}(t) + \overline{[\Delta_{ext}]}(i_r, k_\epsilon, t) + \overline{[\Delta_{ext,\alpha}]} \right) \quad . \quad (7.33)$$

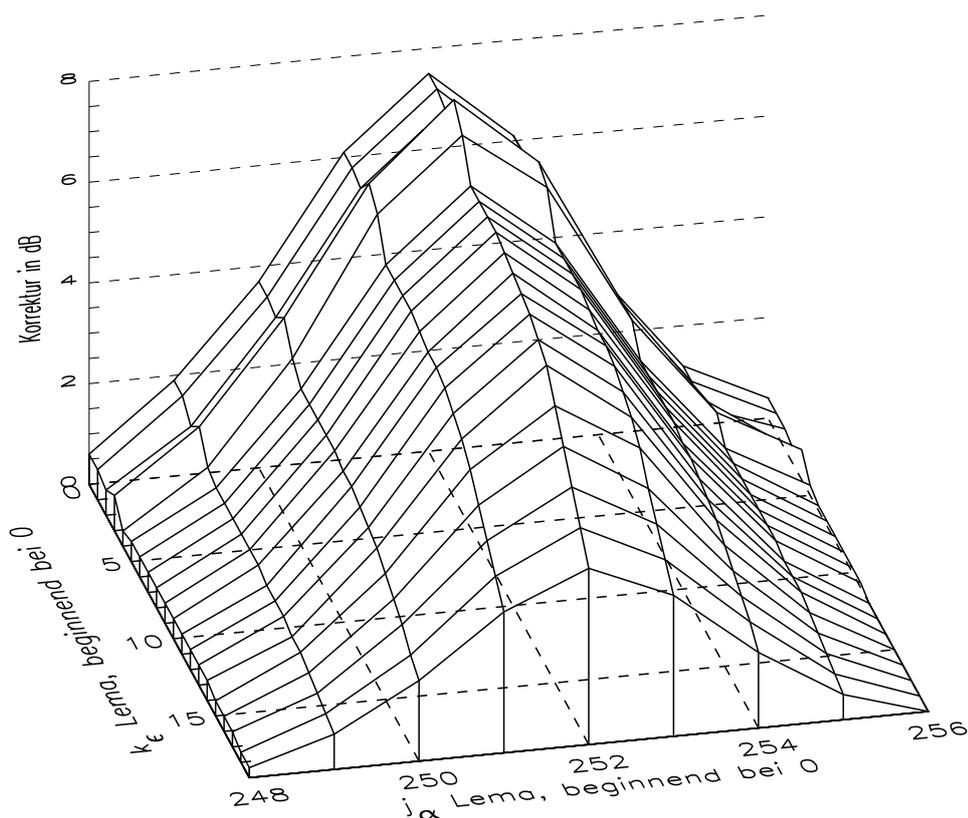
Der letzte Term auf der rechten Seite ist bei genügend vielen Mittelungswerten sehr klein. Beachtet man noch, daß  $\overline{[\Delta_{zufall}]}$  im statistischen Mittel ebenfalls verschwindet, so kann  $\Delta_{mast}^{(Lema)}(j_\alpha, k_\epsilon)$  für jeden Azimut- und Elevationswinkel berechnet werden als

$$\Delta_{mast}^{(Lema)}(j_\alpha, k_\epsilon) = \overline{\Delta\zeta(i_r, j_\alpha, k_\epsilon, t)} - \underbrace{\overline{[\Delta\zeta(i_r, j_\alpha, k_\epsilon, t)]}}_{\Delta_{ref}(i_r, k_\epsilon, t)} \quad , \quad (7.34)$$

wobei die Mittelungsoperatoren durch arithmetische Mittel ausgeführt werden. Anschaulich dient der Bereich „links“ von  $j_\alpha = 248$  und „rechts“ von  $j_\alpha = 255$  in jeder Elevation als Referenz für die Bestimmung des Mastabschwächungssignals bei den Lema-Daten. Dabei hat es sich als statistisch ausreichend

erwiesen, den entsprechenden azimutalen Mittelungsbereich bei [...] auf je 4 Azimute links und rechts zu beschränken.

Ergebnisse einer entsprechenden Analyse mittels Gleichung (7.34) finden sich in der Abbildung 7.14. Die Datenbasis bilden hier die oben erwähnten Strahlvergleichsdaten der Zeiten von 189 S-Pol-Scans (alle vorliegenden Scans außer diejenigen vom 17.9.1999, die wegen starker Radom- und Niederschlagsdämpfung beim Radar Lema in Verbindung mit dessen Reflektivitätsklasseneinteilung kaum einen geeigneten Vergleich zulassen). Die Analyse beschränkt sich jedoch auf das Lema-Entfernungsintervall 15 – 30 km und die Lema-Elevationen  $0.5^\circ - 4.5^\circ$  ( $i_r = 14, \dots, 29$  und  $k_\epsilon = 1, \dots, 5$ ).  $\Delta_{mast}^{(lema)}(j_\alpha, k_\epsilon)$  ist für die 5 Elevationen (verschiedene Farben) als Funktion des Azimutindex dargestellt, wobei aus Gründen der Übersichtlichkeit die Werte für die verschiedenen Elevationen bei gleichem Azimut horizontal etwas versetzt dargestellt sind. Die Balken markieren eine (verminderte) Standardabweichung der in die Mittelung von  $\Delta_{mast}^{(lema)}$  eingegangenen Differenzenwerte unter dem Mittelungsquerstrich auf der rechten Seite von Gleichung (7.34). Die Varianz dieser Einzelwerte besteht aus den Fehlertermen  $\Delta_{zufall}$  und  $\Delta_{ext,\alpha}$ , wobei  $\Delta_{zufall}$  auch die Varianz der Lema-Daten durch Reflektivitätsdiskretisierung und statistische Signalschwankungen von  $1.0 \text{ dB}^2$  (Gleichung (7.6) auf Seite 136) beinhaltet. Da diese unabhängig in  $\Delta_{zufall}$  eingehen und sich somit die Varianzen einzelner Fehlerquellen addieren, wurde dieser Anteil bei den Balken in Abbildung 7.34 quadratisch abgezogen, um nur die darüberhinausgehende Variabilität



**Abb. 7.15.:** Additive Korrekturfunktion für die Lema-Reflektivitäten in dB (senkrechte Achse) als Funktion von Azimutindex (von rechts nach links) und Elevationsindex (von hinten nach vorne), abgeleitet durch Extrapolation der in Abbildung 7.14 dargestellten  $\Delta_{mast}^{(lema)}$ -Werte.

des Effekts bei der Anwendung von Gleichung (7.34) zu zeigen.

Das Mastabschwächungssignal tritt in allen untersuchten Elevationen deutlich hervor und erreicht jeweils ein Maximum von etwa 8 dB, unabhängig von der Elevation. Die Fehlerbalken sind jeweils kleiner als der Effekt und sind ein Beleg für die statistische Signifikanz des berechneten Abschwächungssignals. Rechts- und Linksseitig des Peaks verschwindet  $\Delta_{mast}^{(Lema)}$  wie gefordert, was ebenfalls ein gewisses Vertrauen in die angewandte Methodik vermittelt.

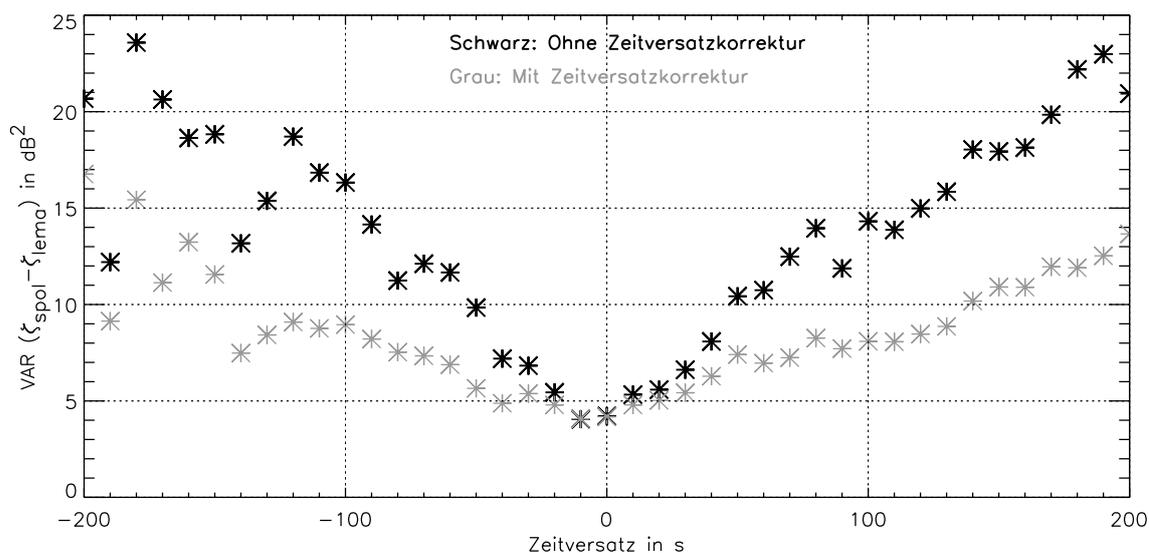
Die Ergebnisse in den Elevationen 1 bis 5 wurden unter Zuhilfenahme von elevationsweisen PAC-Darstellungen der akkumulierten Niederschlagsmenge auf alle Lema-Elevationen extrapoliert. Hiermit steht eine additive Korrekturfunktion für die logarithmierten Reflektivitätswerte im mastabgeschwächten Bereich zur Verfügung (Abbildung 7.15), die bei der Bestimmung des Verlagerungsgeschwindigkeitsfeldes in Folgerechnungen der Verfahren 1 bis 4 verwendet wurde, um die störende stationäre Abschwächungsstruktur zu beseitigen.

#### 7.6.4. Einfluß des lokalen Zeitversatzes auf die Differenz der am gleichen Ort gemessenen Reflektivitätswerte der Radargeräte Lema und S-Pol

Der lokale Zeitversatz der Radarmessungen stellt aufgrund der potentiell hohen räumlichen und zeitlichen Variabilität von Niederschlagsfeldern eine Hauptfehlerquelle bei allen Dual-Radar-Methoden zur Bestimmung von Extinktionsparametern dar (so auch in dieser Arbeit), indem die vom Verfahren als extinktionsverursacht interpretierten Reflektivitätsdifferenzen mit einem statistischen Rauschen überlagert werden. Beim verwendeten Datensatz der benachbarten Radargeräte Lema und S-Pol treten zeitliche Abweichungen der Messungen am selben Ort von bis zu 5 min auf. In Abschnitt 6.4 auf Seite 111 wurden approximative Methoden der Korrektur vorgestellt, die auf der Annahme basieren, daß sich Reflektivitätsstrukturen auf dieser Zeitskala im Wesentlichen horizontal verlagern und die individuelle Änderung vernachlässigt werden kann. Aufgrund der Sedimentation der Hydrometeore und der ebenfalls vernachlässigten Auf- und Abwinde und nicht zuletzt wegen der eventuell rasch ablaufenden Entwicklungsprozesse von Niederschlag ist diese Annahme gerade bei konvektiven Niederschlägen und hohen Windgeschwindigkeiten problematisch. Ziel der Ausführungen dieses Abschnitts ist es daher, zu untersuchen, welche Verbesserung das vorgeschlagene Korrekturschema beim vorliegenden Datensatz liefern kann und bis zu welchem Zeitversatz die Korrektur gegebenenfalls anwendbar ist.

Dazu werden die mit den Verfahren 2 und 4 auf die Lema-Pulsvolumen im Auswertebereich interpolierten S-Pol-Vergleichsdaten herangezogen (azimutkorrigierte und nicht zeitversatzkorrigierte bzw. korrigierte logarithmierte Reflektivitäten in dBZ). Analysiert werden die durch den Zeitversatz mit einem statistischen Rauschen beaufschlagten Reflektivitätsdifferenzen am selben Ort. Die Wirkung der Zeitversatzkorrektur wird beim Vergleich der Verfahren 2 und 4 deutlich.

Bei wachsendem Zeitversatz und Verfahren 2 ist zunächst mit einer ansteigenden statistischen Variabilität zu rechnen, die bei sehr großem Zeitversatz in einen stationären Wert übergeht, weil dann die Messungen am selben Ort völlig unkorreliert sind. Die S-Pol-Reflektivitätsdaten wurden mit den Verfahren 2 bzw. 4 jeweils auf die Meßvolumen der Lema-Daten interpoliert bzw. gemittelt und besitzen somit dieselbe räumliche Repräsentativität. Sind daran jedoch S-Pol-Daten aus unterschiedlichen Elevationen beteiligt, so kann kein einheitlicher Zeitversatz zur Lema-Messung im entsprechenden Pulsvolumen angegeben werden. Als Maß für den Zeitversatz wird daher der Mittelwert über die an der Interpolation beteiligten S-Pol-Daten verwendet. Es kann hier vorkommen, daß bei einem mittleren Zeitversatz von 0 s S-Pol-Werte aus einem Zeitraum bis zu etwa 30 s vorher und nachher eingehen. Man darf also auch bei verschwindendem mittleren Zeitversatz und trotz gleicher räumlicher Repräsentativität keine perfekte Reflektivitätsübereinstimmung erwarten, zumal noch andere Quellen für Unterschiede vorhanden sind wie die Diskretisierung der Lema-Reflektivitäten, Glättung der S-Pol-Reflektivitäten bei der Interpolations- bzw. Mittelungsprozedur, Niederschlagsdämpfung, Kalibrierungsunterschiede, Radom-



**Abb. 7.16.:** Varianz der Punktwolke aller Differenzwerte  $\{\widehat{\zeta_a^{(spol)}}\}_{Vi} - \zeta_a^{(lema)}$  in  $\text{dB}^2$  als Funktion des lokalen Zeitversatzes in s. **Schwarz:** Verfahren  $i = 2$  (ohne Zeitversatzkorrektur), **grau:** Verfahren  $i = 4$  (mit Zeitversatzkorrektur). Die Varianzwerte verstehen sich jeweils als Streumaß der Punktwolke innerhalb einer Zeitversatzklasse von 10 s Breite.

dämpfung, statistische Signalschwankungen, Effekte durch Mie-Streuung bei den zwei verschiedenen Radarwellenlängen usw. .

Klassifiziert man alle logarithmischen Reflektivitätsdifferenzen des Vergleichsdatensatzes (im linearen entspricht dies Reflektivitätsverhältnissen) nach dem mittleren Zeitversatz im Lema-Pulsvolumen, dann stellt das Verhalten der Varianz der Einzeldifferenzen innerhalb der Zeitversatzklassen ein Maß für die Auswirkung des lokalen Zeitversatzes dar. Die Varianzbetrachtung ist sinnvoll, da die an der Variabilität beteiligten Fehlerquellen als statistisch unabhängig betrachtet werden können und sich somit die durch die einzelnen Fehlerquellen verursachten Varianzanteile zur Gesamtvarianz addieren.

Vergleicht man diese Varianz in Abhängigkeit des Zeitversatzes bei den Verfahren 2 und 4, so kann die Wirkung der Zeitversatzkorrektur bei Verfahren 4 beurteilt werden. Abbildung 7.16 zeigt die Varianz der Reflektivitätsdifferenz S-Pol-Lema als Funktion des Zeitversatzes in einer Klasseneinteilung mit einer Breite von 10 s.

Um den durch die Niederschlagsdämpfung erzeugten Varianzanteil klein zu halten, wurden hier nur Vergleichsdaten verwendet, bei denen die Lema-Reflektivität entlang des Strahls kleiner als 32 dBZ bleibt (man beachte hier den vermutlichen absoluten Kalibrierungsfehler von ca. -5 dB, siehe Abschnitt 7.6.1). Die Varianz bei Verfahren 2 (ohne Zeitversatzkorrektur, schwarze Sternchen) wächst betragsmäßig größer werdendem Zeitversatz von einem Mindestwert von 5  $\text{dB}^2$  bei etwa 0 s beidseitig symmetrisch linear auf etwa 25  $\text{dB}^2$  bei  $\pm 200$  s an. Die Unregelmäßigkeiten bei großem negativen Zeitversatz kommen durch dort weniger vorhandene Vergleichsdaten zustande. Die Varianz bei 0 s verschwindet nicht, sondern man erkennt einen Sockelwert von etwa 5  $\text{dB}^2$ , der den schon angesprochenen anderen Ursachen für einen Reflektivitätsunterschied zugeschrieben werden muß. Bei der Varianz spielen auch der relative Kalibrierungsunterschied und die Radomdämpfung beim Radar Lema eine Rolle — zwar fallen deren Mittelwerte heraus, aber nicht die zeitlich variablen Komponenten. Zum Sockelwert von 5  $\text{dB}^2$  kommt beim Verfahren 2 noch der Varianzanteil hinzu, der durch den Zeitversatz allein

verursacht wird. Vergleicht man mit der Varianz bei Verfahren 4 (zeitversatzkorrigiert, graue Sternchen), so erkennt man eine Reduktion des über dem Sockel von  $5 \text{ dB}^2$  hinausgehenden Varianzanteils um etwa  $1/2$  bis  $2/3$ , aber immer noch ein Anwachsen zu betragsmäßig größerem Zeitversatz. Je größer der Zeitversatz, desto schwieriger ist die Korrektur. Zusätzlich wirkt sich hier vermutlich auch noch die nichtberücksichtigte individuelle Reflektivitätsänderung aus. Akzeptiert man eine Erhöhung der Varianz auf den doppelten Sockelbetrag bei den zeitversatzkorrigierten Vergleichsdaten, so ist ein Zeitversatz von maximal etwa 100 s noch statistisch tolerierbar.

Des Weiteren kann man ablesen, daß bei der vorliegenden Radarkonfiguration die Varianz bzw. Standardabweichung der Reflektivitätsdifferenz durch keine noch so aufwendige Zeitversatzkorrektur unter einen Wert von etwa  $5 \text{ dB}^2$  bzw.  $2 \text{ dB}$  zu bringen ist, was sich bei der Bestimmung von  $k_2$  durch radiale Ableitung der Differenz verheerend auswirkt. Bei höheren Reflektivitäten ist die Sockelvarianz und der Anstieg bei wachsendem Zeitversatz vermutlich noch größer, weil die Variabilität des Reflektivitätsfeldes selbst höher sein dürfte.

Zumindest ist die Lage des Minimums der Varianz bei einem Zeitversatz von etwa 0 s in Abbildung 7.16 ein Hinweis darauf, daß die Meßuhren beider Radargeräte während der MAP-SOP gut synchronisiert gewesen sind und wenigstens Fehler wegen nichtsynchronisierten Zeitangaben ausgeschlossen werden können.

### 7.6.5. Subskalige Variabilität der Reflektivität innerhalb eines Lema-Pulsvolumens

Eine sinnvolle Zeitversatzkorrektur ist, außer wegen der nur schwer zu berücksichtigenden individuellen Änderung der Reflektivität auf dem Transportwege, auch noch wegen der subskaligen Variabilität des Reflektivitätsfeldes innerhalb eines Lema-Pulsvolumens schwierig. Ändert sich nämlich die Reflektivität am Ort eines solchen Volumens stark (vertikal und/ oder horizontal) und ist zudem der lokale Zeitversatz groß, dann stellt die Ableitung der S-Pol-Vergleichsdaten  $\{\widehat{\zeta_a^{(spol)}}\}_{Vi} - \zeta_a^{(lema)}$  hohe Anforderungen sowohl an die Genauigkeit der Georeferenzierung der Radardaten und auch an die des Verlagerungsgeschwindigkeitsfeldes, weil die Sensitivität auf Ortsungenauigkeiten dann besonders hoch ist. Keinerlei Probleme würde es dagegen im hypothetischen Fall eines zeitlich und räumlich konstanten Reflektivitätsfeldes geben, weil dann Ortsunterschiede keine Rolle spielen.

Zur Abschätzung der subskaligen Variabilität innerhalb eines Lema-Pulsvolumens dienen wiederum die S-Pol-Vergleichsdaten. Aufgrund der viel höheren radialen Auflösung der S-Pol-Daten ( $\Delta r = 150 \text{ m}$ ) gegenüber den Lema-Daten ( $\Delta r = 1000 \text{ m}$ ) lösen diese meist höhere räumliche Skalen auf und können als subskalig betrachtet werden (außer in unmittelbarer Nähe zum Radar Lema). Welche räumlichen Skalen aufgelöst werden, hängt allerdings aufgrund des divergierenden Strahlvolumens stark von der Entfernung zu den Standorten der Radargeräte S-Pol und Lema ab. Je näher am Radar S-Pol und je weiter weg vom Lema-Radar, desto „subskaliger“ sind die S-Pol-Daten.

Zur Quantifizierung der subskaligen Variabilität liegt es zunächst nahe, die lokale logarithmische Standardabweichung des Reflektivitätsfeldes innerhalb eines Lema-Pulsvolumens zu verwenden, die ein integrales Maß für die Variabilität darstellt. Informationen über die hier eher interessante räumlich systematische Variation sind bei der Standardabweichung jedoch nicht enthalten. Hierzu kann man als einfachen Parameter den lokalen logarithmischen Reflektivitätsgradienten verwenden. Durch die Verwendung der logarithmischen Reflektivitätswerte in dBZ wird die relative lokale Variabilität untersucht, die unabhängig von den über mehrere Größenordnungen streuenden und positiv semidefiniten Absolutwerten sind und somit eine gewisse Vergleichbarkeit untereinander gewährleisten.

Die Berechnung des lokalen Gradienten erfolgt dabei durch Anpassen einer Hyperebene mit der Methode der kleinsten Quadrate an die auf das in Lema-Koordinaten regelmäßige und sehr fein aufgelöste

Hilfsgitter interpolierten S-Pol-Reflektivitäten (interpoliert im  $(Z^{2/3})$ -Raum) im Verlaufe des Verfahrens 2, das in Abschnitt 6.2 detailliert beschrieben wird. Der Gradient ergibt sich dann aus den Koeffizienten der Anpassung. Verfahren 2 erhält den Vorzug vor Verfahren 4, weil dort das Advektionsschema bei der Zeitversatzkorrektur eine gewisse Glättung von Reflektivitätsstrukturen bewirkt. Die fein aufgelösten regelmäßigen Daten des Verfahrens 2 besitzen gegenüber den Originaldaten den Vorteil, daß sie innerhalb eines Lema-Pulsvolumens gleichmäßig verteilt sind, jedoch lösen sie als lediglich trilinear interpolierte Werte keine höheren räumlichen Skalen auf als die Originaldaten selbst. Eine regelmäßige Datenlage ist beim Anpassen der Hyperebene sehr wichtig.

Um die Gradienten in der Einheit  $\text{dB km}^{-1}$  ableiten zu können, werden die Koordinaten der fein aufgelösten, regelmäßig im Radarsystem des Radars Lema ( $r$ ,  $\alpha$  und  $\varepsilon$ ) formulierten interpolierten Reflektivitätswerte in ein lokal rechtwinkliges kartesisches Koordinatensystem transformiert, das jeweils in der Mitte des betrachteten Pulsvolumens verankert ist. Die  $x$ -Koordinate zeigt dabei in  $r$ -Richtung, die  $y$ -Koordinate tangential in  $\alpha$ -Richtung und die  $z$ -Koordinate tangential in  $\varepsilon$ -Richtung. Da die Lema-Strahlen des Vergleichsdatensatzes allesamt aus Elevationen kleiner  $5^\circ$  stammen, weist die  $z$ -Koordinate im Wesentlichen senkrecht nach oben. Da der Azimutwinkel mathematisch negativ umläuft, ist dieses System linkshändig, was aber bei der Ableitung des Gradienten keine Rolle spielt. Wenn ( $r_i$ ,  $\alpha_i$  und  $\varepsilon_i$ ) die Koordinaten eines auf das feine Gitter interpolierten Reflektivitätswertes  $\zeta_{af,i}^{(spol)}$  bezeichnen, dann sind dessen lokal kartesische Koordinaten in guter Näherung durch die Beziehungen

$$x_i = r_i - r_0 \quad (7.35)$$

$$y_i = r_i (\alpha_i - \alpha_0) \quad (7.36)$$

$$z_i = r_i (\varepsilon_i - \varepsilon_0) \quad (7.37)$$

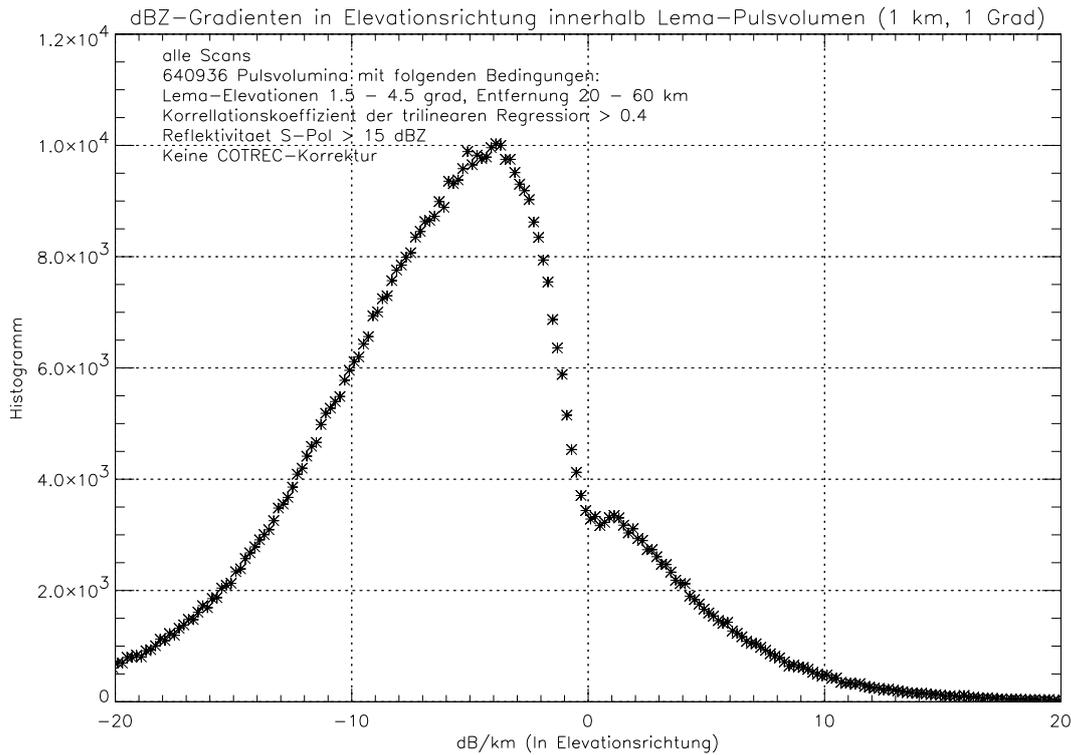
gegeben, wobei  $r_0$ ,  $\alpha_0$  und  $\varepsilon_0$  die Koordinaten der Pulsvolumenmitte darstellen. An die  $N$  Werte  $\zeta_{af,i}^{(spol)}$  innerhalb des 90 %-Bereichs der effektiven Strahlgewichtsfunktion des Lema werden die Koeffizienten  $k_0$  bis  $k_3$  einer Funktion des Typs

$$\zeta(x,y,z) = k_0 + k_1 x + k_2 y + k_3 z \quad (7.38)$$

(Hyperebene) mit der Methode der kleinsten Quadrate angepaßt. Die Koeffizienten  $k_1$ ,  $k_2$  und  $k_3$  bilden dann die Komponenten des für das Pulsvolumen als repräsentativ angesehenen Reflektivitätsgradienten.  $k_1$  und  $k_2$  sind Horizontalkomponenten und  $k_3$  ist die Vertikalkomponente.

Die Analyse der Gradienten für den gesamten Vergleichsdatensatz ergibt, daß große systematische Reflektivitätsänderungen innerhalb des Pulsvolumens hauptsächlich in der Vertikalen stattfinden. Große mittlere Horizontalgradienten (systematische Änderungen) kommen dagegen eher selten vor, da sie überwiegend an die Ränder von Niederschlagsgebieten gebunden sind und diese nur relativ wenige Pulsvolumina ausmachen. Die relative Änderung der Reflektivität ist dabei in den überwiegenden Fällen negativ, wie dem Histogramm in Abbildung 7.17 zu entnehmen ist. Am häufigsten kommen Werte von etwa  $-5 \text{ dB km}^{-1}$  vor, und die Bandbreite erstreckt sich von ca.  $-20 \text{ dB km}^{-1}$  bis etwa  $10 \text{ dB km}^{-1}$ . Von gleichmäßiger Strahlfüllung des Pulsvolumens mit Hydrometeoren kann also nur in den wenigsten Fällen ausgegangen werden.

Wegen dieser hauptsächlich vertikal stattfindenden systematischen Variation der subskaligen Reflektivität muß bei der Ableitung der S-Pol-Vergleichsdatensätze mit den Verfahren 1 bis 4 besonderer Wert auf eine vertikal möglichst gleichmäßige Verteilung von S-Pol-Daten innerhalb des betrachteten Lema-Pulsvolumens gelegt werden. Dies liefert eine Begründung für die Anwendung und Bevorzugung der aufwendigen Verfahren 2 und 4 gegenüber den Verfahren 1 und 3.



**Abb. 7.17.:** Histogramm der vertikalen Komponente des Reflektivitätsgradienten in  $\text{dB km}^{-1}$  über alle geeigneten Pulsvolumina des Vergleichsdatensatzes.

### 7.6.6. Dämpfungskoeffizient als Funktion der Reflektivität

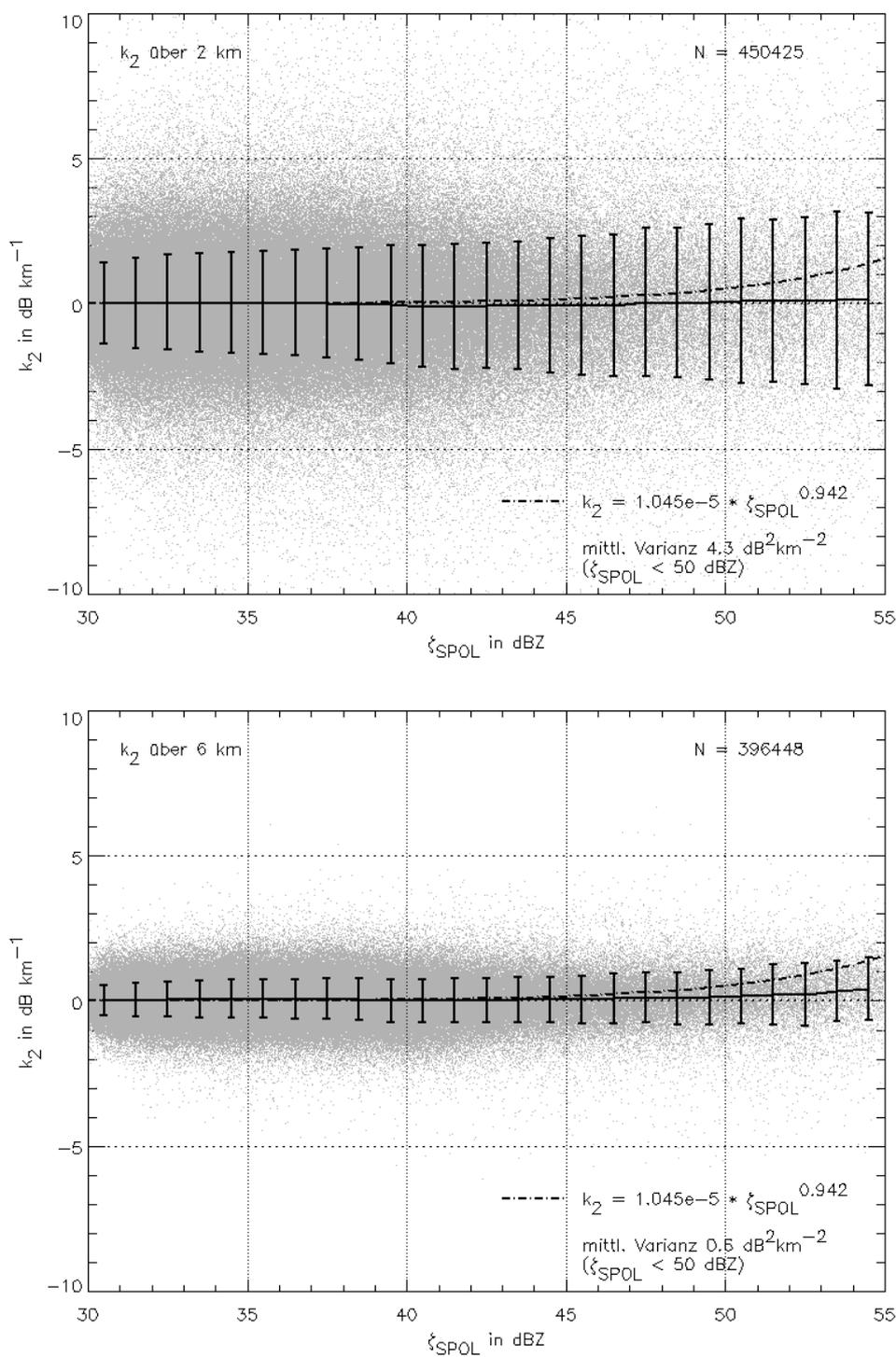
Nachdem die Fehlerquellen des Dual-Radar-Verfahrens ausführlich behandelt und Korrekturen für einige systematische Fehler angegeben worden sind, wendet sich dieser Abschnitt der Bestimmung des Dämpfungskoeffizienten  $k_2^{(lema)}$  nach Gleichung (7.1) zu. Alle bisher diskutierten Fehlerquellen wurden dabei wie angegeben so gut wie möglich berücksichtigt. Die Entfernungsableitung der Reflektivitätsdifferenz  $D_m = \{\widehat{\zeta_a^{(spol)}}\}_{V_m} - \widehat{\zeta_a^{(lema)}}$  (Verfahrensindex  $m \in \{1, 2, 3, 4\}$ ) wird numerisch mittels zentrierter Differenzen berechnet, so daß

$$k_2^{(lema,m)}(i\Delta r) = \frac{D_m((i+1)\Delta r) - D_m((i-1)\Delta r)}{2\Delta r} \quad (7.39)$$

gilt, wobei  $k_2^{(lema,m)}$  den Dämpfungskoeffizienten darstellt, der auf dem mit dem Verfahren  $m$  berechneten Vergleichsdatensatz beruht. Der Übersichtlichkeit wegen wird der obere Index „lema“ im Folgenden weggelassen.  $\Delta r$  beträgt 1000 m (Entfernungsaufösung der Daten des Radars Lema). Weil hier die jeweils benachbarten Werte eingehen, wird auch der zugehörige ungedämpfte Reflektivitätswert  $Z_e^{(m)}$  als gewichtetes Mittel

$$Z_e^{(m)}(i\Delta r) = 0.25Z_{spol}^{(m)}((i-1)\Delta r) + 0.5Z_{spol}^{(m)}(i\Delta r) + 0.25Z_{spol}^{(m)}((i+1)\Delta r) \quad (7.40)$$

berechnet, wobei  $Z_{spol}^{(m)}$  eine Abkürzung für  $\{\widehat{\zeta_a^{(spol)}}\}_{V_m}$ , umgerechnet auf den linearen Wert, darstellt. Die Korrektur des absoluten Kalibrierungsfehlers des S-Pol-Radars von  $-3.7$  dB findet hierbei Berück-



**Abb. 7.18.: Oben:**  $k_2^{(lema,4)}$  nach Gleichung (7.39) in  $\text{dB km}^{-1}$  (Punktwolke) als Funktion von  $Z_e^{(4)}$  nach Gleichung (7.40) in dBZ für alle vorliegenden Vergleichsdaten des Verfahrens 4 unter Berücksichtigung der Azimutkorrekturen nach Abschnitt 7.4.1 und der Korrektur des absoluten Kalibrierungsfehlers von  $-3.7 \text{ dB}$  bei S-Pol. Die durchgezogene Linie mit den Fehlerbalken repräsentiert Mittelwert und Standardabweichung von  $k_2^{(lema,4)}$  bezüglich einer 1-dB-Klasseneinteilung der  $Z_e^{(4)}$ -Werte auf der Abszisse. Strichpunktierte Linie: theoretische  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung für Regen für ein C-Band-Radar ( $\lambda_0 = 5.5 \text{ cm}$ ) bei  $T = 10^\circ\text{C}$  und  $D_{max} = 6 \text{ mm}$  aus Abbildung 5.9 in Abschnitt 5.4.1 auf Seite 69. **Unten:** Analoge Darstellung für die Berechnung von  $k_2^{(lema,4)}$  mittels zentrierter Differenzen über einen Entfernungsbereich von 6 km, nicht 2 km wie im oberen Teil.

sichtigung.  $Z_e^{(m)}$  ist allerdings nur dann auf eine C-Band-Wellenlänge übertragbar, wenn die Rückstreuungseigenschaften der Hydrometeore für S- und C-Band zum selben Reflektivitätswert führen. Nach den Ausführungen zu den theoretischen Rechnungen in Abschnitt 5 ist dies für Regen in guter Näherung erfüllt, weil kaum Unterschiede von  $Z_e$  für C- und S-Band auftreten. Bei schmelzenden großen Eis- und Schneepartikeln wurden allerdings Differenzen in der Größenordnung von bis zu 6 dB berechnet.

Leider bestätigt sich die schon früher geäußerte Vermutung, daß aufgrund der vielen Fehlerquellen und des sich daraus ergebenden starken Rauschens auf der Differenz  $D_m$  (siehe die Strahlbeispiele in Abbildung 7.12) keine brauchbaren Dämpfungskoeffizienten durch numerische Ableitungsberechnung zu bestimmen sind. Selbst die mit dem am geeignetsten erscheinenden Verfahren 4 berechneten  $k_2^{(4)}$ -Werte zeigen bei gleicher Reflektivität  $Z_e^{(4)}$  eine statistische Streubreite, die viel größer ist als der zu erwartende physikalische Effekt (Abbildung 7.18 oben, Darstellung für alle Vergleichsdaten). Die Unsicherheiten des Reflektivitätsvergleichs, die sich auch in Abbildung 7.16 als Sockelvarianz niedergeschlagen haben, sind selbst nach Korrektur der Zeitversatzeffekte so dominant, daß die numerische Ableitung lediglich die Variabilität des Rauschens darstellt und nicht den Dämpfungseffekt widerspiegelt. Deshalb können sich auch eigentlich verbotene, negative Werte für den numerisch bestimmten Dämpfungskoeffizienten ergeben, wie an der Punktwolke in Abbildung 7.18 oben zu erkennen ist. Zur besseren Übersicht sind dort Mittelwert (durchgezogene Linie) und Standardabweichung (Balken) der ermittelten Dämpfungskoeffizienten-Punktwolke bezüglich einer 1-dB-Klasseneinteilung der  $Z_e^{(4)}$ -Werte dargestellt, zusammen mit einer theoretischen  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung für Regen (strichpunktierte Linie). Die in der Abbildung angegebene mittlere Varianz  $\overline{\sigma_{k_2,2km}^2}$  (Quadrat der als Fehlerbalken dargestellten Standardabweichung) über die  $Z_e^{(4)}$ -Klassen  $< 50$  dBZ beträgt beträchtliche  $4.3 \text{ dB}^2$ . Man erkennt, daß der zu erwartende Dämpfungseffekt völlig in der statistischen Breite der Punktwolke untergeht und somit die Lage der um den Wert  $0 \text{ dB km}^{-1}$  schwankenden Mittelwertskurve der berechneten  $k_2^{(4)}$ -Werte mehr oder weniger zufällig und nicht aussagekräftig ist.

Selbst wenn man die numerische Ableitungsbestimmung durch Verbreiterung des Entfernungsintervalls bei den zentrierten Differenzen von 2 km auf 6 km stabilisiert, ergibt sich kein brauchbares Ergebnis (Abbildung 7.18 unten). Die mittlere Varianz  $\overline{\sigma_{k_2,6km}^2}$  der Punktwolke in den  $Z_e^{(4)}$ -Klassen  $< 50$  dBZ ist mit  $0.6 \text{ dB}^2$  immer noch zu groß. Der große Einflußbereich der zentrierten Differenzen führt hier wiederum zu Problemen mit der lokalen Repräsentativität der Ableitungen. Weitere Experimente mit aufwendigeren numerischen Ableitungsverfahren brachten ebenfalls keine substantielle Verbesserung, genauso wie Mittelung der S-Pol-Vergleichsdaten über jeweils drei azimuthal benachbarte Strahlen vor der Berechnung der Differenzenquotienten („boxcar“-Filter in azimuthaler Richtung).

Die entsprechenden Punktwolken, die auf den Verfahren 1 bis 3 beruhen, sind hier nicht dargestellt. Wesentliche Aussagen bezüglich der Qualität dieser Verfahren bei der Bestimmung von Ver-

	$\overline{\sigma_{k_2,2km}^2}$ in $\text{dB}^2 \text{ km}^{-2}$	$\overline{\sigma_{k_2,6km}^2}$ in $\text{dB}^2 \text{ km}^{-2}$
<b>Verfahren 1</b>	8.0	1.0
<b>Verfahren 2</b>	7.3	0.9
<b>Verfahren 3</b>	4.9	0.6
<b>Verfahren 4</b>	4.3	0.6

**Tab. 7.7.:** Mittlere Varianzen  $\overline{\sigma_{k_2,2km}^2}$  und  $\overline{\sigma_{k_2,6km}^2}$  (siehe Text) in  $\text{dB}^2 \text{ km}^{-2}$  für die Verfahren 1 bis 4 und Ableitungsbestimmung mittels zentrierter Differenzen über 2 km (zweite Spalte) und 6 km (dritte Spalte).

gleichsdatensätzen lassen sich aus der Zusammenstellung der mittleren Varianzen über die  $Z_e^{(4)}$ -Klassen  $< 50$  dBZ in Tabelle 7.7 ableiten, wie sie weiter oben schon für Verfahren 4 angegeben worden sind. Bei Verfahren 3 (mit Zeitversatzkorrektur) ist diese etwa 40 % kleiner als beim korrespondierenden Verfahren 1 (ohne Zeitversatzkorrektur). Genauso verhält es sich bei den ebenfalls nur in der Zeitversatzkorrektur unterschiedlichen Verfahren 4 und 2, wobei hier die Varianzen geringfügig kleiner ausfallen als bei den Verfahren 3 und 1.

Die Zeitversatzkorrektur bringt somit im vorliegenden Fall eine beträchtliche Varianzverringering von ca. 40 % und kann als wichtige Korrektur betrachtet werden. Leider sind die damit erzielten Ergebnisse immer noch nicht physikalisch interpretierbar.

Angesichts der offensichtlichen Probleme der Dual-Radar-Methode wird auf die Darstellung der Ergebnisse für die einzelnen Tage, für verschiedene Höhen- und Entfernungsbereiche und für weitere Unterteilungskriterien verzichtet. Interessant wären hier besonders die Dämpfungskoeffizienten in der ausgeprägten Schmelzzone des stratiformen Stauniederschlagsereignisses vom 21.10.1999 gewesen.

### 7.6.7. Pfadintegrierte Dämpfung

Im letzten Abschnitt wurde deutlich, daß durch Anwendung der in dieser Arbeit entwickelten Dual-Radar-Methode auf den Datensatz der Lema- und S-Pol-Reflektivitäten während der MAP-SOP keine physikalisch interpretierbaren Dämpfungskoeffizienten bestimmt werden können. Es soll nun versucht werden, wenigstens die pfadintegrierte Dämpfung  $PIA^{(lema)}(r_{0a}, r_0)$  nach Gleichung (7.2) abzuschätzen. Weil die  $PIA^{(lema)}$  definitionsgemäß das Integral über  $k_2^{(lema)}$  entlang des Radarstrahls darstellt, besteht die Hoffnung, daß sich die starken statistischen Fehler von  $k_2^{(lema)}$  im Integral zumindest teilweise gegenseitig abschwächen. Allerdings muß hier im Gegensatz zur Ableitung von  $k_2^{(lema)}$  vorausgesetzt werden, daß der Unterschied  $\Delta_{mie}$  der äquivalenten Reflektivitätsfaktoren für C- und S-Band-Wellenlängen, der durch unterschiedliche wellenlängenabhängige Rückstreueigenschaften hervorgerufen wird, vernachlässigbar klein ist oder sich zumindest an den Orten  $r_{0a}$  und  $r_0$  auf dem betrachteten Lema-Strahl nicht unterscheidet (siehe auch den Kommentar zu Gleichung (6.9) auf Seite 104). Dasselbe gilt für  $PIA^{(spol)}$ . Bei  $k_2^{(lema)}$  müssen hingegen die Ableitungen von  $\Delta_{mie}$  und  $PIA^{(spol)}$  entlang des Lema-Strahls vernachlässigt werden.

Zur Ableitung von  $PIA^{(lema)}(r_{0a}, r_0)$  werden die azimut- und zeitversatzkorrigierten Reflektivitäts-Vergleichsdaten des Verfahrens 4 herangezogen, die die bestmögliche Vergleichbarkeit erhoffen lassen. Die mittleren Kalibrierungsfehler von Lema und S-Pol spielen bei  $PIA^{(lema)}(r_{0a}, r_0)$  selbst keine Rolle, werden aber aus Gründen der Vergleichbarkeit bei allen Reflektivitätsangaben in diesem Abschnitt nach den Erkenntnissen von Abschnitt 7.4.2 und 7.6.1 korrigiert (Lema: +5.4 dB, S-Pol: +3.7 dB). Die ausführliche Bezeichnung  $PIA^{(lema)}(r_{0a}, r_0)$  ist recht unhandlich, deshalb wird sie im Folgenden einfach mit  $PIA$  abgekürzt.

Abbildung 7.19 zeigt in derselben Weise wie Abbildung 7.12 Beispiele von Vergleichsdatensätzen für zwei Lema-Strahlen während intensiver konvektiver Niederschlagsereignisse mit starker Dämpfung.

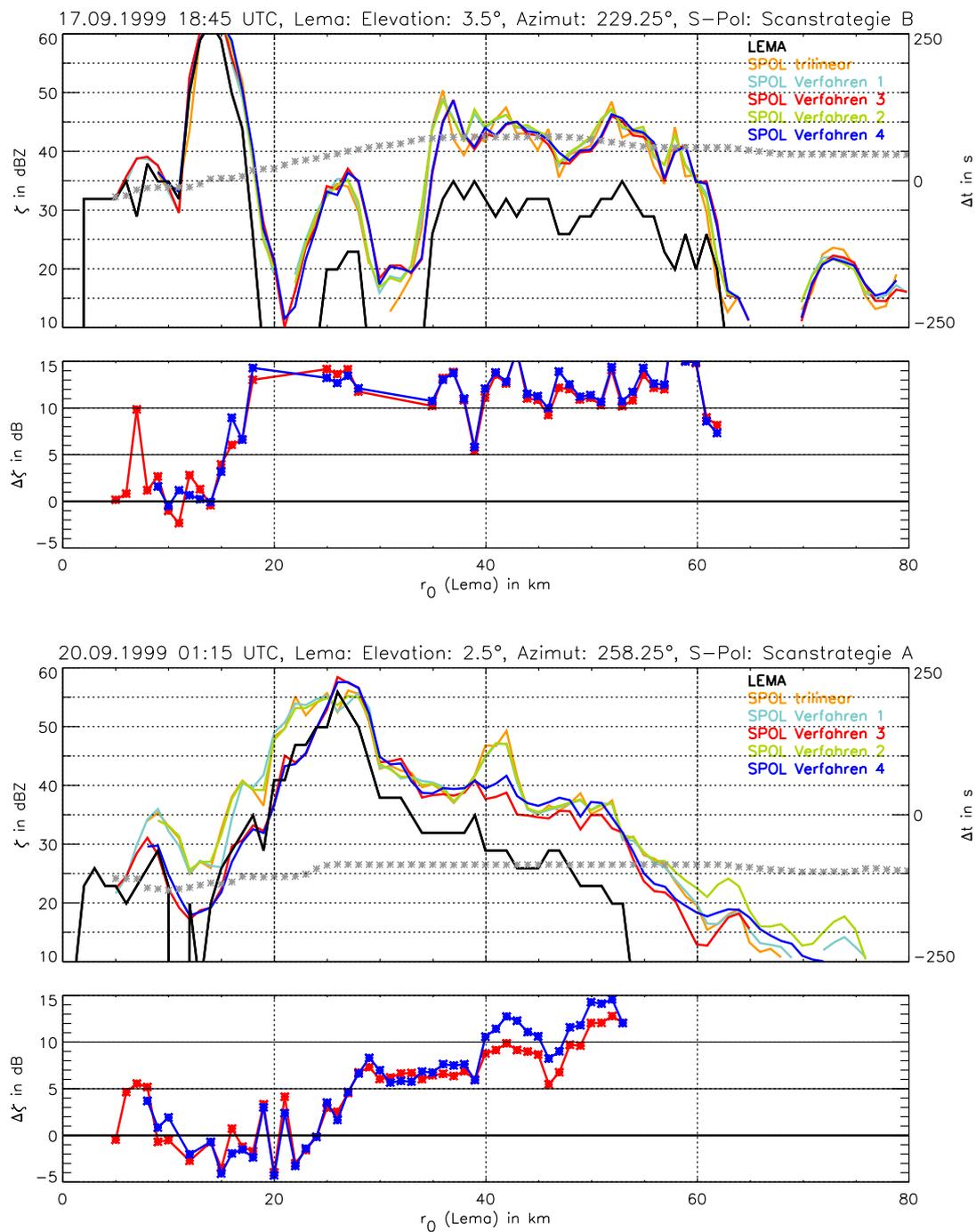
Bei beiden Strahlen steigt der Reflektivitätsunterschied  $\Delta dBZ = \{\widehat{\zeta_a^{(spol)}}\}_{Vi} - \widehat{\zeta_a^{(lema)}}$  für die Verfahren  $i=3$  und  $i=4$  von Werten nahe 0 am Strahlanfang nach Durchgang durch intensiven Niederschlag mit Reflektivitäten bis über 60 dBZ auf Werte von ca. 17 dB (oberes Beispiel) bzw. 15 dB (unteres Beispiel) an. Diese Differenz wurde zwar um die mittleren absoluten Kalibrierungsfehler der Radargeräte korrigiert, enthält aber, abgesehen von  $\Delta_{mie}$  und der statistischen Unsicherheit (Standardabweichung) aufgrund der Diskretisierung der Lema-Daten und deren Signalstatistik von ca. 1.4 dB (Fehlerrechnung unter Annahme Gauss'scher Fehlerfortpflanzung von  $\sigma_{lema}$  nach Gleichung (7.6) in  $PIA$ ), eventuell noch Beiträge durch die Radomdämpfung beim Radar Lema und zeitlich variable Kalibrierungsfehler. Letztere werden durch die Differenzbildung in Gleichung (7.2) eliminiert, für die  $\Delta dBZ$  bei zwei Entfernungen

$r_{0a}$  und  $r_0$  ( $r_{0a} < r_0$ ) benötigt wird. Grundsätzlich könnte dazu jedes geeignete Entfernungspaar auf dem Strahl verwendet und so ein großer Datensatz von *PIA*-Werten erzeugt werden (mehrere *PIA*-Werte pro Strahl), aber um den Fehler durch die in Abbildung 7.19 ersichtlichen statistischen Schwankungen von  $\Delta dBZ$  gering zu halten, sollte der Pfad von  $r_{0a}$  bis  $r_0$  möglichst lang sein, damit die *PIA* selbst groß ist. In dieser Arbeit wird daher je Strahl nur eine *PIA*, nämlich über den maximal möglichen und sinnvollen Pfad gewählt und dabei wie folgt vorgegangen (nur Vergleichswerte des Verfahrens 4):

- $\Delta dBZ(r_{0a})$ : am Strahlanfang bestehen Probleme durch Abschattungsbeeinflussung der S-Pol-Vergleichsdaten und durch das dort sehr schmale Pulsvolumen des Radars Lema. Ausgehend von einer Mindestentfernung von 10 km wird  $\Delta dBZ$  über die ersten 5 Vergleichswerte ( $\Delta r = 1$  km) gemittelt, bei denen die Lema- und S-Pol-Werte mindestens 10 dBZ aufweisen. Diese Vergleichswerte müssen nicht unbedingt direkt aufeinanderfolgen, tun es aber meist.  $r_{0a}$  als deren mittlere Entfernung beträgt somit mindestens 12 km und ist von der Lage des ersten durchstrahlten Niederschlagsgebietes abhängig.
- $\Delta dBZ(r_0)$  bestimmt sich als Mittelwert über die letzten 5 Vergleichswerte im Entfernungsintervall 45 km bis 70 km, bei denen die Radargeräte Lema und S-Pol mindestens 10 dBZ aufweisen und die direkt aufeinander folgen. Sind in diesem Intervall keine solchen Werte vorhanden, wird der Strahl nicht weiter betrachtet.  $r_0$  (mittlere Entfernung der 5 Werte) befindet sich somit zwischen 47 km und 68 km, was einen maximal möglichen Pfad von 56 km Länge zuläßt. Dieses Vorgehen beschränkt die Analyse auf (meistens) recht lange Pfade, wobei aber die Probleme durch ein zu großes Lema-Pulsvolumen in weiter Entfernung vermieden werden. Kurze Pfade können sich nur ergeben, wenn  $r_{0a}$  groß ist, lassen sich aber durch die Forderung einer Mindestlänge herausfiltern.

Die  $PIA = \Delta dBZ(r_0) - \Delta dBZ(r_{0a})$  (Verfahren 4) beträgt für das obere Beispiel in Abbildung 7.19 13 dB über einen Pfad von 48 km und im unteren Beispiel 15 dB über 37 km. Man erkennt jedoch eindrucksvoll, daß die Genauigkeit dieser Werte stark von der erreichbaren Genauigkeit des Verfahrens 4 abhängt, weil statistische Schwankungen und Fehler von  $\Delta dBZ$  (blaue Kurve im jeweils unteren Panel der beiden Beispiele) auch bei einer Mittelung über 5 Werte noch Anlaß zu systematischen Fehlern bei *PIA* in der Größenordnung von mehreren dB geben können. Je kürzer der Pfad und je kleiner die *PIA*, desto größer ist folglich die relative Unsicherheit der *PIA*-Werte. Dennoch belegt gerade das untere Beispiel, wie wichtig hier eine Korrektur des Zeitversatzes ist, denn erst die zeitversatzkorrigierten Vergleichsdatensätze (rot und blau) zeigen eine plausible Übereinstimmung der Reflektivitätsstrukturen mit den Lema-Daten.

Trotz angewendeter Azimut- und Zeitversatzkorrektur bleiben hier als Fehlerquellen also immer noch die Ungenauigkeiten dieser Korrekturen, die sich in einem residualen systematischen räumlichen Versatz von Reflektivitätsstrukturen bei den Vergleichsdaten und einer Glättung der S-Pol-Daten bei der Interpolation bemerkbar machen und die in Abschnitt 7.6.4 bereits angesprochen worden sind. Die *PIA* ist aufgrund dieser Effekte und der anderen Fehlerquellen (Diskretisierung der Lema-Daten, Signalstatistik, usw.) ebenfalls mit einem recht großen Fehler behaftet, dessen Standardabweichung gerade bei konvektiven Verhältnissen (Hauptteil der Vergleichsdaten) noch deutlich größer ausfallen dürfte als die 2 dB, die in Abbildung 7.16 als Wurzel aus der Sockelvarianz bei schwachem bis mäßigem Niederschlag abzulesen sind (man denke an den Rand einer intensiven konvektiven Zelle, der bei einem geringen räumlichen Versatz in den Vergleichsdaten zu großen lokalen Reflektivitätsdifferenzen bei den Radargeräten Lema und Spol führen kann, zusätzlich zur *PIA*).



**Abb. 7.19.:** Darstellung von Vergleichsdatensätzen der Reflektivität in dBZ als Funktion der Schrägentfernung  $r_0$  von Radar Lema in km und die Reflektivitätsdifferenz  $\Delta dBZ = \{\widehat{\zeta}_a^{(spol)}\}_{Vi} - \widehat{\zeta}_a^{(lema)}$  für die zeitversatzkorrigierten Verfahren  $i=3$  und  $i=4$  wie in Abbildung 7.12. **Oberer Teil:** 17.9.1999 um 18:45 UTC, Azimut 229.25°, Elevation 3.5°. **Unterer Teil:** 20.9.1999 um 01:15 UTC, Azimut 258.25°, Elevation 2.5°.

Eine theoretische Vorhersage  $PIA_{theo}$  der  $PIA$  ergibt sich beispielsweise auf der Basis einer  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung (Potenzgesetz  $k_2 = aZ_e^b$ ) zu

$$PIA_{theo} = \int_{r_{0a}}^{r_0} k_2 dr' = a \int_{r_{0a}}^{r_0} Z_e^b dr' = a S_b \quad . \quad (7.41)$$

Die  $PIA_{theo}$  wächst linear mit  $S_b$ , welches im Folgenden auch mit dem Begriff „Z-Säule“ bezeichnet wird. Wenn die Dämpfung exakt dem Potenzgesetz folgt, dann ergibt eine Auftragung von  $PIA$  über  $S_b$  (pro analysiertem Strahl ein Wertepaar) eine Ursprungsgerade, deren Steigung dem Parameter  $a$  entspricht. Trägt man die aus den Messungen abgeleiteten  $PIA$ -Werte auf diese Weise auf, so machen sich die über den Pfad gemittelten Abweichungen der Extinktion vom Potenzgesetz durch Abweichungen von dieser Geraden bemerkbar.  $S_b$  kann für jeden Strahl (Pfad) als diskrete Summe über die mit  $b$  potenzierten S-Pol-Vergleichsreflektivitäten angenähert werden. Bei einer physikalischen Interpretation muß man allerdings die statistischen Unsicherheiten der Messung berücksichtigen, die zu einer scheinbaren Vergrößerung der mittleren Dämpfungsabweichung vom Potenzgesetz führt.

Als Vergleichsmaßstab dient in diesem Abschnitt der Potenzansatz für Regen im C-Band (gültig für Marshall-Palmer-Verteilung, Ansatz 2.7 auf Seite 12),

$$k_2 = 1.045 \cdot 10^{-5} Z_e^{0.942} \quad , \quad (7.42)$$

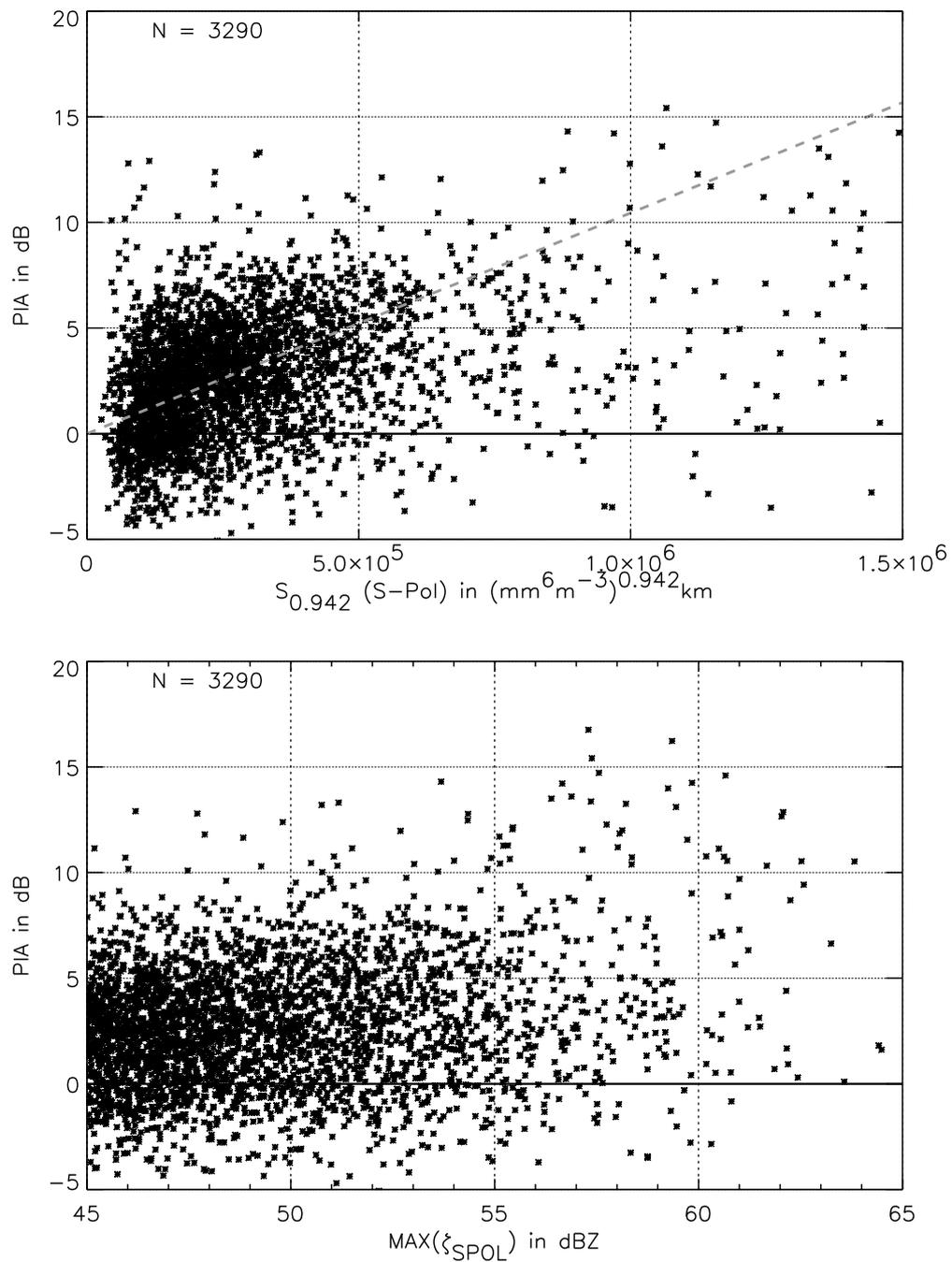
wie er in Abschnitt 5.4.1 theoretisch für  $T = 10^\circ\text{C}$  und  $D_{max} = 6$  mm bestimmt worden ist und wie er bei einem klassischen iterativen Dämpfungskorrekturalgorithmus (Hitschfeld und Bordan, 1954, oder Hildebrand, 1978) angewendet werden könnte. Die Z-Säule  $S_b$  wird so zu  $S_{0.942}$ .

Der vorhandene Vergleichsdatensatz der MAP-SOP erlaubt zwar keine detaillierte klimatologische Studie, aber die Menge von 7 Niederschlagsereignissen erlaubt zumindest eine Trennung der Analyse nach interessanten Strahlen bei konvektiven und stratiformen Fällen. Die Ereignisse vom 17.9., 19.9., 20.9, 30.9., 23.10. und 6.11.1999 haben überwiegend konvektiven Charakter mit z.T. intensiven Zellstrukturen, während der Stauniederschlag vom 21.10. ein ausgeprägtes Helles Band in der Höhe der Schmelzzone (siehe Tabelle 7.3 auf Seite 133) aufweist. Interessant sind insbesondere Fälle von starker Dämpfung bei konvektiven Zellen (hohe Reflektivitäten), bei denen im hauptsächlich beobachteten Höhenband von 2000 m NN bis 5000 m NN eine Mischung aus allen möglichen Hydrometeorarten im Pulsvolumen vorhanden sein kann, und Fälle, die einen möglichst langen Strahlweg innerhalb der Schmelzzone erlauben, so daß die Dämpfung im Hellen Band untersucht werden kann. Schmelzender Graupel bzw. Schnee verursacht bei den theoretischen Rechnungen in den Abschnitten 5.4.6 bzw. 5.4.7 eine signifikant höhere Extinktion als Regen bei gleicher Reflektivität, während die Verhältnisse bei Hagel (schmelzend oder trocken, Abschnitte 5.4.2 und 5.4.3) umgekehrt sind. Die Bandbreite der simulierten Werte ist allerdings sehr hoch, so daß von einer hohen natürlichen Variabilität der  $PIA$  als Funktion von  $S_{0.942}$  ausgegangen werden muß, die einen eventuellen systematischen Unterschied zu reinem Regen bei den konvektiven und stratiformen Fällen überlagert.

Im Folgenden werden zuerst die konvektiven Ereignisse untersucht und danach der stratiforme Fall vom 21.10.1999.

### ***PIA* bei den konvektiven Ereignissen des Datensatzes**

Betrachtet man die mittels der im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen Methodik abgeleitete  $PIA$  als Funktion von  $S_{0.942}$  für die Tage 17.9., 19.9., 20.9, 30.9., 23.10. und 6.11.1999 mit konvektiven Niederschlägen des Vergleichsdatensatzes (pro Strahl ein Wertepaar), ergibt sich die Darstellung in Abbildung 7.20 oben. Hier wurden der Übersichtlichkeit halber nur Strahlen dargestellt, bei denen die



**Abb. 7.20.:** Oben:  $PIA$  in dB als Funktion von  $S_{0.942}$  in  $(\text{mm}^6 \text{ m}^{-3})^{0.942} \text{ km}$  nach Gleichung (7.42) für konvektive Fälle mit einer maximalen S-Pol-Vergleichsreflektivität  $\{\widehat{\xi_a^{(spol)}}\}_{V4}$  entlang des Strahls von mehr als 45 dBZ. Unten: Dieselben  $PIA$ -Werte, aber als Funktion jener maximalen S-Pol-Vergleichsreflektivität in dBZ.

maximale S-Pol-Reflektivität entlang des Strahls mindestens 45 dB beträgt und bei denen somit mit einem meßbaren Dämpfungseffekt gerechnet werden kann. Die graue gestrichelte Gerade bezeichnet  $PIA_{theo}$  bei Annahme des Potenzgesetzes nach Gleichung (7.42) (Regenbeziehung). Was die für die dargestellten 3290  $PIA$ -Werte repräsentativen Pfadlängen  $r_0 - r_{0a}$  angeht, so liegen 20 % davon zwischen 12 km und 33 km, weitere 20 % zwischen 33 km und 41 km, nochmals 20 % zwischen 41 km und 50 km und 40 % zwischen 50 km und 56 km. 60 % der Pfade sind also länger als 41 km.

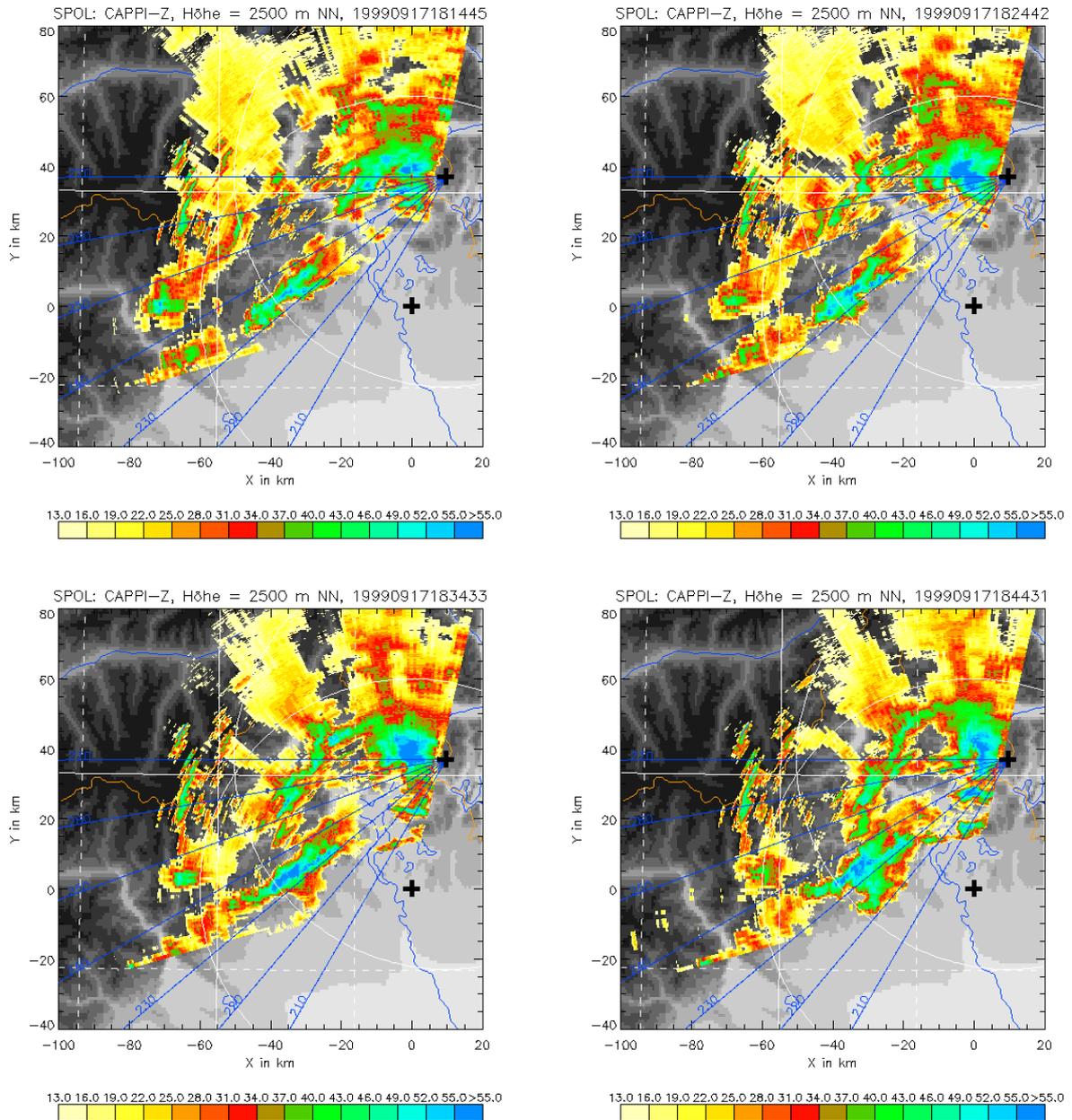
Die  $PIA$  ist bei größerer  $Z$ -Säule tendenziell höher und erreicht Werte von bis zu 15 dB. Es ist jedoch eine große Bandbreite vorhanden, die teils auf die Fehler des Verfahrens 4, teils aber auch auf die natürliche Variabilität (besonders bei Anwesenheit von eisförmigen bzw. schmelzenden Hydrometeorarten) zurückgeführt werden muß. Die hier betrachteten Strahlen entstammen hauptsächlich Messungen bei konvektiven Ereignissen im Höhenband zwischen etwa 2000 m und 5000 m NN, wo nicht nur Regen, sondern auch eine Mischung verschiedener, teils schmelzender Hydrometeorarten mit stark variablen Rückstreueigenschaften erwartet werden darf, die im Pulsvolumen zudem räumlich inhomogen verteilt sein können. Die physikalisch eigentlich „verbotenen“ negativen  $PIA$ -Werte entstehen durch die Unzulänglichkeiten des Vergleichsverfahrens.

Die Regenbeziehung für 10 °C beschreibt für die meisten analysierten Strahlen mit  $S_{0,942} < 5 \cdot 10^5$  den Mittelwert der tatsächlich aufgetretenen Dämpfung gut. Bei größeren Werten von  $S_{0,942}$  scheint die tatsächlich aufgetretene  $PIA$  jedoch systematisch kleiner zu sein als aufgrund der Regenbeziehung erwartet werden kann. Es ist nun so, daß große Werte für  $S_{0,942}$  meist auch hohe lokale Reflektivitäten implizieren. Ein Wert von beispielsweise  $S_{0,942} \approx 10^6 \text{ (mm}^6 \text{ m}^{-3})^{0,942} \text{ km}$  kann im hier vorliegenden Falle ( $\Delta r = 1 \text{ km}$ ) durch 2 Reflektivitätsmeßwerte von 60 dBZ, durch 19 Werte mit 50 dBZ oder 170 Werte mit 40 dBZ zustande kommen. Letzteres kommt bei einer Maximalzahl von 56 Werten entlang des Strahls gar nicht vor. Bei so hohen Reflektivitäten kann die Anwesenheit von Hagel nicht ausgeschlossen werden, der vergleichsweise schwach dämpft und für die beobachteten niedrigen  $PIA$ -Werte bei großen  $S_{0,942}$  mitverantwortlich sein könnte (neben den Fehlern von Verfahren 4 selbst). Würde man die Regenbeziehung hier in einem Dämpfungskorrekturalgorithmus verwenden, entstünde eine Überkorrektur mit der Möglichkeit des Instabilwerdens.

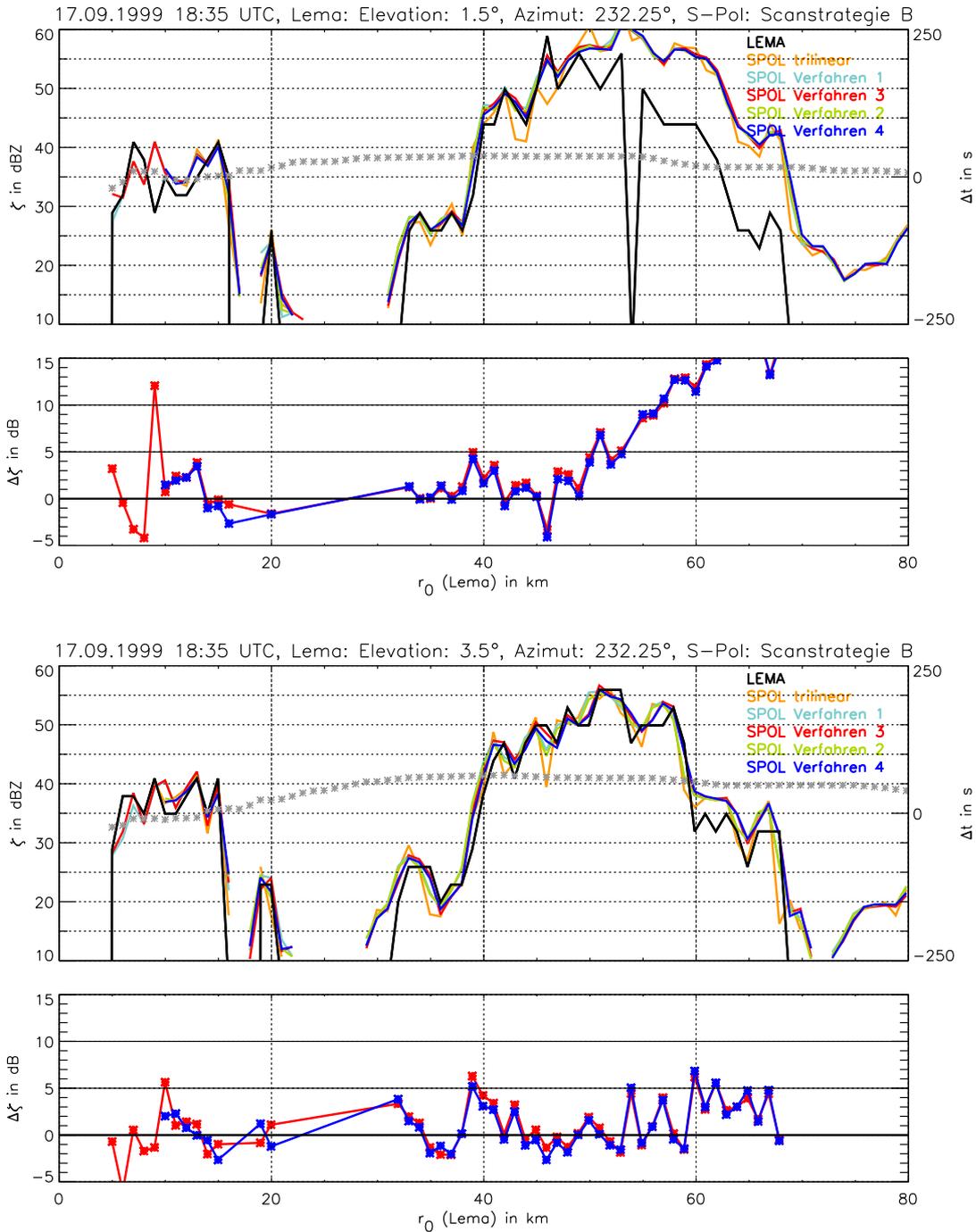
Stratifiziert man die Punktwolke der Abbildung 7.20 oben nicht nach  $S_{0,942}$ , sondern nach der maximal aufgetretenen S-Pol-Reflektivität (Abbildung 7.20 unten), so fällt auf, daß die  $PIA$  nur schwach von diesem Parameter abhängig ist. Allenfalls bei den Strahlen mit maximaler Reflektivität von über 55 dBZ kann von einem tendenziellen Anstieg der mittleren  $PIA$  gesprochen werden, aber auch hier mit einer großen Bandbreite (Meßfehler, Einfluß von verschiedenen Hydrometeorarten) und leider schwacher Statistik, weil solche Fälle sehr selten sind.

Die Strahlen mit den höchsten  $PIA$ -Werten bis über 15 dB stammen meist vom 17.9.1999 aus der Zeit von 17:30 UTC bis etwa 19 UTC. Während dieser Zeit bildeten sich intensive größere konvektive Zellkomplexe im Auswertebereich nordwestlich des Radars S-Pol mit maximalen Reflektivitäten über 60 dBZ. Einige Horizontalschnitte durch S-Pol-Volumenscans in 2500 m NN während des Zeitraums 18:25 UTC bis 18:45 UTC im Abstand von 10 min finden sich Abbildung 7.21. Der Horizontalschnitt rechts unten zeigt die Verhältnisse zur Zeit der Messung des Beispielstrahls in Abbildung 7.19 oben (18:45 UTC), und auch die anderen Schnitte sind für die Interpretation von im Folgenden noch dargestellten Beispielstrahlen von Bedeutung. Besonders interessant für die Anwendung der Dual-Radar-Methode erscheint die Gewitterlinie, die sich in den dargestellten Horizontalschnitten etwa 30 km westlich des Radars S-Pol bildet, weil diese eine radial zum Radar Lema ausgerichtete linienhafte Struktur darstellt und dem S-Pol-Radar eine freie Sicht von der Seite bietet. Zu erwartende starke Dämpfung paart sich hier mit zu erwartenden kleinen Fehlern der Dual-Radar-Methode.

Die auswertbare Periode dieses Ereignisses endet mit dem Eintreffen des sich unmittelbar westlich des Radars Lema bildenden Zellkomplexes am Standort des Lema mit in der Folge starker Niederschlags- und Radomdämpfung (siehe auch Abschnitt 7.6.2). Die aufgezeichneten Lema-



**Abb. 7.21.:** Horizontalschnitte (Pseudo-CAPPI) der S-Pol-Reflektivität in dBZ in einer Höhe von 2500 m NN vom 17.9.1999 um 18:15 UTC (oben links), 18:25 UTC (oben rechts), 18:35 UTC (unten links) und 18:45 UTC (unten rechts). Der S-Pol-Standort (schwarzes Kreuzchen) befindet sich im Koordinatenursprung, das andere schwarze Kreuzchen stellt den Lema-Standort dar. Blaue Linien kennzeichnen die Lema-Radiale  $210^\circ$  bis  $270^\circ$  in Schritten von  $10^\circ$ .



**Abb. 7.22.:** Darstellung von Vergleichsdatensätzen der Reflektivität in dBZ als Funktion der Schrägen-entfernung  $r_0$  von Radar Lema in km und die Reflektivitätsdifferenz  $\Delta dBZ = \{\zeta_a^{(spol)}\}_{Vi} - \zeta_a^{(lema)}$  für die zeitversatzkorrigierten Verfahren  $i=3$  und  $i=4$  wie in Abbildung 7.12. **Oberer Teil:** 17.9.1999 um 18:35 UTC, Azimut 232.25°, Elevation 1.5°. **Unterer Teil:** 17.9.1999 um 18:35 UTC, Azimut 232.25°, Elevation 3.5°.

Reflektivitäten fallen hier oft kleiner als 13 dBZ aus und wurden nicht aufgezeichnet, was eine weitere Auswertung unmöglich macht.

Ein eindrucksvolles Beispiel starker C-Band-Dämpfung bietet die Gewitterlinie um 18:35 UTC beim Lema-Strahl mit Azimut  $232.25^\circ$  und Elevation  $1.5^\circ$  (Abbildung 7.22 oben). Hier beträgt die *PIA* zwischen einer Schrägentfernung  $r_0$  von 45 km bis 60 km etwa 15 dB, was einem mittleren Dämpfungskoeffizienten von  $1 \text{ dB km}^{-1}$  gleichkommt. Überraschend ist jedoch, daß die Messung in der darüberliegenden Elevation  $3.5^\circ$  etwa zur gleichen Zeit fast keine Dämpfung zeigt (Abbildung 7.22 unten), obwohl die Reflektivitäten fast gleich groß sind. Da die Übereinstimmung der Reflektivitätsstrukturen der Vergleichsdaten plausibel aussieht, erscheint eine physikalische Interpretation gerechtfertigt. Dies zeigt, wie variabel der Dämpfungseffekt in ein und derselben konvektiven Zelle sein kann.

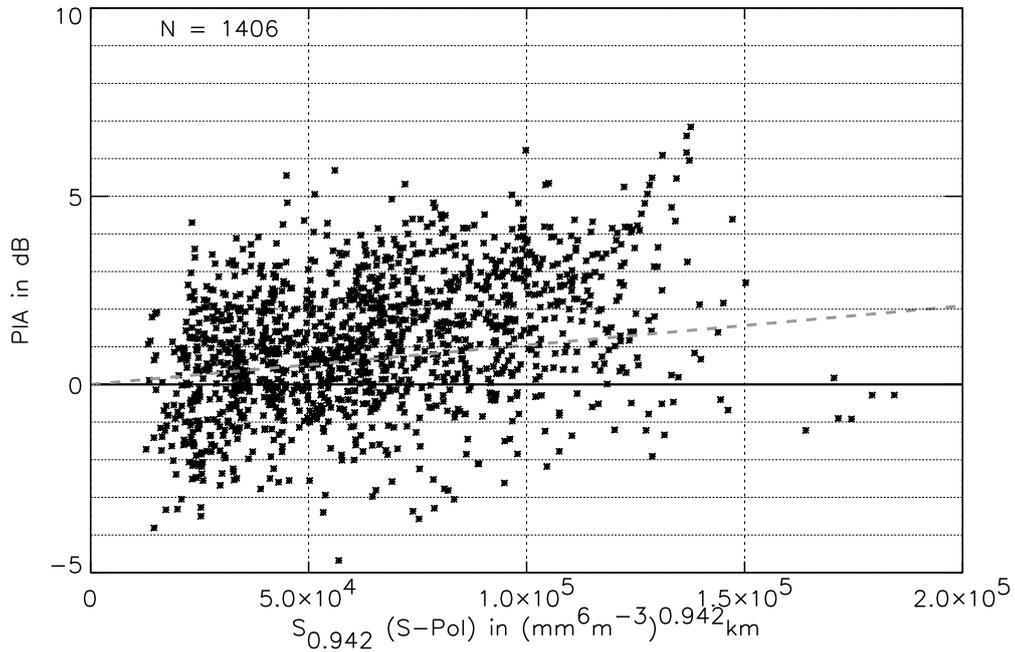
Insgesamt ist aber festzustellen, daß auch bei der *PIA* die Unsicherheiten der Bestimmung der Vergleichsdatensätze noch zu groß sind, als daß eine systematische quantitative Analyse (beispielsweise detaillierte Untersuchung einzelner Zellen, Stratifizierung nach Höhe relativ zur Schmelzzone, nach Schrägentfernung usw.) möglich sein dürfte. Bei den dargestellten Strahlbeispielen war die Bestimmung von S-Pol-Vergleichsdatensätzen meist besonders erfolgreich, und selbst diese erlauben nur qualitative Aussagen hinsichtlich der *PIA* und nicht die Ableitung von lokalen Dämpfungskoeffizienten (allenfalls Mittelwerte über längere Pfade). Es gibt viele andere Fälle mit deutlich schlechterer Übereinstimmung der Reflektivitätsstrukturen der S-Pol-Vergleichsdaten mit der Lema-Messung.

### ***PIA* beim stratiformen Fall vom 21.10.1999**

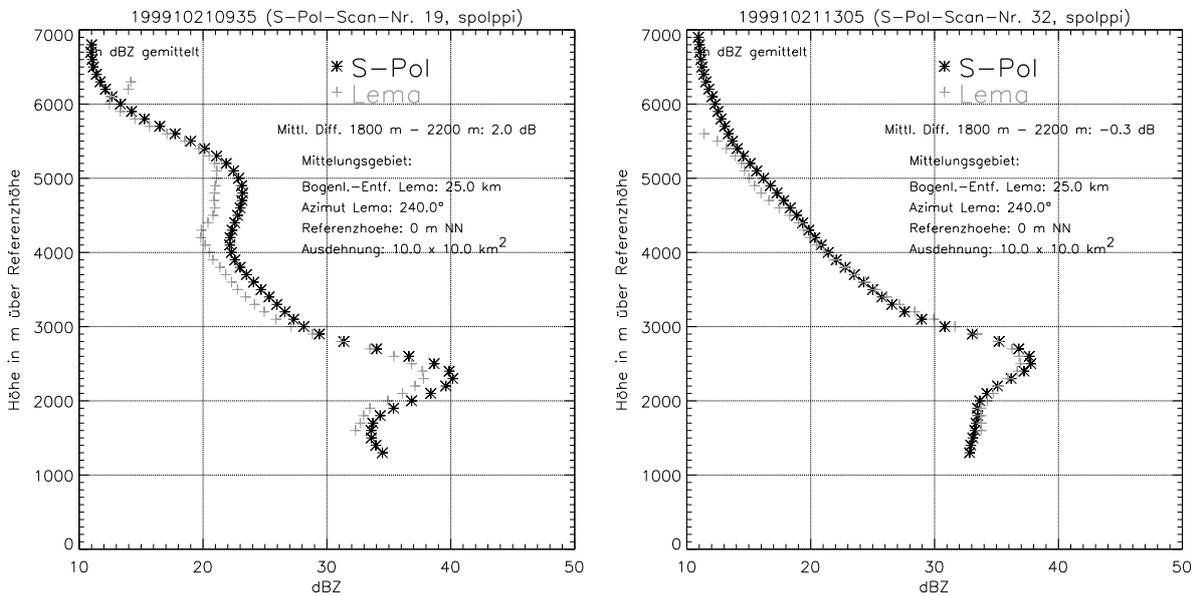
Führt man dieselbe Analyse für Strahlen durch, die während des stratiformen Stauniederschlagsereignisses vom 21.10.1999 gemessen worden sind, darf man Aussagen über die Dämpfung im Hellen Band (Schmelzzone) erwarten. Nach Tabelle 7.3 ist an diesem Tag das Helle Band im Höhenintervall von etwa 2000 m NN bis 3000 m NN zu finden. Die Lema-Strahlen der unteren Elevationen  $0.5^\circ$  bis etwa  $3.5^\circ$  weisen nach Abbildung G.1 auf Seite 261 einen langen, weitgehend horizontalen Strahlweg durch dieses Höhenband auf und sind deshalb geeignet, um die Dämpfung in der Schmelzzone zu untersuchen. Dazu werden wiederum die mit dem Verfahren 4 bestimmten Vergleichsdatensätze im Auswertebereich nach Abschnitt 7.2 herangezogen. Das S-Pol wurde hier überwiegend mit  $120^\circ$ -Sektorscans der Scanstrategie A (Abbildung G.2 auf Seite 262) betrieben.

Bei diesem stratiformen Fall erreicht das Reflektivitätsmaximum im Hellen Band selten Werte über 40 dBZ und ist stets kleiner als 45 dBZ. Deshalb ist zu erwarten, daß die *PIA* wesentlich kleiner ausfällt als bei den untersuchten konvektiven Fällen, und darum ist die Unsicherheit des Reflektivitätsvergleichs trotz Azimut- und Zeitversatzkorrektur vermutlich größer als die meßbare *PIA* durch die Schmelzzone selbst. Die Interpretation muß daher mit Vorsicht vorgenommen werden.

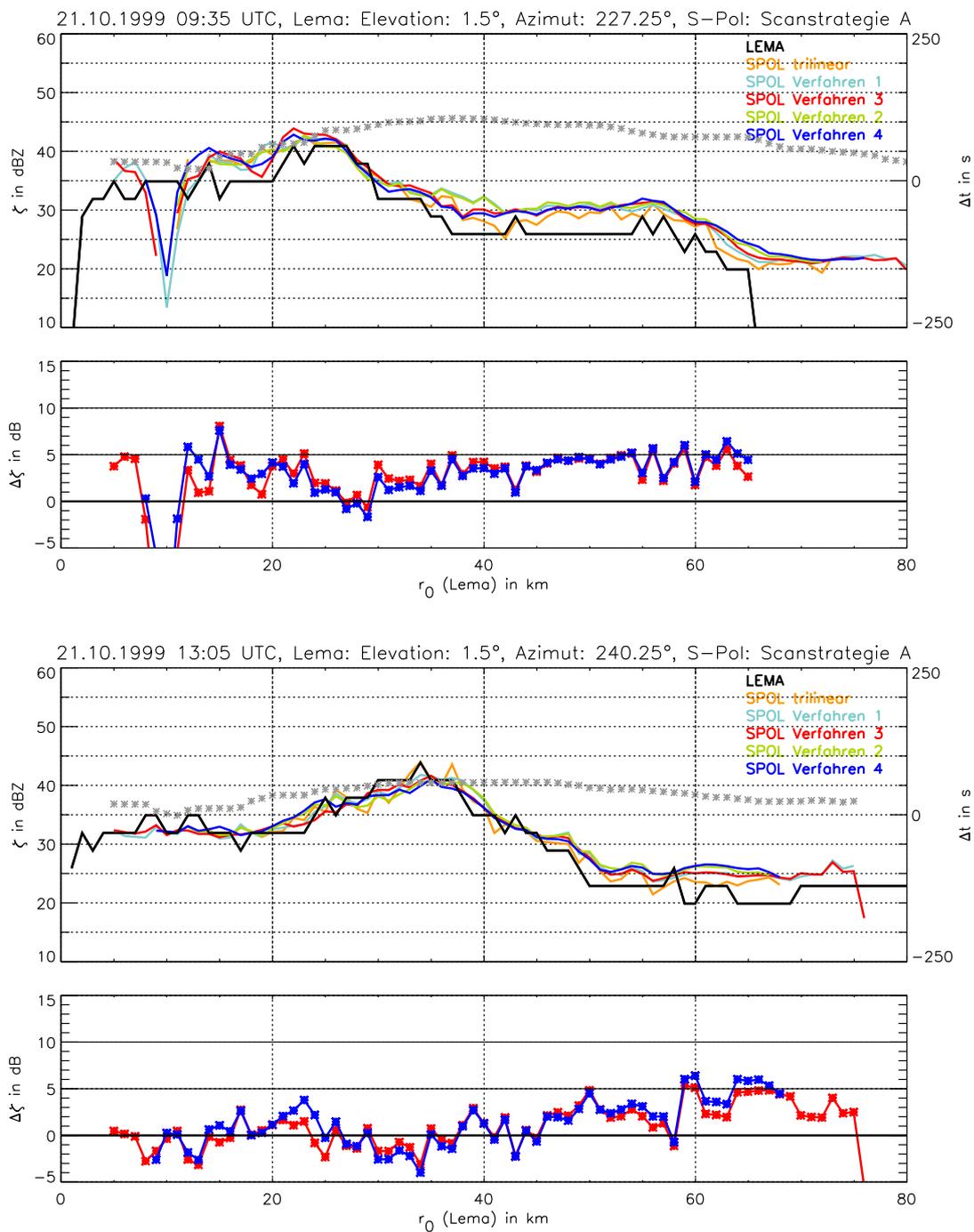
Um die Analyse auf interessante Fälle zu beschränken, werden nur Strahlen betrachtet, bei denen die maximale S-Pol-Vergleichsreflektivität  $\{\zeta_a^{(spol)}\}_{V4}$  entlang des Pfades mindestens 35 dBZ beträgt. Darunter dürfte kaum mit einem meßbaren Dämpfungseffekt zu rechnen sein. Für diese Strahlen zeigt Abbildung 7.23 wiederum die *PIA* als Funktion der Z-Säule  $S_{0.942}$ . Die *PIA* steigt tendenziell gegen größere  $S_{0.942}$  an und erreicht Werte bis zu 7 dB. Die Bandbreite ist jedoch sehr groß und erstreckt sich auch in den physikalisch verbotenen negativen Bereich der *PIA*. Wie erwartet wirken sich die Unsicherheiten des Reflektivitätsvergleichs stark aus und sind größer als der zu messende physikalische Effekt. Mit der gebotenen Vorsicht läßt sich lediglich qualitativ feststellen, daß die *PIA* bei größeren Z-Säulen tendenziell größer als der bei Regen erwartete Wert ist (graue gestrichelte Linie). Die nach den theoretischen Berechnungen für schmelzenden Graupel bzw. Schnee (Abschnitt 5.4.6 und 5.4.7) zu erwartende, im Vergleich zu Regen recht starke Dämpfung kann hier weder bestätigt noch widerlegt werden.



**Abb. 7.23.:** Analog zu Abbildung 7.20 (oben), hier aber für alle Strahlen während des stratiformen Ereignisses vom 21.10.1999, bei denen die maximale S-Pol-Vergleichsreflektivität  $\{\widehat{\zeta}_a^{(spol)}\}_{V4}$  größer als 35 dBZ gewesen ist (Strahlweg durch die Schelzzone so sichergestellt).



**Abb. 7.24.:** Vertikalprofile der Reflektivität in dBZ als Funktion der Höhe über NN in m der Radargeräte Lema und S-Pol, horizontal gemittelt über ein Gebiet von  $10 \times 10 \text{ km}^2$ , dessen Mittelpunkt 25 km vom Lema-Standort in Richtung  $240^\circ$  entfernt ist (zentral im Auswertebereich). **Links:** 21.10.1999, 09:35 UTC. **Rechts:** 21.10.1999, 13:05 UTC. Absolute Kalibrierungsfehler und Azimutfehler beider Radargeräte korrigiert.



**Abb. 7.25.:** Darstellung von Vergleichsdatensätzen der Reflektivität in dBZ als Funktion der Schrägentfernung  $r_0$  von Radar Lema in km und die Reflektivitätsdifferenz  $\Delta dBZ = \{\zeta_a^{(spol)}\}_{Vi} - \zeta_a^{(lema)}$  für die zeitversatzkorrigierten Verfahren  $i=3$  und  $i=4$  wie in Abbildung 7.12. **Oberer Teil:** 21.10.1999 um 09:35 UTC, Azimut 227.25°, Elevation 1.5°. **Unterer Teil:** 21.10.1999 um 13:05 UTC, Azimut 240.25°, Elevation 1.5°.

Neben den großen Unsicherheiten der theoretischen Beschreibung der Rückstreuungseigenschaften einzelner Partikel (effektiver Brechungsindex der Partikel, Größenverteilung, Schmelzgrad, Form, usw.) wird der Vergleich durch den Umstand erschwert, daß die theoretischen Rechnungen unter Annahme von homogener Strahlfüllung durchgeführt wurden. Bei der vorliegenden Konfiguration des Hellen Bandes und der fast horizontalen Radarstrahlen muß aber davon ausgegangen werden, daß in größerer Entfernung vom Radar Lema bei einer vertikalen Ausdehnung des Strahlvolumens von mehreren 100 bis 1000 m u.U. die gesamte Variationsbreite des Schmelzgrades der Partikel innerhalb eines Pulsvolumens zu finden ist (im oberen Teil beginnendes Schmelzen mit starker Dämpfung, im unteren Teil fast geschmolzene Partikel mit schwacher Dämpfung wie bei Regen). Die gemessene *PIA* repräsentiert den Effektivwert nach den Gleichungen 3.37 und 3.39 aus Abschnitt 3.5 unter dem Einfluß von nichtgleichmäßiger Dämpfung über das Pulsvolumen und auch über den Weg verschiedener Strahlteile vom Radar zum Pulsvolumen und kann nicht unmittelbar mit den theoretischen Rechnungen verglichen werden. Nichtsdestoweniger sind es genau diese Effektivwerte, die bei einer Dämpfungskorrektur zu berücksichtigen sind — deren Messung ist also grundsätzlich von Interesse.

Zur Illustration sollen auch in diesem Abschnitt zwei Beispielstrahlen dargestellt werden, die den Verlauf der Vergleichsdaten in Abhängigkeit der Schrägentfernung  $r_0$  vom Radar Lema zeigen (Abbildung 7.25 oben und unten). Die zugehörigen, für das Auswerteggebiet repräsentativen Vertikalprofile der Reflektivität, abgeleitet aus den Lema- und S-Pol-Volumendatensätzen, finden sich in Abbildung 7.24, wobei das linke Profil zum oberen Strahl in Abbildung 7.25 korrespondiert und das rechte Profil zum unteren Strahl. Zur Zeit der Messung des oberen Strahls erstreckte sich das Helle Band von etwa 1800 m bis 2800 m mit einer Reflektivitätsamplitude von ca. 7 dB. Der zugehörige obere Lema-Strahl in Abbildung 7.25 zeigt den Einfluß dieses Hellen Bandes durch ein markantes Maximum der Reflektivität zwischen etwa 15 km und 40 km Entfernung. Die S-Pol-Vergleichsdaten können den Verlauf bei Entfernungen größer 25 km gut wiedergeben, jedoch nicht in der Nähe des Radars Lema. Dies führt zu Problemen bei der Bestimmung der Reflektivitätsdifferenz am Strahlanfang und somit zu einer Unsicherheit der abgeleiteten *PIA*, die zur Streuung in Abbildung 7.23 beiträgt. Interpretiert man die blaue Differenzkurve des Verfahrens 4 im unteren Panel der oberen Strahldarstellung in Abbildung 7.25 „mit Augenmaß“, dann läßt sich die *PIA* beim Durchgang durch das Helle Band zu etwa 2 bis 3 dB über eine Pfadlänge von 30 km abschätzen, was einen mittleren effektiven Dämpfungskoeffizienten von 0.07 bis 0.1 dB km<sup>-1</sup> ergibt. Ein ähnliches Vorgehen beim unteren Strahl liefert etwas mehr Dämpfung, obwohl das mittlere Reflektivitätsprofil im Hellen Band zu dieser Zeit eine um 3 dB kleinere maximale Reflektivität aufweist (Abbildung 7.24 rechts).

Gerade bei schwach ausgeprägten Extinktionseffekten wie in diesem Abschnitt ist eine hohe Qualität der S-Pol-Vergleichsdatensätze unabdingbar. Dies konnte trotz aller sorgfältigen Korrekturen beim Verfahren 4 nicht befriedigend erreicht werden, weshalb die Interpretation über ein qualitatives Stadium nicht hinauskommen kann.

## 7.7. Einfluß des Extinktionseffektes auf die integrierten Niederschlagssummen während der MAP-SOP

Es hat sich herausgestellt, daß die Ableitung von Extinktionsparametern mittels der in dieser Arbeit vorgeschlagenen Dual-Radar-Methode äußerst schwierig ist und trotz aufwendiger Korrekturen wegen der starken zeitlichen und räumlichen Variabilität des Reflektivitätsfeldes zu keinen befriedigenden Ergebnissen führt. Diese Probleme müssen auch bei allen anderen in der Literatur vorgeschlagenen Dual-Radar-Methoden (siehe Abschnitt 4.1.2 auf Seite 41) als präsent angenommen werden.

Wesentlich robuster gestaltet sich hingegen die Untersuchung der systematischen Wirkung des Dämpf-

fungseffektes im langzeitlichen Mittel, wie sie in diesem Abschnitt durchgeführt wird. Diese Fragestellung ist für den operationellen Radarbetrieb von Interesse, wenn es darum geht, die dämpfungsbedingte Größenordnung der Niederschlagsunterschätzung mit anderen Fehlerquellen wie Kalibrierungsfehler, Strahlabschattung und Einfluß des Vertikalprofils der Reflektivität bei bodenfernen Messungen zu vergleichen und somit die Notwendigkeit einer Dämpfungskorrektur zu beurteilen. Die mittlere Dämpfungswirkung wird untersucht, indem auf ein einheitliches kartesisches Gitter interpolierte aus den Daten von Lema und S-Pol abgeleitete integrierte Niederschlagssummen über alle zeitlich korrespondierenden Volumendatensätze verglichen werden. Zur Berechnung der Niederschlagssumme dient bei beiden Radargeräten dieselbe  $Z_e$ - $R$ -Beziehung  $Z_e = 300R^{1.5}$ , wobei  $Z_e$  in  $\text{mm}^6 \text{m}^{-3}$  und  $R$  in  $\text{mmh}^{-1}$  einzusetzen sind. Die zeitliche Integration glättet die statistischen Fehler durch den lokalen Zeitversatz der Messungen, und die Wirkung der Dämpfung sollte sich als mit zunehmender Entfernung zunehmende Unterschätzung der Niederschlagssumme von Radar Lema gegenüber Radar S-Pol bemerkbar machen. Wegen der zeitlichen Integration geht zwar die Information über  $k_2$  als Funktion von  $Z_e$  verloren, aber es kann abgeschätzt werden, welchen Einfluß die Extinktion auf die integrierten Niederschlagssummen während der MAP-SOP hat.

Als Vergleichsgröße wird hier die Niederschlagssumme und nicht die eigentliche Meßgröße der integrierten Reflektivität gewählt, weil die Niederschlagssumme für eine breitere Öffentlichkeit besser zu interpretieren ist. Man sollte jedoch im Hinterkopf behalten, daß die hier berechnete „Niederschlagssumme“ im Grunde lediglich den zeitlich integrierten Wert von  $Z_e^{2/3}$  darstellt und nicht etwa die „physikalische“ Niederschlagssumme am Boden, wie sie sich aus Bodenmessungen ergeben würde.

Das für die Volumendatensätze beider Radargeräte gemeinsame kartesische Vergleichsgitter besitzt eine Maschenweite von 500 m in allen drei Raumrichtungen und erstreckt sich über das gesamte Auswertebereich im nordwestlich des S-Pol gelegenen Quadranten. Vertikal kommen die drei Höhenniveaus 2500 m NN, 3000 m NN und 3500 m NN zur Anwendung. Diese befinden sich noch nicht allzu weit weg vom Erdboden und werden gleichzeitig von den Volumendatensätzen beider Radargeräte gut erfaßt (Radar Lema befindet sich in einer Höhe von 1625 m NN und dessen unterste Elevation ist oftmals stark mit „Clutterlöchern“ übersät, deswegen machen niedrigere Vergleichsniveaus keinen Sinn). Für jeden Zeitpunkt, an dem sowohl ein S-Pol- als auch ein Lema-Volumendatensatz vorhanden ist, werden zunächst die Polardatensätze der Reflektivität der beiden Radargeräte mit der in Anhang E.2.2 auf Seite 246 beschriebenen Methode (Einflußgebietsmittelung mit Cressman-Gewichtsfunktion) unter Korrektur der Azimutfehler auf die kartesischen Gitterpunkte interpoliert. Die Größe des zylinderförmigen Einflußgebietes wird hierbei durch den horizontalen Radius  $r_h = 1500$  m und den vertikalen Radius  $r_v = 800$  m definiert. Dies führt zu einer Glättung der gemessenen lokal höchst unterschiedlichen Auflösung der Reflektivitätsstrukturen beider Radargeräte auf eine im gesamten Auswertebereich vergleichbare räumliche Repräsentativität, und durch Nichtbeachtung von Ausfallwerten werden eventuelle „Clutterlöcher“ bei den Lema-Daten durch den Mittelwert der gültigen Messungen im Einflußgebiet aufgefüllt. Anschließend werden die kartesisch interpolierten Reflektivitäten mit der obigen  $Z_e$ - $R$ -Beziehung unter Korrektur der absoluten Kalibrierungsfehler in die äquivalente Regenrate  $R$  umgerechnet und mit einer Meßzeit von 5 min multipliziert, um eine äquivalente Niederschlagsmenge zu erhalten. Diese Meßzeit ist für die Zeit einer Volumensmessung bei beiden Radargeräten repräsentativ, wenn man sich auf Volumenscans der Scan-Strategie A des S-Pol beschränkt, was im Folgenden geschehen ist. Die Summe über alle kartesischen Datensätze der äquivalente Niederschlagsmenge bildet als Gesamtniederschlagsmenge  $A_{spol}$  bzw.  $A_{lema}$  die interessierende Vergleichsgröße. Es soll noch einmal deutlich hervorgehoben werden, daß bei der Umrechnung von  $Z_e$  in  $R$  keine Rücksicht auf verschiedene Hydrometeorarten genommen wird und so  $A_{spol}$  und  $A_{lema}$  lediglich äquivalente Summen darstellen, die nicht als physikalische Niederschlagsmengen interpretiert werden können.

Der lokale Zeitversatz der Radarmessungen dürfte bei einer solchen Analyse desto weniger eine Rolle

spielen, je mehr Vergleichsvolumendatensätze benutzt werden, weil die dadurch verursachten Abweichungen zunehmend herausgemittelt werden. Um dies untersuchen zu können, wurde im Auswerteprogramm ein rein advektives Zeitversatzkorrekturschema zuschaltbar angelegt, das die Polardatensätze der Radargeräte Lema und S-Pol vor der kartesischen Interpolation mit dem in Anhang F auf Seite 251 beschriebenen Advektionsverfahren auf den gleichen Zeitpunkt (Mitte des Lema-Scanintervalls) korrigiert. Die dazu notwendigen horizontalen Verlagerungsgeschwindigkeitsfelder werden genauso bestimmt wie bei den Verfahren 3 und 4 des Dual-Radar-Verfahrens.

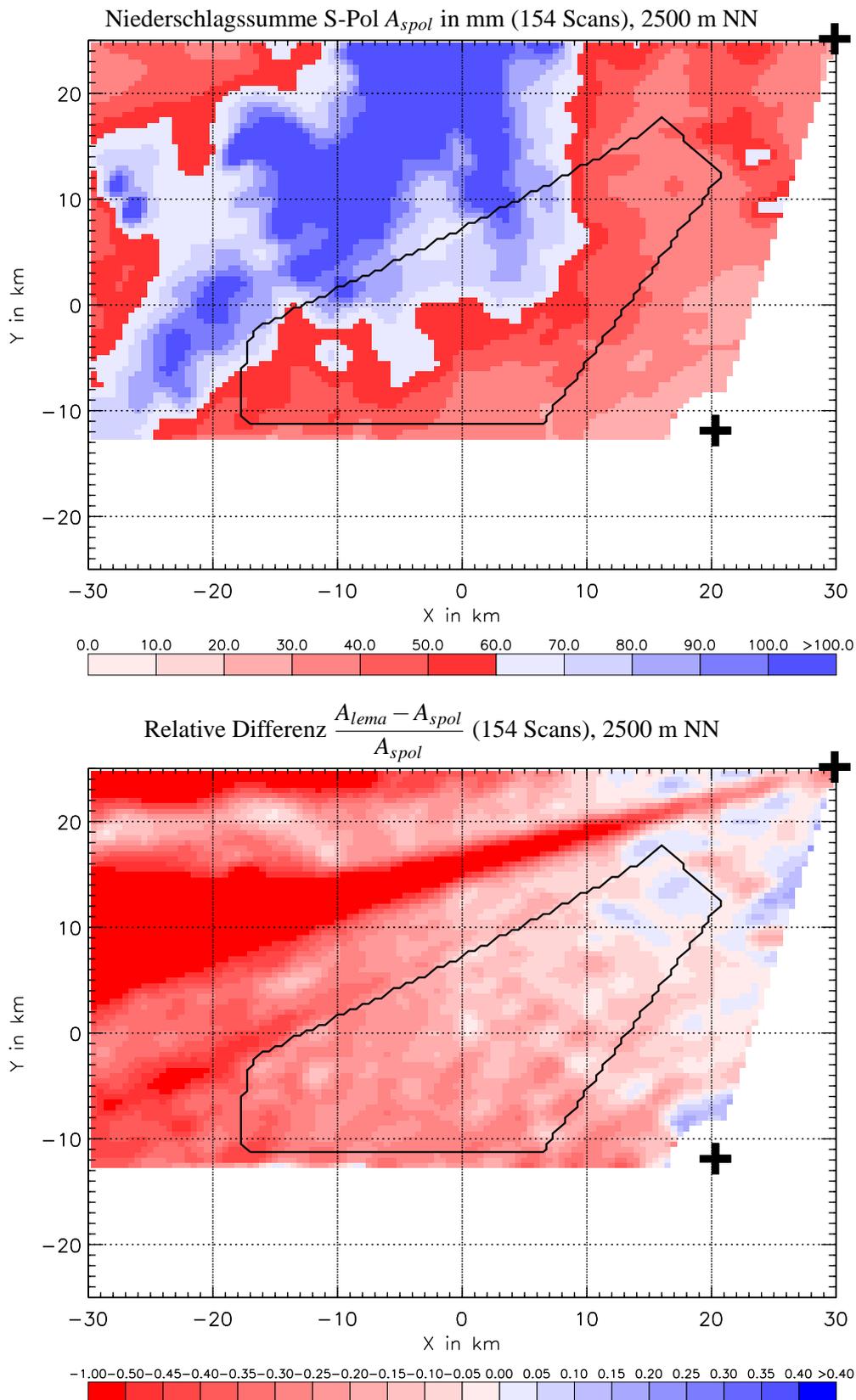
Des Weiteren kann bei den Lema-Volumendatensätzen eine iterative Dämpfungskorrektur auf der Basis eines einfachen Potenzgesetzes  $k_2 = aZ_e^b$  für die  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung zugeschaltet werden. Damit ist es möglich, den mittleren Effekt der Dämpfungskorrektur bei den integrierten Niederschlagssummen zu untersuchen. Der dämpfungskorrigierte Wert  $\widehat{\zeta_{e,i}^{(lema)}}$  des  $i$ -ten gemessenen diskreten logarithmischen Reflektivitätswertes  $\widehat{\zeta_{a,i}^{(lema)}}$  entlang eines Lema-Strahls ( $i > 1$ ) kann dabei iterativ nach der Formel

$$\widehat{\zeta_{e,i}^{(lema)}} = \widehat{\zeta_{a,i}^{(lema)}} + a \sum_{j=1}^{i-1} 10^{0.1b} \widehat{\zeta_{e,j}^{(lema)}} \quad \text{mit} \quad \widehat{\zeta_{e,1}^{(lema)}} = \widehat{\zeta_{a,1}^{(lema)}} \quad (7.43)$$

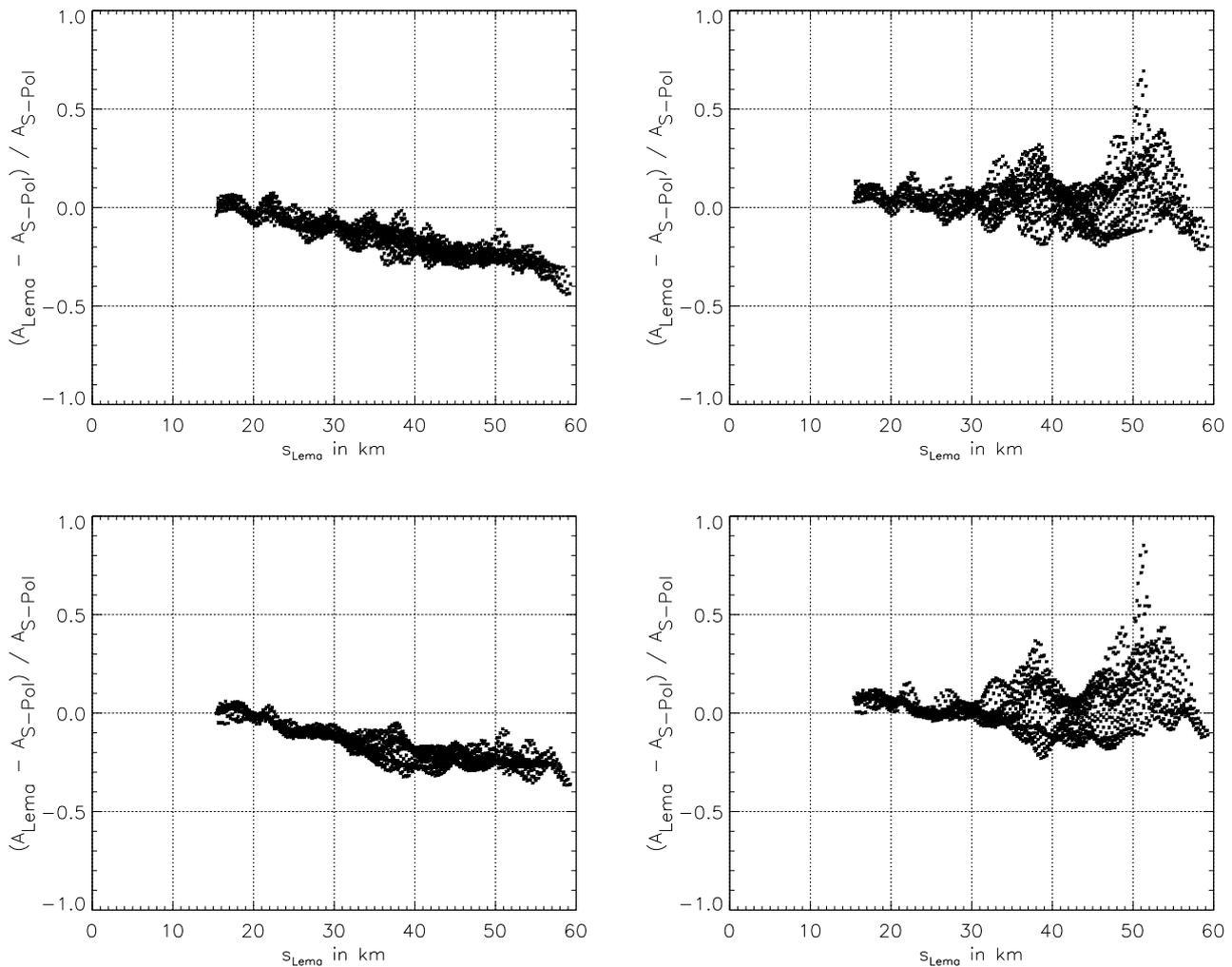
berechnet werden (der radarnächste Wert wird als ungedämpft angesehen). Im vorliegenden Fall wird  $\widehat{\zeta_{a,i}^{(lema)}}$  vor der Dämpfungskorrektur noch um den ermittelten absoluten Kalibrierungsfehler von -5.4 dB korrigiert, was einen massiven Einfluß hat. Die so erhaltenen Werte von  $\widehat{\zeta_{e,i}^{(lema)}}$  entsprechen genau denjenigen, die man auch mit den klassischen Algorithmen von Hitschfeld und Bordan (1954) oder Hildebrand (1978) erhält. Um die bekannten Instabilitäten der Dämpfungskorrektur etwas abzumildern, wird die maximale Korrektur auf einen Wert von 10 dB beschränkt. Gleichung (7.43) kann einfach aus der Gleichung (3.36) für den Zusammenhang zwischen gedämpfter und ungedämpfter Reflektivität hergeleitet werden, indem man von Kalibrier- und Radomdämpfungsfehlern absieht, das Strahlintegral über  $k_2$  bzw.  $k_{2,eff}$  als Riemannsche Untersumme annähert und das Potenzgesetz für  $k_2$  bzw.  $k_{2,eff}$  einsetzt. Für die Koeffizienten  $a$  und  $b$  kommen die Werte für Regen auf der Basis der Marshall-Palmer-Verteilung nach Gleichung (7.42) zur Anwendung. Die so berechnete Dämpfungskorrektur des  $i$ -ten Reflektivitätswertes stellt anschaulich einfach die Summe der Abschwächungswerte über die radarnäheren Meßwerte dar, die sich über das Potenzgesetz aus den dort schon korrigierten Reflektivitätswerten ergibt.

Im Folgenden wird die Analyse des Dämpfungseinflusses auf die integrierte Niederschlagssumme über die Zeiträume aller S-Pol-Scans der Scanstrategie A betrachtet (Sektorscans über  $120^\circ$ ), außer denen vom 17.9.1999 (starke Dämpfung, absoluter Extremfall, deshalb weggelassen). Es handelt sich um insgesamt 154 Scans. Abbildung 7.26 (oben) zeigt  $A_{spol}$  in einer Höhe von 2500 m NN ohne Zeitversatzkorrektur.  $A_{spol}$  erreicht im Auswertgebiet Werte von mehr als 100 mm. Im unteren Schaubild ist die korrespondierende relative Abweichung  $(A_{lema} - A_{spol})/A_{spol}$  dargestellt ( $A_{lema}$  ohne Dämpfungskorrektur). Negative Werte (rot) zeigen an, daß das Radar Lema weniger Niederschlag akkumuliert hat als das S-Pol und umgekehrt (blau). Man erkennt, daß die relative Abweichung in der Nähe des Lema um den Wert 0 herum schwankt und mit zunehmender Entfernung zunehmend negative Werte annimmt. Deutlich sichtbar sind jedoch auch Abschattungseffekte wie z.B. die Abschattung der Lema-Daten durch den radarnahen Masten.

Um den Effekt der Dämpfung möglichst klar herauszuschälen, müssen hier alle anderen Fehlerquellen der Radarmessung möglichst vermieden werden, die neben dem schon korrigierten Kalibrierfehler sonst noch für einen Unterschied der integrierten Niederschlagssumme verantwortlich sein können (Strahlabschattung, Bodenechos). Die Auswertung beschränkt sich daher auf einen Sektor des Überlappungsgebietes der Meßbereiche der Radargeräte Lema und S-Pol, der nach den Untersuchungen mit



**Abb. 7.26.:** **Oben:** Integrierte Niederschlagssumme für Radar S-Pol,  $A_{spol}$ , in mm in einer Höhe von 2500 m NN als Funktion des Ortes. Die Kreuze markieren die Radarstandorte von Lema (rechte obere Ecke) und S-Pol. Schwarz umrandet: gesondertes Auswertebereich ohne Beeinflussung durch Strahlabschattung und Bodenechos (Hauptkeulenechos). **Unten:** relative Abweichung  $(A_{lema} - A_{spol})/A_{spol}$  (dimensionslos), ebenfalls in einer Höhe von 2500 m NN.



**Abb. 7.27.:** Relative Abweichung  $(A_{Lema} - A_{Spol})/A_{Spol}$  (dimensionslos) im gesonderten Auswertebiet (schwarz umrandet in Abbildung 7.26) als Funktion der Bogenlängenentfernung  $s$  vom Radar Lema in km. **Oben links:** ohne Zeitversatz- und Dämpfungskorrektur. **Oben rechts:** ohne Zeitversatz-, aber mit Dämpfungskorrektur. **Unten links:** mit Zeitversatz-, aber ohne Dämpfungskorrektur. **Unten rechts:** mit Zeitversatz- und Dämpfungskorrektur.

Hilfe des digitalen Elevationsmodells in Anhang H höchstwahrscheinlich nicht von Strahlabschattung und direkten Bodenechos (Hauptkeulenechos) betroffen ist und der in Abbildung 7.26 schwarz umrandet dargestellt ist. Innerhalb dieses gesonderten Gebiets sinkt die relative Abweichung systematisch vom Wert 0 in Lema-Nähe auf bis zu etwa -40 % in einer Entfernung von 60 km, was hauptsächlich der Niederschlagsdämpfung zugeschrieben werden kann. Zur Verdeutlichung zeigt Abbildung 7.27 (links oben) diese kartesischen Gitterpunktwerte als reine Funktion der Entfernung. Die Zeitversatzkorrektur ändert am Ergebnis nur sehr wenig (Abbildung 7.27 links unten), was dadurch erklärt werden kann, daß die Variabilität bei gleicher Entfernung nicht durch Zeitversatzfehler, sondern hauptsächlich durch die natürliche Variabilität der Dämpfung bei den verschiedenen, in die Summe eingeflossenen Niederschlagsereignissen zustande kommt.

Untersucht man zuletzt noch die Wirkung der Dämpfungskorrektur (Abbildung 7.27 rechts oben und

unten, oben ohne, unten mit zusätzlicher Zeitversatzkorrektur), so erkennt man, daß die mit der Entfernung zunehmende systematische Unterschätzung bei den Lema-Daten ausgeglichen werden kann, wobei aber die Variabilität bei gleicher Entfernung verstärkt wird und in einigen Fällen sogar eine deutliche Überkorrektur von bis zu 80 % zu verzeichnen ist. Hier wirkt sich vermutlich die statistische und systematische Abweichung der wahren Dämpfungskoeffizienten vom verwendeten Potenzgesetz aus, die qualitativ durch die theoretischen Rechnungen in Kapitel 5 für verschiedene Niederschlagsarten untersucht worden ist. Diese Abweichung kann offensichtlich selbst unter Ausschluß aller anderen Fehlerquellen (Kalibrierung, Bodenechos) zu den bekannten Instabilitäten bei der iterativen Dämpfungskorrektur führen.

Die Ergebnisse aus den Höhen 3000 m NN und 3500 m NN gleichen qualitativ denen in 2500 m NN und werden daher hier nicht dargestellt.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß bei der hier verwendeten Anzahl von 154 Vergleichsscans eine Zeitversatzkorrektur nicht notwendig erscheint, was auf die ausgleichende Wirkung der Integration zurückzuführen ist. Bei weniger Volumendatensätzen wird sie jedoch immer wichtiger und im Extremfall eines einzigen Scans unabdingbar, wie die Ergebnisse der Dual-Radar-Methode in den vorhergehenden Abschnitten gezeigt haben. Die Niederschlagsdämpfung selbst verursacht im vorliegenden Falle einen mittleren Verlust von bis zu 40 % der (reflektivitätsäquivalenten) Niederschlagsmenge in einer Entfernung von 60 km beim Radar Lema, was einer über die verwendete  $Z_e$ - $R$ -Beziehung bestimmten mittleren Reflektivitätsabschwächung von mehr als 3 dB entspricht. Es handelt sich somit um einen nicht zu vernachlässigenden Effekt, wenn man beispielsweise quantitative Niederschlagsmengen für hydrologische oder klimatologische Anwendungen aus C-Band-Radardaten ableiten will. Die Schwierigkeiten bei der Korrektur wurden jedoch deutlich gezeigt, selbst wenn wie hier der mittlere Kalibrierungsfehler korrigiert und Einflüsse durch starke Bodenechos ausgeschlossen werden können.

Zum Schluß sei deutlich betont, daß die hier dargestellten Ergebnisse stark vom verwendeten Datensatz abhängen. In dieser Arbeit wurden nur Volumendatensätze analysiert, die besonders aussichtsreich für eine vergleichsweise starke Extinktionswirkung sind. Es wurde keine Klimatologie betrieben. Die Ergebnisse können nur als Fallstudie betrachtet werden und dürfen nicht auf andere Meßzeiträume und Niederschlagsklimata übertragen werden. Weil potentiell dämpfungsträchtige Starkniederschlagsereignisse umso seltener vorkommen, je intensiver sie sind, ist zu erwarten, daß im langzeitlichen Mittel der Dämpfungseffekt nicht so ausgeprägt ist wie bei den Daten in dieser Arbeit.

## 7.8. Zusammenfassung der Erkenntnisse aus der Dual-Radar-Auswertung

An dieser Stelle sollen die aus der Anwendung der in Kapitel 6 beschriebenen Dual-Radar-Methode zur Bestimmung von Effektivwerten der Extinktionsparameter  $k_2$  (Zweiweg-Dämpfungskoeffizient) und  $PIA$  (integrierte Streckendämpfung) auf den Datensatz der Radargeräte Monte Lema und S-Pol während der MAP-SOP kurz zusammengefaßt werden, wie es auch für die in dieser Arbeit durchgeführten theoretischen Rechnungen (Kapitel 5) in Abschnitt 5.5 gemacht worden ist. Die Erkenntnisse lassen sich in solche eher technischer Art und in physikalische Resultate unterteilen.

Generell ist festzuhalten, daß die entwickelte Dual-Radar-Methode sehr fehleranfällig ist, was so auch für alle anderen in der Literatur vorgeschlagenen Dual-Radar-Methoden gilt (siehe Abschnitt 4.1.2). Dies liegt daran, daß die Extinktion ein nichtlinear von der Reflektivität abhängiges Phänomen ist und sich auf der kleinstmöglichen räumlichen und zeitlichen Skala abspielt, nämlich der Messung eines einzelnen Radarstrahls. Wenn man Aussagen über die  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung aus Messungen ableiten will, muß man die Messungen auf dieser kleinsten Skala analysieren. Leider gibt es hier zahlreiche Fehlerquellen (siehe Abschnitt 6.3), die man prinzipiell durch räumliche und zeitliche Mittelung verringern könnte —

man würde dadurch aber ebenso die Information über die  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung verlieren.

Bei der in dieser Arbeit vorgenommenen Anwendung der Dual-Radar-Methode auf den MAP-SOP-Datensatz der beiden bodengebundenen Radargeräte Monte Lema und S-Pol (Abstand 40 km) ist die Wirkung der in Abschnitt 7.4 aufgezählten und diskutierten Fehlerquellen so groß, daß die Ableitung des Zweiweg-Dämpfungskoeffizienten  $k_2$  nicht befriedigend gelungen ist, trotz sorgfältigstmöglicher Behandlung der Fehlerquellen. Auch die Bestimmung der  $PIA$ , die als Wegintegral die statistischen Fehler von  $k_2$  teilweise ausgleichen sollte, war nur in Einzelfällen besonders starker Dämpfung entlang linienhafter Niederschlagsgebiete befriedigend möglich, weil hier die Fehlerquellen gegenüber dem physikalischen Effekt in den Hintergrund treten.

Nun zu den eher **technischen Resultaten**:

- Neben den unterschiedlichen lokalen Meßvolumina der beiden Radargeräte, den Georeferenzierungsfehlern und der 3-dB-Diskretisierung der Lema-Reflektivitätsdaten (4-Bit Auflösung) stellt der Zeitversatz der beiden Radarmessungen am selben Ort ein Hauptproblem bei der Anwendung der Dual-Radar-Methode dar, vor allem bei konvektiven Niederschlägen mit ihrer charakteristischen hohen raum-zeitlichen Variabilität. Beim Datensatz der Radargeräte Lema und S-Pol ist Zeitversatz von etwa 50-100 s tolerier- und korrigierbar (siehe Abschnitt 7.6.4), je nach Windgeschwindigkeit und Entwicklungstendenz des betrachteten Niederschlagsfeldes. Das Zeitversatzproblem besteht bei allen Dual-Radar-Methoden, auch den in der Literatur vorgeschlagenen, wird aber nicht immer beachtet. Will man eine Dual-Radar-Methode erfolgreich anwenden, dann muß man die Messung so anlegen, daß der lokale Zeitversatz minimal ist (z.B. beide Radargeräte messen in der sogenannten Coplane, einer schiefen Ebene mit frei vorgebendem Erhebungswinkel, die die beiden Radarstandorte enthält, siehe z.B. Lhermitte und Gilet, 1975). Dazu sind unabhängig voneinander gefahrene, „gewöhnliche“ Volumenscans beider Radargeräte eher ungeeignet. Außerdem müssen die anderen Fehlerquellen ebenfalls klein gehalten werden, wie z.B. die statistischen Signalschwankungen (Mittelung über viele Pulse bei langsam drehender Antenne, damit ein Ausgabewert nicht über ein zu großes Volumen verschmiert wird) oder die Georeferenzierungsfehler. Das Zeitversatzproblem wird man jedoch nie ganz unterdrücken können, so daß auf jeden Fall die Anwendung einer Korrektur sinnvoll erscheint. Ist nämlich die systematische Komponente durch den Zeitversatz korrigiert, dann kann eine kleinräumige Glättung/ Filterung der ermittelten  $k_2$ -Werte eine weitere Verminderung der statistischen Fehler bringen.
- Der mittlere absolute Kalibrierungsfehler des Radars Lema während der MAP-SOP beträgt etwa 5 dB, d.h., die gemessenen Reflektivitätswerte sind im Mittel um 5 dB zu gering. Hier sind Effekte durch zusätzliche Radomdämpfung nicht enthalten. Dieses Ergebnis ist wichtig für die Zuordnung der ermittelten Dämpfungsparameter zu Reflektivitätswerten oder auch bei der Bestimmung der Niederschlagsrate, während der Kalibrierungsfehler bei der Ableitung der Dämpfungsparameter selbst keine Rolle spielt.
- Die Azimutfehler (Einnordungsfehler) der Radargeräte wurden zu  $0.75^\circ$  beim Radar Lema und zu  $0.5^\circ$  beim Radar S-Pol ermittelt, d.h., diese Zahlenwerte müssen zu den in den Daten angegebenen Azimutwerten hinzugezählt werden. Die Bestimmung dieser Azimutfehler aus zeitlich integrierten Niederschlagsfeldern mittels einer Variationsmethode ist unempfindlich gegenüber dem lokalen Zeitversatz der Messungen, und das beste Qualitätskriterium stellt in diesem Zusammenhang der Korrelationskoeffizient nach Gleichung (7.9) dar.
- Die Art der Interpolation der S-Pol-Referenzdaten  $\{\widehat{\zeta}_a^{(2)}\}_{V_i}$  spielt eine wichtige Rolle bei der Dual-Radar-Methode. Hier wurden verschiedene Verfahren erprobt. Ungeeignet erscheint das Verfahren der

einfachen punktweisen trilinearen Interpolation mit Behandlung der Meßwerte als Punktwerte. Als am besten geeignet erwiesen hat sich das (aufwendige) Verfahren 4 (Zeitversatzkorrektur durch das neu entwickelte Advektionsschema für Radardaten mit ortsabhängigem Zeitschritt, Interpolation auf sehr fein aufgelöstes Zwischengitter, numerische Anwendung des Meßoperators von Radar Lema). Es hat sich gezeigt, daß die Zeitversatzkorrektur eine deutliche Verbesserung der Übereinstimmung von Reflektivitätsstrukturen (z.B. der gemessene Ort von konvektiven Einzelzellen) in den Vergleichsdaten bringt, wenn ein lokaler Zeitversatz der Messungen vorliegt. Dies verringert die statistischen Fehler bei der Bestimmung von  $k_2$  und  $PIA$  deutlich.

- Es wurde ein neues advektives Zeitversatzkorrekturschema für Radardaten in Kugelkoordinaten unter Berücksichtigung der Meßcharakteristiken der beiden Radargeräte entwickelt (siehe Anhang F) und angewendet, welches im Verfahren 4 der S-Pol-Vergleichsdatenbestimmung enthalten ist. Das dazu nötige Verlagerungsgeschwindigkeitsfeld wurde als horizontales Vektorfeld in drei verschiedenen Höhengniveaus (2500 m, 3500 m und 4500 m NN) mit einer horizontalen Gittermaschenweite von  $6 \times 6 \text{ km}^2$  jeweils mit einer Kreuzkorrelationsmethode aus zwei aufeinanderfolgenden Lema-Reflektivitätsvolumendatensätzen abgeleitet. Zahlreiche „Ausreißer“ bei den durch Korrelationsmaximierung ermittelten Vektorfeldern erfordern eine nachträgliche Glättung mittels geeigneter Filter (siehe Abschnitt 7.5.2). Zur weiteren Homogenisierung wurden die Vektorfelder durch eine variationelle Technik so angepaßt, daß sie horizontal divergenzfrei sind (ähnlich der COTREC-Methode nach Li et al., 1995). Die Radialkomponente des so bestimmten Verlagerungsgeschwindigkeitsfeldes stimmt mit der unabhängigen Radialgeschwindigkeitsmessung des Radars S-Pol wesentlich besser überein als die Radialkomponente eines mittels der Windprofilermessung in Lonate konstruierten horizontal homogenen Testwindfeldes.
- Die advektive Zeitversatzkorrektur nach Verfahren 4 bringt eine Reduzierung des durch den lokalen Meßzeitversatz verursachten Varianzanteils der Differenz von den von beiden Radargeräten am gleichen Ort gemessenen Schwachniederschlagsreflektivitätswerten (hier kein Dämpfungseinfluß zu erwarten, der einen zusätzlichen Varianzanteil verursachen würde) um über die Hälfte (siehe Abschnitt 7.6.4). Dieses Ergebnis kann auf den gesamten Datensatz, auch Starkniederschlagsmessungen, übertragen werden. Das ist zwar noch nicht ausreichend für die Ableitung von  $k_2$ , rückt aber die Ableitung der  $PIA$  in Fällen starker Dämpfung in den Bereich des Möglichen. Man sollte aber nicht vergessen, daß auch bei gleichzeitig stattfindender Messung eine Grundvarianz der Reflektivitätsdifferenzen beider Radare am gleichen Ort vorhanden ist, die durch statistische Signalschwankungen (Marshall und Hitschfeld, 1953), durch die Diskretisierung der Lema-Reflektivitätsdaten, durch unterschiedliche Meßvolumina, räumlich leicht versetzte Messungen usw. zustande kommt. Nach den Ausführungen in Abschnitt 7.4 verhindert schon diese Sockelvarianz im Falle der Radargeräte Lema und S-Pol eine sinnvolle Ableitung von  $k_2$ .

### Physikalische Resultate

- Die Dämpfung der Radarstrahlung durch Hydrometeore ist äußerst variabel. Analysen der noch am ehesten zu interpretierenden gemessenen  $PIA$  zeigen, daß auftretende starke Dämpfung meist nur schlecht mit der Reflektivität in Verbindung zu bringen ist. Es gibt Niederschlagsgebiete mit hohen Reflektivitäten (z.B. konvektive Zellen), in deren Radarschatten praktisch keine Dämpfung feststellbar ist, man findet aber auch von ihrer Reflektivität her vergleichbare Zellen, bei denen starke Dämpfung zu beobachten ist. Allerdings wird in der Messung der Dämpfungseffekt überlagert von statistischen Fehlern, die in der Größenordnung des physikalischen Effektes selbst liegen. Die natürliche Bandbreite der Dämpfung scheint hier enorm zu sein, wie es auch die theoretischen Rechnungen in Kapitel 5

zeigen. Hier spielt vermutlich die An- oder Abwesenheit schmelzender Eispartikel und deren unterschiedlicher Schmelzgrad sowie deren variable Form und Dichte eine große Rolle. Findet beispielsweise die Messung einer intensiven konvektiven Zelle radar- und damit bodennah statt, befinden sich u.U. schmelzende Hydrometeore mit hoher Extinktionswirkung im Pulsvolumen. Würde man dieselbe Zelle in größerer Entfernung und damit in größerer Höhe untersuchen, erfährt die Messung u.U. nur sehr wenig Dämpfung bei vergleichbarer Reflektivität.

- Alles in allem zeigt die gemessene *PIA* in den analysierten konvektiven Fällen, daß durch eine theoretisch bestimmte  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung für Regen in etwa die mittleren *PIA*-Verhältnisse erklärt werden, aber die „wahre“ Beziehung wohl stark um diesen Mittelwert streut. Am Auftreten physikalisch eigentlich verbotener negativer *PIA*-Werte erkennt man jedoch, daß die Ergebnisse von statistischen Fehlern deutlich überlagert werden. Bei dem untersuchten stratiformen Fall mit ausgeprägtem Hellen Band sind dieselben statistischen Fehler erkennbar. Hier sieht es allerdings so aus, wie wenn die gemessenen *PIA*-Werte systematisch etwas größer sind es die Regenbeziehung in Abhängigkeit der integrierten ungedämpften Reflektivitäten entlang der Strahlen erklären würde. Dieses Ergebnis ist allerdings sehr unsicher, weil die *PIA*-Werte insgesamt recht klein gegenüber der statistischen Streuung ausfallen. Die sich bei den theoretischen Rechnungen für schmelzende Eispartikel ergebenden, im Vergleich zu Regen sehr hohen Dämpfungswerte können somit weder bestätigt noch widerlegt werden. Eine mögliche physikalische Erklärung, daß die beobachteten Dämpfungswerte im Hellen Band kleiner als erwartet ausfallen, wäre z.B. der Effekt der nichtgleichmäßigen Strahlfüllung, wenn die vertikale Ausdehnung des Pulsvolumens die gesamte Schmelzzone umfaßt, wo nur im oberen Teil Partikel mit niedrigem Schmelzgrad und hoher Extinktion zu erwarten sind. Andere Strahlteile wären dann mit weit weniger dämpfenden nasser Partikeln oder Regentropfen gefüllt. Dies ist allerdings Spekulation.
- Die Dämpfung spielt bei Starkniederschlagssituationen auch bei einem C-Band-Radar eine nicht zu vernachlässigende Rolle, wie aus dem Vergleich der abgeleiteten integrierten Niederschlagssummen aus den C- und S-Band-Datensätzen in Abschnitt 7.7 herausgekommen ist. Beobachtet wird eine dämpfungsbedingte Unterschätzung der aus den Lema-Daten (C-Band) abgeleiteten Niederschlagsmenge von bis zu 40 % in einer Entfernung von 60 km, was nach der verwendeten Standard- $Z_e$ - $R$ -Beziehung einer zeitlich gemittelten Reflektivitätsverminderung um 55 % gleichkommt. Es muß allerdings betont werden, daß diese Zahl nicht klimatologisch interpretiert werden kann, weil zur Analyse nur besonders „dämpfungsverdächtige Zeiträume“ während der MAP-SOP herangezogen worden sind.
- Insbesondere führt die in Abschnitt 7.7 angewendete, auf einer  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung für Regen basierende, iterative Dämpfungskorrektur entlang von Einzelstrahlen bei den Lema-Volumendatensätzen nicht zu einer akzeptablen Korrektur der integrierten abgeleiteten Niederschlagssumme im Vergleich zu den S-Pol-Referenzdaten, obwohl die auch in der Literatur als kritisch angesehenen Fehlerquellen wie absolute Kalibrierung, Bodenechos usw. (siehe Abschnitt 4.1.1) sorgfältig korrigiert bzw. vermieden wurden. Die entfernungsabhängige, dämpfungsbedingte systematische Niederschlagsunterschätzung bei den C-Band-Daten konnte zwar im Mittel größtenteils ausgeglichen werden, aber mit dem bekannten Effekt, daß viele Werte eine starke Überkorrektur erfahren, selbst im zeitlichen Mittel. Dies muß auf die Abweichung der jeweils aktuellen Dämpfung von der bei der Korrektur verwendeten  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung zurückgeführt werden.

## 8. Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Analyse der Dämpfung, die Radarstrahlung beim Durchgang durch ein Ensemble von Niederschlagspartikeln erfährt. Neben der Analyse werden auch Korrekturmöglichkeiten untersucht, wodurch beispielsweise die oft beobachtete, mit der Entfernung vom Radarstandort zunehmende systematische Unterschätzung der aus den Radardaten abgeleiteten Niederschlagsmenge im Vergleich zu Bodenbeobachtungen behoben werden könnte. Elementarphysikalisch bezeichnet Dämpfung die Extinktion elektromagnetischer Strahlung beim Durchgang durch ein absorbierendes und streuendes Medium. Die hier betrachtete elektromagnetische Strahlung gehört einerseits zum C-Band (Wellenlänge ca. 5 cm, Frequenz ca. 5 GHz) und andererseits zum S-Band (Wellenlänge ca. 10 cm, Frequenz ca. 3 GHz). Beide Wellenlängen werden für die Niederschlagsfernerkundung in der meteorologischen Anwendung eingesetzt, wobei in Europa hauptsächlich die kürzere C-Band-Wellenlänge verwendet wird, während beispielsweise in den USA überwiegend S-Band-Radargeräte betrieben werden.

Das durchstrahlte Medium besteht aus einem Gemisch von Luft und Niederschlagspartikeln, die in der Regel unterschiedlich groß sind und verschiedene Aggregatzustände haben können (polydisperses heterogenes System). Die unterschiedlichen Typen von Niederschlagspartikeln werden allgemein als Hydrometeore bezeichnet und können flüssig sein (Regentropfen), aus Eis bestehen (Eiskristalle, Hagel) oder eine Mischphase bilden (schmelzende Eispartikel), wobei u.U. alle Typen gleichzeitig im Volumen vorkommen können.

Das Hauptaugenmerk dieser Arbeit liegt auf der detaillierten Analyse der Variabilität der Extinktionsparameter Zweiweg-Dämpfungskoeffizient  $k_2$  und integrierte Streckendämpfung *PIA* (englisch: path integrated attenuation) in Abhängigkeit vom äquivalenten Radarreflektivitätsfaktor  $Z_e$  unter verschiedenen meteorologischen Bedingungen für die in Europa hauptsächlich verwendeten C-Band-Radargeräte. Für diesen Zweck werden einerseits theoretische Methoden angewendet, andererseits aber auch Messungen mittels einer neu entwickelten Dual-Radar-Methode ausgewertet, um als Ziel aus den Ergebnissen gegebenenfalls Anhaltspunkte für eine Verbesserung der klassischen iterativen Dämpfungskorrekturalgorithmen (siehe Abschnitt 4.1.1) ableiten zu können. Diese basieren auf der Annahme eines eindeutigen Zusammenhangs zwischen  $k_2$  und  $Z_e$  ( $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung), der sich in der Form eines Potenzansatzes  $k_2 = aZ_e^b$  ( $a, b$  konstant) schreiben läßt. Meist werden Koeffizienten  $a$  und  $b$  verwendet, die nur für „mittleren“ Regen (z.B. Annahme der Größenverteilung nach Marshall und Palmer, 1948) gelten. Weichen die tatsächlichen Verhältnisse davon ab, dann führt diese Methode zu einer mit der Entfernung zunehmenden Verstärkung von Fehlern, die im Extremfall zu einer drastischen Überkorrektur führen kann. Ursache für solche Abweichungen können sowohl Fremdechos oder Strahlteilabschattungseffekte sein, die  $Z_e$  beeinflussen, oder auch die Anwesenheit von anderen Hydrometeorarten als Regentropfen, die sowohl  $k_2$  als auch  $Z_e$  von der getroffenen Annahme abweichen lassen. Ist die tatsächliche Dämpfung bei gleicher Reflektivität beispielsweise viel kleiner als man es aufgrund der beim Korrekturverfahren angenommenen  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung erwarten würde, dann führt das zu einer Überkorrektur, die mit zunehmender Entfernung vom Radar immer größer wird. So kommt es zu dem in der Literatur oft zitierten Mißerfolg der Dämpfungskorrekturverfahren.

Zunächst wird in der vorliegenden Arbeit gezeigt, daß man, um eine vermutlich häufig vorkommende unvollständige Füllung des Strahlvolumens mit Hydrometeorarten zu berücksichtigen, mit Effektivwerten von  $k_2$  und  $Z_e$  arbeiten muß (siehe Abschnitt 3.5). Eine exakte theoretische Berechnung der Effektivwerte ist allerdings mit so vielen Freiheitsgraden behaftet, daß darauf im Rahmen der vorliegenden Arbeit verzichtet wurde.

Danach wird die Beantwortung der ersten in der Einleitung formulierten Frage nach der Variabilität der Dämpfung bei verschiedenen Niederschlagsarten mittels theoretischen Berechnungen angegangen, indem die Variabilität des Zusammenhangs zwischen  $k_2$  und  $Z_e$  anhand einer Sensitivitätsstudie für die Niederschlagsarten Regen, trockener/ schmelzender Hagel, trockener/ schmelzender Graupel und trockener/ schmelzender Schnee für C- und S-Band-Radargeräte untersucht wird. Für die in diesem Zusammenhang wichtige Partikelgrößenverteilung von allen Hydrometeorarten diente als Modellfunktion eine dreiparametrische Gamma-Verteilung, so wie sie durch Gleichung (2.11) auf Seite 12 definiert ist. Die Sensitivitätsstudie besteht darin, die Parameter der Gamma-Verteilung in meteorologisch sinnvoller Weise zu variieren und die dadurch entstehende Bandbreite der  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung zu eruieren. Die Variationsbreite der Parameter der Gamma-Verteilung wird im Falle von Regen direkten Messungen des Tropfenspektrums am Boden entnommen. Die Rechnung für Hagel stützt sich auf Literaturwerte für die Größenverteilungsfunktion, während schließlich die Variationsbereiche bei den Schnee- und Graupelspektren durch sinnvolle Extrapolation der Regenspektren abgeschätzt wird, wobei die einfache Annahme eingeht, daß die einzelnen Schnee- und Graupelpartikel direkt in massengleiche Regentropfen schmelzen und dabei die Niederschlagsrate vertikal konstant bleibt. Variiert wird außerdem die Temperatur der Streuer (deren komplexer Brechungsindex ist temperaturabhängig) und der maximal vorkommende Partikeldurchmesser (Trunkierung der Spektren).

Für die Berechnung der Rückstreu- und Extinktionsquerschnitte der einzelnen Hydrometeore findet die Mie-Theorie für einen homogenen, kugelförmigen Streukörper bzw. die Erweiterung dieser Theorie auf zweischalige Kugeln Anwendung. Der wellenlängen- und temperaturabhängige Brechungsindex von Eis und Wasser wird aus geeigneten in der Literatur beschriebenen Modellen entnommen. Bei trockenen bzw. schmelzenden Schnee- und Graupelteilchen, die eine Mischung aus Luft, Eis und ggf. Wasser darstellen, wird ein Effektivwert des Brechungsindex nach bestimmten Mischungsregeln berechnet und die Mie-Theorie mit diesem Effektivwert angewendet. Es zeigt sich, daß die Streuparameter sehr sensitiv darauf reagieren, welche Form der Beschreibung des effektiven Brechungsindex man verwendet. Die Bestimmung von solchen Effektivwerten ist derzeit noch aktuelles Forschungsthema und dieses Problem ist keineswegs als gelöst zu betrachten, so daß die in dieser Arbeit damit erzielten Resultate entsprechend unsicher sind.

Eine detaillierte Zusammenfassung der Ergebnisse findet sich bereits in Abschnitt 5.5 auf Seite 96, so daß an dieser Stelle nur die wichtigsten Erkenntnisse kurz zusammengefaßt werden sollen. Die nachfolgenden Ausführungen beziehen sich auf die Wellenlänge eines C-Band-Radars und setzen eine vollständige homogene Strahlfüllung voraus. Die theoretischen Rechnungen zeigen eine sehr hohe Variabilität der  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung. Trockener Schnee und Graupel verursachen eine vernachlässigbar kleine Dämpfung, während bei schmelzendem Schnee oder Graupel schon bei  $Z_e < 40$  dBZ sehr große Werte von  $k_2$  auftreten können (abhängig von Schmelzgrad und Partikelspektrum  $> 1$  dB km<sup>-1</sup>). Hier findet bei Einsetzen des Schmelzvorganges ein sprunghafter, starker Anstieg von  $k_2$  statt, welches rasch ein Maximum erreicht, um bei weiterem Schmelzen wieder abzusinken und schließlich nach vollständigem Schmelzen niedrigere Werte zu erreichen. Gleichzeitig zeigt auch  $Z_e$  einen sprunghaften, aber in Relation zu  $k_2$  geringeren Anstieg bei Einsetzen des Schmelzvorganges, bleibt dann bei weiterem Schmelzen nahezu konstant, um erst kurz vor dem vollständigen Schmelzen wieder auf geringere Werte zurückzugehen.

Die Dämpfung bei Regen fällt bei gleichem  $Z_e$  wesentlich kleiner aus als bei schmelzendem Graupel oder Schnee. Recht extreme Werte von etwa 0.5 dB km<sup>-1</sup> treten bei Regen erst bei  $Z_e = 50$  dBZ auf, was einer Niederschlagsrate von etwa 50 mm h<sup>-1</sup> entspricht. Insgesamt treten bei den Rechnungen für schmelzenden Schnee und Graupel bei gleicher Reflektivität Dämpfungskoeffizienten auf, die bis zu einem Faktor 10 größer sind als in den Rechnungen für Regen. Hagel verursacht die geringste Dämpfung bei gegebener Reflektivität. Dort werden Werte von  $k_2 = 0.5$  dB km<sup>-1</sup> erst bei  $Z_e = 60$  dBZ berechnet.

Darüberhinaus kann die Bandbreite der möglichen  $k_2$ -Werte bei gegebenem  $Z_e$  innerhalb der einzelnen Hydrometeoriklassen zusätzlich noch enorm groß sein. So ist bei schmelzendem Schnee/ Graupel und bei trockenem und schmelzendem Hagel die Schwankungsbreite von  $k_2$  gleich oder noch größer

als der Mittelwert, während Regen hier eine wesentlich kleinere Bandbreite aufweist. Insgesamt muß festgestellt werden, daß die  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung sehr schlecht bestimmt ist, wenn man nicht sicher ist, daß die vermessenen Hydrometeore ausschließlich Regentropfen sind.

Angesichts der vielen Annahmen und Unsicherheiten der Rechnungen ist ein Vergleich mit Meßdaten prinzipiell angebracht. Da eine derartige Messung im Labor nahezu unmöglich ist, wird in dieser Arbeit versucht, Extinktionsparameter für C-Band mittels einer geeigneten Auswertung der Daten von zwei unterschiedlich positionierten Niederschlagsradargeräten mit überlappendem Meßbereich (Dual-Radar-Methode) zu bestimmen. Dazu wurde die in Kapitel 6 dargestellte neue Dual-Radar-Methode entwickelt. Das Verfahren analysiert die Differenz der am selben Ort von den beiden Radargeräten gemessenen Reflektivitätswerte, die sich aufgrund der unterschiedlich durchstrahlten Niederschlagszonen auf dem Weg zu betrachteten Meßort ergibt und in der die Information über die Extinktion steckt. Dabei setzt das Verfahren voraus, daß die Dämpfung bei einem der beiden Geräte vernachlässigbar klein ist, so daß dessen Messungen als quasi ungedämpfte Referenzwerte dienen können. Die Analyse erfolgt auf der Basis von Daten entlang eines einzelnen Strahls des C-Band-Radars und somit auf der kleinstmöglichen zeitlichen und räumlichen Skala, die ein Radar auflösen kann. Dies ergibt sich aus der Tatsache, daß auch die Extinktion auf dieser Skala wirksam ist und man deshalb den Zusammenhang zwischen  $k_2$  und  $Z_e$  nur auf dieser Skala untersuchen kann. Abgeleitet werden die Effektivwerte von  $k_2$  und  $PIA$  bei realen Verhältnissen, wie sie prinzipiell bei Dämpfungskorrekturverfahren von Interesse sind. Ein wesentlicher Teil des Verfahrens besteht darin, die für den Ort einer C-Band-Messung (Pulsvolumen) gültige ungedämpfte Reflektivität aus dem Datensatz des als ungedämpft angesehenen zweiten Radars abzuleiten (zu interpolieren), und zwar so, wie wenn das zweite Radar am selben Ort zur selben Zeit mit derselben räumlichen Auflösung gemessen hätte. Diese abgeleiteten Reflektivitätswerte werden im Folgenden als Vergleichswerte bezeichnet.

Bei der Ableitung der Vergleichswerte gibt es zahlreiche Fehlerquellen, die einen sehr hohen Anspruch an die Messung stellen, z.B. die Ortszuordnung der Radardaten, statistische Schwankungen bei der Reflektivitätsmessung der Radargeräte, die lokal unterschiedlichen Meßvolumina oder den unvermeidlichen Zeitversatz von Messungen der beiden Radargeräte am selben Ort (dies gilt so im Übrigen auch für alle anderen in der Literatur vorgestellten Dual-Radar-Verfahren). Es wurden verschiedene Interpolationsverfahren entwickelt und getestet, von denen schließlich 4 Methoden Eingang in die vorliegende Arbeit gefunden haben. Alle diese Verfahren beachten die unterschiedliche Meßcharakteristik der beiden Radargeräte in Form einer effektiven Strahlgewichtsfunktion (Anhang C). Zwei dieser Verfahren berücksichtigen außerdem den lokalen Zeitversatz durch ein horizontal advektives Korrekturschema. Als Eingangsgröße für diese Zeitversatzkorrektur wird das horizontale Verlagerungsgeschwindigkeitsfeld der Reflektivität benötigt. Vernachlässigt werden die vertikale Verlagerungskomponente und die individuelle Änderung der Reflektivität auf dem Transportweg, beides Beiträge, die in der Praxis nur schwer bestimmt werden können. Als am Besten für die Bestimmung der Vergleichswerte geeignet erwiesen hat sich das in Abschnitt 6.4 angegebene, sehr aufwendige Verfahren, das in dieser Arbeit als „Verfahren 4“ bezeichnet wird und das sowohl die Zeitversatzkorrektur als auch die unterschiedliche Meßcharakteristik der beiden Radargeräte bestmöglich berücksichtigt. Die anderen dargestellten Verfahren dienen hauptsächlich zur Dokumentation der Auswirkung verschiedener Interpolationsmethoden und der Wirkung der Zeitversatzkorrektur.

Das neue Dual-Radar-Verfahren wird schließlich in Kapitel 7 auf einen Datensatz angewendet, der sich aus Messungen von ausgesuchten Starkniederschlagsereignissen zusammensetzt, die während der dreimonatigen Special Observing Period (SOP) des Mesoscale Alpine Programmes (MAP, siehe Kapitel 7) im Bereich nördlich von Mailand bis in den Schweizer Kanton Tessin aufgenommen worden sind. Dabei werden Daten des C-Band Doppler Radars Monte Lema des Schweizer Wetterdienstes MeteoSchweiz und Daten des während der MAP-SOP in 40 km Entfernung betriebenen S-Band dual polarization Doppler Radars S-Pol (entwickelt am NCAR, Boulder, Colorado) herangezogen. Das Radar S-Pol stellt die für das Dual-Radar-Verfahren benötigten ungedämpften Vergleichswerte der Re-

flektivität bereit, während die Daten des Radars Lema auf die Wirkung der Extinktion hin untersucht werden. Man sollte hier beachten, daß die Vernachlässigung der Dämpfung bei den S-Pol-Daten genau genommen nur eine Näherung darstellt. Wie aus den auch für die Wellenlänge des Radars S-Pol in Kapitel 5 durchgeführten theoretischen Rechnungen ersichtlich ist, ist der Dämpfungskoeffizient bei gegebenen Eigenschaften der Hydrometeore (Partikelart, Größenverteilung, Temperatur usw.) um etwa einen Faktor 5 bis 10 kleiner als bei der C-Band-Wellenlänge, abhängig von den Hydrometeoreigenschaften. Verwendet man die (schwach gedämpften) S-Pol-Daten als ungedämpfte Referenz, dann sind die damit abgeleiteten Extinktionsparameter etwas kleiner als die tatsächlichen und müssen als eine untere Schranke betrachtet werden.

Das für die Zeitversatzkorrektur benötigte horizontale Verlagerungsgeschwindigkeitsfeld wird mit Hilfe einer zweidimensionalen Kreuzkorrelationsmethode anhand von auf horizontale Flächen interpolierten Reflektivitätswerten des Radars Lema ermittelt. Mehrere solche übereinander angeordnete Schichten ergeben einen dreidimensionalen Datensatz. Die damit auf einer horizontalen räumlichen Skala von  $6 \times 6 \text{ km}^2$  abgeleiteten Verlagerungsvektoren sind durch Fehlzuordnungen zuerst einmal mit großen statistischen Fehlern beaufschlagt. Grobe Ausreißer werden zunächst mittels verschiedenen nacheinander angewendeten räumlichen Filtern geglättet, bevor zur weiteren Homogenisierung das Feld der Verlagerungsgeschwindigkeitsvektoren mit einer variationellen Technik horizontal divergenzfrei gemacht wird. Dies liefert Verlagerungsvektoren, deren Radialkomponente mit der unabhängig von Radar S-Pol gemessenen Radialgeschwindigkeit gut übereinstimmt, wobei man hier beachten sollte, daß ein Verlagerungsvektor nicht unbedingt mit der Windgeschwindigkeit übereinstimmen muß.

Alle anderen denkbaren Fehlerquellen werden bestmöglich berücksichtigt oder gar korrigiert, wie z.B. Strahlteilabschattungseffekte, Bodenechos und die Azimutfehler (Einnordungsfehler) beider Radargeräte. Details hierzu finden sich bereits in Abschnitt 7.8 auf Seite 193.

Trotzdem hat sich herausgestellt, daß die neu entwickelte Dual-Radar-Methode sehr viele Fehlerquellen hat und diese bei der Anwendung auf die Radargeräte Lema und S-Pol so gravierend sind, daß keine verlässlichen Dämpfungskoeffizienten abgeleitet werden können. Lediglich die über eine längere Strecke integrierte Dämpfung (*PIA*) konnte in günstigen Einzelfällen ermittelt werden (z.B. bei radial zum Radar Lema ausgerichteten linienhaften Niederschlagsgebieten). Dies liegt unter Anderem daran, daß die beiden Radargeräte bei den während der MAP-SOP durchgeführten Radarmessungen ihre Volumenscans unabhängig voneinander durchgeführt haben, was für den in dieser Arbeit verfolgten Zweck nicht optimal ist, weil dabei unter Anderem ein offensichtlich zu großer lokaler Zeitversatz der Messungen am selben Ort gegeben ist.

Es konnte jedoch durch Vergleich der Verfahren zur Bestimmung der S-Pol-Vergleichswerte mit und ohne die neu entwickelte Zeitversatzkorrektur gezeigt werden, daß die Anwendung des Zeitversatzkorrekturschemas die Qualität der abgeleiteten Extinktionsparameter  $k_2$  und *PIA* deutlich verbessern kann, was im vorliegenden Falle aber noch nicht ausreichend ist. Zumindest rückt damit die Ableitung der *PIA* in Fällen starker Dämpfung in den Bereich des Möglichen. Zudem konnte gezeigt werden, daß auch die Art der räumlichen Interpolation der Vergleichswerte einen großen Einfluß auf das Ergebnis hat.

Daraus ergibt sich die Konsequenz, daß zukünftige, dringend benötigte Messungen in dieser Art so durchgeführt werden müssen, daß durch enge Koordination der Scanstrategien beider Radargeräte nur ein geringer Zeitversatz auftritt (die Untersuchungen der vorliegenden Arbeit zeigen, daß Werte von 50 – 100 s noch sinnvoll zu korrigieren sind). Dies dürfte allgemein auch für alle anderen bekannten Dual-Radar-Verfahren gelten.

Wichtige Resultate der Dual-Radar-Auswertungen finden sich bereits im Abschnitt 7.8 auf Seite 193. An dieser Stelle werden wiederum nur die wichtigsten Ergebnisse nochmals angesprochen. Es konnte beispielsweise anhand der abgeleiteten *PIA*-Werte qualitativ gezeigt werden, daß auftretende Dämpfung oft nur schwer mit der Reflektivität in Verbindung gebracht werden kann. Es gibt Niederschlagsgebiete mit hoher Reflektivität und hoher Dämpfung, aber auch solche, bei denen bei hoher Reflektivität prak-

tisch keine Dämpfung auftritt. Die natürliche Bandbreite der Dämpfung scheint enorm zu sein, wie es sich auch in den theoretischen Untersuchungen in Kapitel 5 unter vereinfachenden Annahmen gezeigt hat.

Eine mittlere, für Regen gültige  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung erklärt die mittleren Dämpfungsverhältnisse bei intensiven konvektiven Fällen, aber nicht bei den untersuchten stratiformen Fällen mit ausgeprägtem Hellem Band. Dort tritt etwas stärkere Dämpfung auf als man es bei Regen erwarten würde, jedoch nicht so stark, wie es nach den theoretischen Rechnungen für schmelzenden Schnee und Graupel der Fall wäre. Hier könnte sich der Effekt der nichtgleichmäßigen Strahlfüllung mit Hydrometeoren bemerkbar machen, der die Dämpfungswerte über das Pulsvolumen mittelt und zu einem kleineren Effektivwert führt, der wiederum bei einer Radarmessung maßgeblich ist.

Diese Aussagen sind aber sehr unsicher, weil die statistischen Fehler bei der *PIA*-Bestimmung der intensiven konvektiven Fälle in der Größenordnung des physikalischen Effektes liegen und beim stratiformen Fall sogar, wegen der insgesamt kleinen Dämpfung, größer sind als der Effekt selber.

Die zweite in der Einleitung gestellte Frage nach einer für Dämpfungskorrekturverfahren praktisch anwendbaren  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung kann nicht endgültig beantwortet werden, nicht zuletzt deshalb, weil die Ableitung der Dämpfungsparameter mittels der Dual-Radar-Methode nicht befriedigend gelungen ist. Die durchgeführten theoretischen Rechnungen unter Annahme homogener Strahlfüllung legen jedoch nahe, für iterative Dämpfungskorrekturverfahren eine Regenbeziehung zu empfehlen, bei der die  $k_2$ -Werte bei gegebenem  $Z_e$  am unteren Rand der berechneten Bandbreite liegen, weil das die Korrektur stabilisieren sollte. Jedoch wird es auch damit immer wieder zu Überkorrekturen kommen. Eine eindeutige  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung gibt es angesichts der berechneten Variabilität nicht, was zumindest qualitativ auch aus den gemessenen *PIA*-Werten abzuleiten ist.

Um schließlich die dritte in der Einleitung formulierte Frage nach der Auswirkung der Dämpfung im langzeitlichen Mittel anzugehen, wurde in Abschnitt 7.7 unabhängig zur Extinktionsanalyse mittels der Dual-Radar-Methode der mittlere C-Band-Dämpfungseffekt bei den zur Dual-Radar-Auswertung herangezogenen Starkniederschlagsfällen untersucht. Dazu wird für jeweils zeitlich korrespondierende Volumenscans beider Radargeräte aus einer für Regen gültigen Standardbeziehung für den Zusammenhang zwischen der Reflektivität  $Z_e$  und der Niederschlagsrate  $R$  ( $Z_e = 300R^{1.5}$ ,  $Z_e$  in  $\text{mm}^6 \text{m}^{-3}$ ,  $R$  in  $\text{mmh}^{-1}$ ) die während der Meßzeit der einzelnen Volumenscans repräsentative lokale Niederschlagsrate bestimmt und mit der Meßzeit für einen Volumendatensatz multipliziert. So erhält man einzelne Volumendatensätze der reflektivitätsäquivalenten Niederschlagssumme, die sich auf den Meßzeitraum für einen einzelnen Scan bezieht. Diese einzelnen Vergleichs-Volumendatensätze beider Radargeräte werden jeweils am festen Ort getrennt zu Gesamtniederschlagssummen über alle Vergleichsscans aufsummiert. Die beiden Volumendatensätze der Gesamtniederschlagssumme werden anschließend auf ein gemeinsames kartesisches Koordinatengitter interpoliert (abstandsgewichtete Einflußgebietenmittelung) und können auf diese Weise miteinander verglichen werden. Die Analyse beschränkt sich hierbei auf Gebiete ohne Einfluß von Bodenechos oder Strahlteilabschattungseffekten, so daß die Unterschiede als hauptsächlich dämpfungsbedingt interpretiert werden können. Es zeigt sich hierbei eine mit dem Abstand zum Radar Lema (C-Band) zunehmende Niederschlagssummenverminderung im Vergleich zu den S-Band-Referenzwerten, die in einer Entfernung von 60 km Werte bis zu 40 % annimmt, was nach der verwendeten  $Z_e$ - $R$ -Beziehung einer zeitlich gemittelten Reflektivitätsreduzierung von etwa 55 % gleichkommt. Hier muß betont werden, daß in die Niederschlagssummen nur Starkniederschlagsereignisse während der MAP-SOP eingegangen sind und die Ergebnisse nicht klimatologisch gelten, sondern als typisch für räumlich ausgedehnte Starkniederschlagsereignisse anzusehen sind.

Im Falle des C-Band-Radars Lema wurde auch die zeitlich integrierte Niederschlagssumme unter Anwendung eines iterativen Dämpfungskorrekturverfahrens berechnet, deren Grundlage eine für Regen gültige  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung in Form eines Potenzgesetzes ist. Die Übereinstimmung mit den S-Band-Werten hat sich dadurch jedoch nicht verbessert. Zwar konnte der systematisch entfernungsabhängige Anteil der Niederschlagsunterschätzung ausgeglichen werden, aber auf Kosten einer drastischen Ver-

stärkung der Varianz des Niederschlagssummenunterschieds mit z.T. deutlicher Überkorrektur. Die vorher systematische Unterschätzung schlägt vielfach durch die Dämpfungskorrektur in eine Überschätzung um bis zu 80 % um — trotz der Niederschlagssummierung über viele Volumenscans.

Aus den Untersuchungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit können einige Konsequenzen für weiterführende Untersuchungen und für die Konstruktion von Dämpfungskorrekturverfahren abgeleitet werden, die als Ausblick den Schluß der Arbeit bilden.

- Aus den theoretischen Betrachtungen ergibt sich letztendlich, daß eine iterative Dämpfungskorrektur ausschließlich auf der Basis einer  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung nur dann möglich ist, wenn Hydrometeorart, -größenverteilung und räumliche Variabilität der Größenverteilung bekannt sind. Derzeit liegt das jedoch außerhalb der Möglichkeiten und wird auf absehbare Zeit wohl nicht zu erreichen sein.
- Ein Ausweg bietet sich hier jedoch, wenn man die integrierte Streckendämpfung  $PIA_{max}$  bei der maximal aufgezeichneten Schrägentfernung aus einer anderen, unabhängigen Quelle kennt. Dann braucht diese bekannte  $PIA_{max}$ , die die Summe der Dämpfung entlang des Strahlweges darstellt, nur noch „gerecht“ auf den Strahlweg verteilt werden (siehe Abschnitt 4.1.1 auf Seite 39). Dies kann man z.B. mit Hilfe der analytischen Lösung einer die Dämpfung beschreibenden Differentialgleichung (siehe ebenfalls Abschnitt 4.1.1) erreichen, wobei darin wiederum eine  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung in der Form  $k_2 = aZ_e^b$  angesetzt, aber im Gegensatz zu den klassischen Korrekturverfahren nur der Exponent  $b$  fest vorgegeben wird. Der Vorfaktor  $a$  kann nun mit Hilfe der analytischen Lösung der Dämpfungsdifferentialgleichung so bestimmt werden, daß die berechnete Dämpfung bei maximaler Schrägentfernung der extern an dieser Stelle vorgegebenen  $PIA_{max}$  entspricht.

Das Problem besteht hier in der externen Schätzung von  $PIA_{max}$ . Hier wäre zu untersuchen, ob es möglich ist, diesen Wert direkt aus den gemessenen Reflektivitätsdaten entlang eines Radarstrahls abzuschätzen. Gäbe es in der Natur eine allgemeingültige, eindeutige  $k_2$ - $Z_e$ -Beziehung in Form des obigen Potenzgesetzes, dann wäre  $PIA_{max}$  eine eindeutige Funktion der über den Strahlweg integrierten ungedämpften  $Z_e^b$ -Werte (siehe auch Abschnitt 7.6.7, wo dieses Integral als  $S_b$  bezeichnet wird). Da es erstens diese eindeutige Beziehung nicht gibt und zweitens ein C-Band-Radar immer gedämpfte Reflektivitätswerte mißt, muß man zur Beschreibung von  $PIA_{max}$  in Abhängigkeit der gedämpften Reflektivitätswerte entlang eines Strahls noch andere Parameter hinzunehmen, wie z.B. die maximale gemessene Reflektivität entlang des Strahls, Varianz und Perzentile der Reflektivitätsverteilung, usw..

Welche Parameter ggf. ausreichen, um die Hauptabhängigkeiten zu beschreiben und wie die Abhängigkeiten explizit zu formulieren sind, könnte z.B. aus Langzeitmessungen mit der in dieser Arbeit entwickelten Dual-Radar-Methode abgeleitet werden, wenn es gelingt, die statistischen Fehler dieses Verfahrens zu minimieren. Bei dem in Kapitel 7 analysierten Datensatz war das nicht möglich. Auch hätte hier die Anzahl der vorhandenen Fälle nicht ausgereicht.

- Im Zusammenhang mit Radarmessnetzen ist eine andere, recht einfache Möglichkeit der Dämpfungsberücksichtigung denkbar, wenn ein Radarmessnetz so engmaschig ist, daß an einem bestimmten Ort immer Messungen von mindestens 2 Radargeräten mit unterschiedlichem Blickwinkel und damit unterschiedlichem durchstrahlten Niederschlag vorliegen. Leitet man aus jeder einzelnen dieser Volumenmessungen unabhängig die Niederschlagsrate am Boden ab, dann ist es sehr wahrscheinlich, daß an einem bestimmten Ort eine der beiden abgeleiteten Bodenniederschlagsraten schwächer dämpfungsbeeinflusst ist als die andere. Nimmt man von diesen beiden Schätzungen das Maximum, dann berücksichtigt man die am wenigsten gedämpfte Messung und vermindert den Dämpfungseinfluß gegenüber einer Schätzung der Bodenniederschlagsrate, die auf einem einzigen Volumendatensatz beruht, ganz im Sinne einer sinnvollen Korrektur.

## Anhang A. Ausbreitung elektromagnetischer Wellen und komplexer Brechungsindex

Zur makroskopischen Beschreibung der Ausbreitung harmonischer elektromagnetischer Wellen in einem homogenen Medium, dessen Molekülabstände sehr klein gegen die Wellenlänge sind, wird der komplexe Brechungsindex  $m$  verwendet. Zum besseren Verständnis wird im folgenden eine kurze Herleitung aus den Maxwell'schen Gleichungen angegeben. Dabei beschränkt sich die Darstellung auf möglichst einfache Fälle, die aber trotzdem ein grundlegendes Verständnis ermöglichen sollen.

Gleich zu Anfang bemerkt: Die im nachfolgenden Text aufgeführten konzeptionellen Modelle sind allesamt klassisch. Formal kommt man damit zu denselben Ergebnissen wie die Quantenmechanik (wobei jedoch dort die auftretenden Größen eine andere Deutung erfahren) und hat den Vorteil der einfacheren Nachvollziehbarkeit.

### A.1. Die Maxwell'schen Gleichungen

Es ist allgemein anerkannt, daß die Maxwell'schen Gleichungen alle elektrischen und magnetischen Phänomene vollständig beschreiben, also auch alle Erscheinungen, die mit der Ausbreitung und Reflexion von Mikrowellen in Zusammenhang stehen. Diese Gleichungen werden im Folgenden ohne nähere Erläuterung angegeben.

Das Gleichungssystem ist dabei in SI-Einheiten formuliert. Beim Studium von Lehrbüchern sollte man beachten, daß dort oftmals das cgs-System Anwendung findet, (z.B. van de Hulst, 1957), das in der theoretischen Physik gerne verwendet wird, weil die Maxwell'schen Gleichungen eine einfachere Form annehmen. Jedoch sind dabei die elektromagnetischen Grundgrößen und Felder anders definiert und haben unanschaulichere Dimensionen, die eine Interpretation und einen Vergleich mit Meßwerten erschweren.

Die Maxwell'schen Gleichungen in SI-Einheiten lauten:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{A.1})$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{A.2})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_0 \quad (\text{A.3})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (\text{A.4})$$

Dieses Gleichungssystem benötigt zur Schließung noch folgende Definitionen bzw. Hilfsgleichungen:

$$\mathbf{B} = \mu \mu_0 \mathbf{H} \quad (\text{A.5})$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E} \quad (\text{A.6})$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \quad (\text{A.7})$$

Hierin sind  $\mathbf{E}$  die elektrische Feldstärke,  $\mathbf{D}$  die dielektrische Verschiebung,  $\mathbf{B}$  die magnetische Feldstärke und  $\mathbf{H}$  die magnetische Erregung.  $\varepsilon_0$  ist die Dielektrizitätskonstante,  $\mu_0$  die magnetische Permeabilitätskonstante. Gleichung (A.7) ist das Ohm'sche Gesetz und beschreibt den Zusammenhang zwischen

$\mathbf{E}$ -Feld und Stromdichte  $\mathbf{j}$ , wobei  $\sigma$  die Leitfähigkeit des Mediums darstellt. Die anderen Größen sind wie die Leitfähigkeit ebenfalls charakteristisch für das Ausbreitungsmedium:  $\rho_0$  ist die Ladungsdichte,  $\varepsilon = \chi + 1$  ist die relative Dielektrizitätszahl und  $\mu = \chi_m + 1$  die relative Permeabilität, wobei  $\chi$  bzw.  $\chi_m$  die dielektrische bzw. magnetische Suszeptibilität darstellen.

Die letzten beiden Größen beschreiben die Wechselwirkung von elektrischen bzw. magnetischen Feldern mit dem Ausbreitungsmedium über die Induzierung bzw. Ausrichtung von elektrischen oder magnetischen Dipolen. Im Falle des elektrischen Feldes spricht man von dielektrischen, im Falle des Magnetfeldes von dia-, para- oder ferromagnetischen Eigenschaften, je nach Größenordnung und Vorzeichen von  $\chi_m$ . Dielektrische Eigenschaften werden dann wichtig, wenn es sich um schlecht oder gar nicht leitende Materialien (Isolatoren) handelt, weil dann nicht wie in Leitern das  $\mathbf{E}$ -Feld durch frei verschiebbare Ladungsträger im Innern des Mediums vollständig kompensiert wird. In den in dieser Arbeit vorkommenden Problemen kann die Wechselwirkung des Magnetfeldes mit magnetischen Dipolen (Elementarmagneten) vernachlässigt werden, so daß im folgenden  $\chi_m$  gleich 0 bzw.  $\mu$  gleich 1 gesetzt wird.

Die Wechselwirkung des  $\mathbf{E}$ -Feldes mit einem schlechten Leiter oder Isolator kann auf zwei Arten geschehen. Besteht das Medium aus Molekülen mit einem permanenten elektrischen Dipolmoment (z.B. Wasser) und genügender Molekülbeweglichkeit, so werden diese durch ein von außen angelegtes  $\mathbf{E}$ -Feld ausgerichtet und es wird ein Gegenfeld induziert, das dem äußeren Feld entgegengesetzt ist und in der Summe dieses abschwächt. Ohne äußeres Feld ist die Ausrichtung der Dipole rein statistisch, so daß makroskopisch das Medium als unpolarisiert erscheint. Besitzen die Moleküle kein permanentes Dipolmoment, so werden durch das äußere Feld zumindest die Elektronenhüllen gegen die positiven Atomkerne verschoben und so ein vorübergehendes Dipolmoment erzeugt (Polarisation), das ebenfalls zur Abschwächung des  $\mathbf{E}$ -Feldes führt. Letzteren Effekt bezeichnet man als Verschiebungspolarisation, ersteren als Orientierungspolarisation; beide haben Auswirkungen auf die Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen innerhalb des Mediums. Darauf wird in den nächsten Abschnitten näher eingegangen.

Der Zusammenhang zwischen induziertem Dipolmoment  $\mathbf{P}$  als Maß für die Polarisation und dem äußeren  $\mathbf{E}$ -Feld lautet

$$\mathbf{P} = \chi \varepsilon_0 \mathbf{E} = \mathbf{D} - \varepsilon_0 \mathbf{E} \quad . \quad (\text{A.8})$$

Im Vorgriff auf das Folgende können anhand dieser Beziehung schon grundlegende Eigenschaften von polarisierbaren Medien unter der Einwirkung von sich zeitlich ändernden Feldern diskutiert werden. Im statischen Falle (das  $\mathbf{E}$ -Feld ist zeitlich konstant) wird sich nach einer gewissen Reaktionszeit (Dämpfung durch intermolekulare Wechselwirkung bei permanentem Dipolmoment bzw. Dämpfung durch Verluste innerhalb der Moleküle bei einem induzierten Dipolmoment) die Polarisation in die Richtung von  $\mathbf{E}$  einstellen, wenn dieses „plötzlich eingeschaltet“ wird, so daß  $\chi$  reell und größer gleich 0 ist. Ändert sich  $\mathbf{E}$  jedoch zeitlich, dann kann man sich vorstellen, daß die Polarisation aufgrund der dämpfenden intermolekularen Wechselwirkungskräfte (bei permanentem Dipolmoment) oder der Verluste innerhalb der Moleküle (beim induzierten Dipolmoment) dem  $\mathbf{E}$ -Feld nur phasenverschoben und abgeschwächt folgen kann. Ein klassisches Modell dieses Verhaltens ist z.B. das Lorentz-Modell für ein Medium ohne permanentes Dipolmoment. Dort wird das zeitliche Verhalten der induzierten Polarisation unter Einwirkung eines sich zeitlich ändernden  $\mathbf{E}$ -Feldes (Verschiebung von Elektronen gegenüber den Atomkernen) als getriebener gedämpfter harmonischer Oszillator beschrieben, wobei das Dämpfungsglied durch die Wechselwirkungskräfte zustande kommt. Ist das äußere antreibende  $\mathbf{E}$ -Feld zeitlich harmonisch, dann besitzt ein solches System bekanntermaßen eine Resonanzfrequenz, bei der die Amplitude der Polarisation bei einer Phasenverschiebung von  $\pi/2$  maximal wird. Jenseits der Resonanz ist die Phasenverschiebung noch größer (maximal  $\pi$ ).  $\chi$  kann hier also bei komplexer Darstellung der har-

monischen Wechselfelder  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{P}$  durch eine (frequenzabhängige!) komplexe Zahl beschrieben werden, deren Amplitude die normierte Polarisationsamplitude und deren Phase die Phasenverschiebung darstellt.  $\varepsilon$  ist also ebenfalls komplex und frequenzabhängig, wobei der Realteil kleiner als 0 sein kann. Bei Medien mit einem permanenten Dipolmoment ist die Sache insofern anders, als daß die Dämpfung durch die intermolekularen Wechselwirkungskräfte viel größer ist, so daß sich die Polarisation verhält wie ein Oszillator im Kriechfall (Debye-Relaxationsmodell). Analoges gilt auch für die magnetische Polarisation. Für eine weitergehende Diskussion wird auf die Spezialliteratur verwiesen.

Die Betrachtungen werden eingeschränkt auf lineare, homogene und isotrope Medien, so daß sämtliche Materialeigenschaftsparameter in den Gleichungen (A.1) bis (A.7) konstante Skalare sind (jedoch i.A. frequenzabhängig!).

## A.2. Harmonische elektromagnetische Wellen im Vakuum

Die vom Radar abgestrahlten Mikrowellen sind harmonische Wellen, deren Zeitabhängigkeit durch sin- oder cos-Funktionen beschrieben werden kann. Hier soll nun untersucht werden, inwiefern solche Wellenlösungen in den Maxwell'schen Gleichungen enthalten sind und somit in der Natur vorkommen können. Zuerst wird der Spezialfall der Ausbreitung im Vakuum betrachtet, und später erfolgt eine Verallgemeinerung auf leitfähige und dielektrische Medien, so daß ein Vergleich der beiden Fälle den Einfluß des Mediums klar werden läßt.

Im Vakuum gelten  $\rho_0 = 0$ ,  $\varepsilon = 1$ ,  $\mu = 1$  und  $\sigma = 0$ . Mit diesen Annahmen und unter Verwendung der Operatoridentität

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \Delta \mathbf{A}$$

läßt sich durch Rotationsbildung von Gleichung (A.1) und Einsetzen von Gleichung (A.2) für das  $\mathbf{E}$ -Feld die folgende Wellengleichung herleiten, wobei wegen  $\rho_0 = 0$  die Divergenzfreiheit des  $\mathbf{E}$ -Feldes benutzt wurde:

$$\Delta \mathbf{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} . \quad (\text{A.9})$$

Für das  $\mathbf{B}$ -Feld ergibt sich eine analoge Gleichung

$$\Delta \mathbf{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} . \quad (\text{A.10})$$

Aus der Wellentheorie ist bekannt, daß die obigen Wellengleichungen alle Wellen beinhalten, die sich mit einer Phasengeschwindigkeit von  $c = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$  (Vakuum-Lichtgeschwindigkeit) im Raum ausbreiten (Raumwellen). Der Begriff der Welle ist dabei sehr allgemein, sie braucht nicht notwendigerweise periodisch oder harmonisch zu sein (z.B. Stoßwellen oder Wellenpulse).

Alle Lösungen der beiden Wellengleichungen, die zusätzlich die Divergenzbedingungen (Gleichungen (A.3) mit  $\rho_0 = 0$  und (A.4)) als Nebenbedingungen erfüllen und die über Gleichung (A.1) bzw. (A.2) gekoppelt sind, stellen physikalisch sinnvolle Lösungen des Problems dar. Daß die Divergenzbedingungen noch nicht automatisch erfüllt sind, kann man erkennen, wenn man auf eine Gleichung des

Typs (A.9) oder (A.10) den Divergenzoperator anwendet:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot (\Delta \mathbf{A}) &= \nabla \cdot \left( \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} \right) \\ \Leftrightarrow \quad \Delta (\nabla \cdot \mathbf{A}) &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla \cdot \mathbf{A} \quad .\end{aligned}\tag{A.11}$$

Für jede Lösung  $\mathbf{A}$  einer Wellengleichung gilt also formal dieselbe Gleichung für ihre Divergenz. Der Spezialfall  $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$  ist darin natürlich enthalten, aber nicht jede Lösung ist auch tatsächlich divergenzfrei. Wie weiter unten ersichtlich, ist eine Konsequenz der Divergenzfreiheit, daß ebene linear polarisierte harmonische elektromagnetische Wellen nur rein transversal sein können, denn sobald eine Feldkomponente in Ausbreitungsrichtung vorhanden ist, ist die Divergenz i.A. ungleich Null.

Im Folgenden werden nun harmonische Wellen betrachtet, die in der Physik einen wichtigen Spezialfall darstellen, da sie in der Natur häufig auftreten (man denke nur an Licht oder Schall). Aus Gründen der Anschauung wird im Folgenden nur auf ebene linear polarisierte Wellen eingegangen, da in diesem Falle die Lösungen in kartesischen Koordinaten eine recht einfache Form annehmen; die Aussagen lassen sich jedoch generalisieren, z.T. aber mit hohem mathematischem Aufwand (eine weitere relativ einfache Lösung sind Kugelwellen).

Zeitlich periodische Wellen können durch den Ansatz

$$\mathbf{A}_c = \bar{\mathbf{A}}_c(\mathbf{r}) e^{i\omega t} ; \quad \mathbf{A}_c \in \{\mathbf{E}_c, \mathbf{H}_c, \mathbf{D}_c, \mathbf{B}_c\}\tag{A.12}$$

beschrieben werden, wobei die gequerten Größen nur vom Ort  $\mathbf{r}$  abhängen. Hier wird eine Zeitabhängigkeit in der komplexen Form  $\exp(i\omega t)$  mit  $\omega$  als Kreisfrequenz gewählt. Damit ist die Wellengleichung komplexifiziert. Der untere Index  $c$  deutet an, daß es sich bei der betreffenden Größe um die komplexifizierte Form handelt. Die komplexe Darstellung ist sinnvoll, da die Wellengleichung eine lineare Gleichung ist, bei deren Lösung sowohl der Realteil als auch der Imaginärteil einzeln Lösungen des reellen Ausgangssystems sind. Damit kann der Real- oder der Imaginärteil der komplexen Lösung als die gesuchte physikalische Lösung angesehen werden. Im Folgenden wird stets der Realteil als relevante Lösung betrachtet.

Den Ansatz beispielsweise in Gleichung (A.9) eingesetzt, ergibt eine Schwingungsgleichung für  $\bar{\mathbf{E}}_c$ , in der die Zeitabhängigkeit eliminiert ist:

$$\Delta \bar{\mathbf{E}}_c = -\frac{\omega^2}{c^2} \bar{\mathbf{E}}_c \quad .\tag{A.13}$$

Im Falle linear polarisierter ebener Wellen, die durch den Ansatz

$$\bar{\mathbf{E}}_c = \mathbf{E}_0 e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}\tag{A.14}$$

unter Vernachlässigung einer beliebigen Phasenverschiebung beschrieben werden, kann man zeigen, daß diese dann mit Gleichung (A.13) verträglich sind, wenn  $|\mathbf{k}| = k = \omega/c$  ist ( $\mathbf{k}$  = Wellenzahlvektor, zeigt in Ausbreitungsrichtung  $\mathbf{e}_k$ ,  $\mathbf{k} = |\mathbf{k}| \mathbf{e}_k$ ;  $\mathbf{E}_0$  ist ein reeller konstanter Amplitudenvektor). Das Minuszeichen im Ansatz Gleichung (A.14) bedeutet wegen der obigen Wahl der Zeitabhängigkeit in Form von  $\exp(i\omega t)$ , daß die Welle in positiver Richtung  $\mathbf{e}_k$  laufen soll. Wäre der Zeitfaktor  $\exp(-i\omega t)$ , dann würde in Gleichung (A.14) ein positives Vorzeichen stehen (diese Symmetrie ist darauf zurückzuführen, daß der Realteil des komplexen Ansatzes als Lösung betrachtet wird und daß dieser als Kosinus der Phase eine gerade Funktion ist).

Die Divergenzfreiheitsbedingung liefert die Bedingung für die Transversalität des  $\mathbf{E}$ -Feldes (analog

beim  $\mathbf{B}$ -Feld):

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \left( \Re \left\{ \mathbf{E}_0 e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \right\} \right) &= \mathbf{E}_0 \cdot \nabla \left( \Re \left\{ e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \right\} \right) = -\sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \mathbf{k} \cdot \mathbf{E}_0 \stackrel{!}{=} 0 \quad \forall \mathbf{r} \in \mathbb{R}^3 \\ \Leftrightarrow \mathbf{k} \cdot \mathbf{E}_0 &= 0 \quad , \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

wobei der Term  $\exp(i\omega t)$  weggelassen wurde.  $\mathbf{E}_0$  muss also senkrecht auf  $\mathbf{k}$  stehen. Dieser Wellentyp hat eine große Bedeutung in der physikalischen Beschreibung der Eigenschaften von elektromagnetischen Wellen, da seine mathematische Behandlung recht simpel ist und man viele reale Wellenfelder als lokal eben, homogen und linear polarisiert annähern kann. Eine exakte Beschreibung wäre oftmals viel schwieriger, da im allgemeinen auch Wellen mit einer Longitudinalkomponente vorkommen können, wenn man ein ortsabhängiges  $\mathbf{E}_0$  und  $\mathbf{k}$  zuläßt (ausser im Falle der einfach darzustellenden Kugelwellen).

Das  $\mathbf{B}$ -Feld ergibt sich dann aus Gleichung (A.1) zu einer ebenfalls homogenen ebenen linear polarisierten phasengleichen Wellenfunktion, deren konstanter Amplitudenvektor  $\mathbf{B}_0$  jedoch senkrecht auf  $\mathbf{E}_0$  und  $\mathbf{k}$  steht.

Jede beliebige Linearkombination (Überlagerung) von solchen Wellen ist wegen der Linearität der Wellengleichung wiederum eine Lösung des Problems, z.B. kann man mittels zweier linear polarisierter Wellen mit zueinander senkrechter Polarisationsrichtung und einer Phasenverschiebung von  $\pi/2$  eine elliptische Polarisation erhalten. Allgemein können mit Hilfe jenes einfachen Wellentyps alle Wellenfelder behandelt werden, die sich in Fourierkomponenten von ebenen harmonischen linear polarisierten Teilwellen zerlegen lassen. Auch unpolarisierte Strahlung (z.B. natürliches Sonnenlicht) kann als Überlagerung von vielen linear polarisierten Teilwellen aufgefaßt werden, wobei keine Polarisationsrichtung ausgezeichnet ist und alle gleich wahrscheinlich vorkommen.

Der Energiefluß in einer solchen Welle findet entlang des Poynting-Vektors

$$\mathbf{S} = \Re \{ \mathbf{E}_c \} \times \Re \{ \mathbf{H}_c \} \quad (\text{A.16})$$

statt, der senkrecht auf  $\Re \{ \mathbf{E}_c \}$  und  $\Re \{ \mathbf{H}_c \}$  steht, also im Falle der obigen ebenen linear polarisierten Wellen in Ausbreitungsrichtung  $\mathbf{k}$  zeigt. Man beachte, daß  $\mathbf{S}$  mit den physikalischen Feldern (Realteile der komplexen Ansätze) gebildet werden muß! Sein Betrag gibt den Energiefluß (die Intensität  $I$ ) an und kann im Vakuum für eben jene linear polarisierten Wellen ( $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{H}$  schwingen in Phase und stehen senkrecht aufeinander) geschrieben werden als

$$|\mathbf{S}(t)| = I(t) = \epsilon_0 c E_0^2 \cos^2(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \quad , \quad (\text{A.17})$$

da aus Gleichung (A.1) und (A.5) in diesem Falle  $H_0 = \epsilon_0 c E_0$  folgt, wenn  $H_0 = |\mathbf{H}_0|$  und  $E_0 = |\mathbf{E}_0|$  die Amplituden der senkrecht schwingenden Komponenten des  $\mathbf{H}$  bzw.  $\mathbf{E}$ -Feldes darstellen. In Analogie zum elektrischen Wechselstromwiderstand bezeichnet man das Verhältnis

$$\frac{E_0}{H_0} = \frac{1}{\epsilon_0 c} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \quad (\text{A.18})$$

als Impedanz des freien Raumes. Der Wert beträgt 377 Ohm.

Der oftmals nur meßbare zeitliche Mittelwert des Betrags des Poynting-Vektors beträgt in diesem Falle

$$\langle |\mathbf{S}| \rangle = \langle I \rangle = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 \quad . \quad (\text{A.19})$$

Im nächsten Abschnitt wird eine ähnliche Darstellung für Wellen in einem Medium angegeben, so daß sich der Einfluß von Dielektrizität und Leitfähigkeit erkennen läßt.

### A.3. Linear polarisierte elektromagnetische Wellen im Medium

Im folgenden wird ein Medium mit  $\varepsilon \neq 1$ ,  $\sigma \neq 1$  und  $\mu \neq 0$  betrachtet, wobei weiterhin die Nettoladungsdichte  $\rho_0 = 0$  sein soll.

Unter diesen Voraussetzungen liefert ähnliches Vorgehen wie im vorigen Kapitel die zu Gleichung (A.9) analoge Beziehung

$$\Delta \mathbf{E} = -\mu\mu_0\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} . \quad (\text{A.20})$$

Diese Gleichung wird auch als Telegraphengleichung bezeichnet (Vogel und Gerthsen, 1993).

Für ein zeitlich harmonisches  $\mathbf{E}$ -Feld folgt (analog Gleichung (A.13))

$$\Delta \bar{\mathbf{E}}_c = -\frac{\omega^2}{c^2} \left( \mu\varepsilon - i \frac{\mu\sigma}{\varepsilon_0\omega} \right) \bar{\mathbf{E}}_c . \quad (\text{A.21})$$

Wir suchen die entsprechende Lösung für eine ebene linear polarisierte Welle. Setzt man den Ansatz (A.14) ein, so findet man für den Wellenzahlvektor  $\mathbf{k}_{med}$  im Medium die Beziehung

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_{med} &= k_{med} \mathbf{e}_k = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \left( \mu\varepsilon - i \frac{\mu\sigma}{\varepsilon_0\omega} \right)} \mathbf{e}_k = \\ &\int m^2 := \mu\varepsilon - i \frac{\mu\sigma}{\varepsilon_0\omega} \int = k\sqrt{m^2} \mathbf{e}_k = (k'_{med} + ik''_{med}) \mathbf{e}_k , \quad (\text{A.22}) \end{aligned}$$

wobei  $\sqrt{m^2} = m = m' + im''$  den komplexen Brechungsindex  $m$  definiert und wie bisher  $k = \omega/c$  die Wellenzahl im Vakuum darstellt. Auf die richtige Wahl derjenigen der zwei Wurzeln von  $m^2$  wird weiter unten eingegangen. Die letzte Identität definiert die komplexe Darstellung von  $\mathbf{k}_{med}$ . Damit läßt sich die ebene linear polarisierte Welle schreiben als

$$\mathbf{E}_c = \mathbf{E}_0 e^{i(\omega t - \mathbf{k}_{med} \cdot \mathbf{r})} = \mathbf{E}_0 e^{k''_{med} \mathbf{e}_k \cdot \mathbf{r}} e^{i(\omega t - k'_{med} \mathbf{e}_k \cdot \mathbf{r})} \quad (\text{A.23})$$

unter Vernachlässigung einer beliebigen Phasenverschiebung. Dabei wurde vorausgesetzt, daß der Dämpfungsfaktor in dieselbe Richtung wirkt wie die Ausbreitungsrichtung, so daß  $\mathbf{k}_{med} = \mathbf{k}'_{med} + i\mathbf{k}''_{med}$  als  $(k'_{med} + ik''_{med}) \mathbf{e}_k$  geschrieben werden kann. Solche Wellen bezeichnet man als homogene, andernfalls wären sie inhomogen. Das  $\mathbf{B}$ -Feld ist dann ebenfalls durch Gleichung (A.1) gegeben, indem man (A.1) als komplex auffasst,  $\mathbf{B}_c$  berechnet und davon den Realteil nimmt. Das  $\mathbf{H}$ -Feld kann aus  $\mathbf{B}_c$  mittels Gleichung (A.5) ( $\mu$  komplex) als Realteil von  $\mathbf{H}_c$  bestimmt werden. Diese Lösungen erfüllen natürlich auch die Divergenzfreiheitsbedingungen. Anzumerken ist, daß im Falle eines komplexen Brechungsindex  $\mathbf{E}$ - und  $\mathbf{B}$ -Feld i.A. nicht mehr in Phase schwingen, trotzdem aber noch senkrecht aufeinander stehen.

Man erkennt, daß es sich um eine gedämpfte Welle handelt, die sich mit der Phasengeschwindigkeit  $c_{med} = \omega/k'_{med}$  fortpflanzt und deren Amplitude mit dem Faktor  $\exp(k''_{med} \mathbf{e}_k \cdot \mathbf{r})$  abgeschwächt wird. Der Realteil von  $m$  ist also verknüpft mit einer Retardierung der elektromagnetischen Welle und der Imaginärteil mit einer Amplitudendämpfung und somit mit einer Energiedissipation (Absorption).

Der Zusammenhang zwischen Phasengeschwindigkeit  $c_{med}$  bzw. Dämpfungsfaktor  $k''_{med}$  und dem

komplexen Brechungsindex lautet folglich

$$\frac{\omega}{c_{med}} = k'_{med} = \Re\{km\} = k\Re\{m\} = \frac{\omega}{c}m' \iff c_{med} = \frac{c}{m'} \quad (\text{A.24})$$

$$k''_{med} = \Im\{km\} = k\Im\{m\} = \frac{\omega}{c}m'' \quad , \quad (\text{A.25})$$

da  $k = \omega/c$  reell ist. Man beachte, daß ein physikalisch sinnvoller Brechungsindex immer so gestaltet ist, daß die Welle im Medium gedämpft wird und sich in dieselbe Richtung bewegt wie außerhalb — die Phasengeschwindigkeit kann auch schneller als  $c$  sein (so etwas gibt es tatsächlich), nicht jedoch die Photonen selbst. In unserem Fall folgt daraus  $m' > 0$  und  $m'' \leq 0$ . Hätten wir den Zeitfaktor anders gewählt, nämlich  $\exp(-i\omega t)$ , dann würde  $m'' \geq 0$  gelten.

Im Folgenden wird diskutiert werden, inwieweit das aus der Definition des Brechungsindex ersichtlich ist. Dazu nehmen wir vereinfachend an, daß das Medium keine diamagnetischen Eigenschaften habe ( $\mu = 1$ ).

Der Brechungsindex  $m$  definiert sich über die Beziehung  $m^2 = \varepsilon - i\sigma/\varepsilon_0\omega$ , wobei der Imaginärteil von  $m^2$  auf jeden Fall negativ ist, da auch der Imaginärteil von  $\varepsilon$  durch den Zeitfaktor  $\exp(i\omega t)$  negativ sein muß (Polarisation hinkt dem  $\mathbf{E}$ -Feld nach, nicht andersherum). Der Realteil kann negativ oder positiv sein. Diese implizite Beziehung für  $m$  hat zwei Lösungen in der komplexen Zahlenebene, die sich genau gegenüberliegen. Wir interessieren uns aber nur für diejenige Lösung, die einen positiven Realteil hat, damit wir eine positive Phasengeschwindigkeit  $c_{med}$  erhalten. Der Imaginärteil dieser Lösung ( $m''$ ) ist dann ebenfalls negativ. Hätten wir eine Zeitabhängigkeit der Form  $\exp(-i\omega t)$  und folglich eine Ortsabhängigkeit der Form  $\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$  gewählt, so wäre  $m^2 = \varepsilon + i\sigma/\varepsilon_0\omega$  mit  $\Im\{\varepsilon\} > 0$ , so daß  $m''$  positiv bei positivem  $m'$  ist, wobei der Dämpfungsfaktor in Gleichung (A.23) dann die Form  $\exp(-k''_{med}\mathbf{e}_k \cdot \mathbf{r})$  hätte. Es ist nun gerade so, daß das  $m$  mit positivem Realteil im einen Fall das konjugiert komplexe der Lösung für  $m$  mit positivem Realteil im anderen Fall darstellt, so daß das Vorzeichen beim Imaginärteil von  $m$  durch das Vorzeichen des Zeitfaktors bestimmt wird. Verwendet man Literaturwerte für  $m$ , muß man immer darauf achten, welchen Zeitfaktor der Autor verwendet hat und ggf. das Vorzeichen des Imaginärteils ändern. In diesem Kapitel und bei der Berechnung der Streufunktionen nach Mie, die in dieser Arbeit durchgeführt werden, kam die Notation nach van de Hulst (1957) mit einem Zeitfaktor von  $\exp(i\omega t)$  zur Anwendung, im Unterschied zum Beispiel zu der neueren Darstellung in Bohren und Huffman (1983).

In der Literatur wird oft nicht  $m$  verwendet, sondern in Analogie zu einem Medium mit rein dielektrischen Eigenschaften ohne Absorption und intermolekulare Wechselwirkung ( $\varepsilon$  reell,  $\mu = 1$ ,  $\sigma = 0$ ), wo die Ausbreitungsgeschwindigkeit durch  $c_{med} = c/\sqrt{\varepsilon}$  gegeben ist, wird eine komplexe relative Dielektrizitätszahl  $\varepsilon_c = m^2 = \varepsilon' + i\varepsilon''$  definiert, so daß Gleichung (A.21) formal zu einer Wellengleichung wird. Es ist eine Frage des Geschmacks, welche der beiden Größen man verwendet. Aus dem vorher Gesagten folgt, daß bei der hier getroffenen Wahl des Zeitfaktors ( $\exp(i\omega t)$ ) sowohl  $\varepsilon' > 0$  als auch  $\varepsilon' < 0$  gelten kann, aber  $\varepsilon'' < 0$  ist.  $\varepsilon_c = m^2$  befindet sich somit im 3. oder 4. Quadranten der komplexen Zahlenebene, und  $m$  liegt im 4. Quadranten. Oft wird die Definition  $m = m' - im''$  oder  $\varepsilon_c = \varepsilon' - i\varepsilon''$  mit jeweils nichtnegativen Imaginärteilen anstatt der hier angegebenen verwendet. Bei tabellierten Werten ist das unbedingt zu beachten.

Die Berechnung von  $m = \sqrt{\varepsilon_c}$  (z.B. bei der Umrechnung von Literaturwerten) erfolgt einfach durch den Hauptzweig der komplexen Wurzelfunktion. Dieser besteht definitionsgemäß aus derjenigen Wurzel mit positivem Realteil. Das Vorzeichen von  $m''$  ist dann gleich dem Vorzeichen von  $\varepsilon''$ , wie gefordert und unabhängig vom verwendeten Zeitfaktor.

Der zeitlich gemittelte Energiefluß ergibt sich schließlich nach der Berechnung der reellen  $\mathbf{E}$ - und

$\mathbf{H}$ -Felder aus deren komplexer Darstellung, Bildung des Kreuzproduktes und zeitlicher Mittelung zu

$$\langle |\mathbf{S}| \rangle = \langle I \rangle = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 E_0^2 \Re \left\{ \frac{m}{\mu} \right\} e^{2k''_{med} z} . \quad (\text{A.26})$$

Im Unterschied zum Vakuum treten hier ein exponentieller Dämpfungsfaktor und der Realteil von  $m/\mu$  auf ( $\mu$  wurde der Vollständigkeit halber mitgeführt). Der Term  $2k''_{med}$  ist der Absorptionskoeffizient (vgl. Lambert-Beer-Gesetz) mit  $k''_{med} < 0$ . Dieser kann mit Gleichung (A.25) auch als  $2\omega m''/c$  oder  $4\pi m''/\lambda_0$  geschrieben werden, wobei  $\lambda_0$  die Wellenlänge im Vakuum darstellt ( $c = \lambda_0 \omega / 2\pi$ ).

Um als letzten Punkt die Größenordnung der Absorptionseffekte anschaulich zu machen, betrachten wir die Laufstrecke  $d_{1/e}$ , nach der die Intensität der gedämpften Welle auf ihren  $1/e$ -ten Teil abgefallen ist. Diese kann aus dem exponentiellen Dämpfungsglied in Gleichung (A.26) abgeleitet werden und ist

$$d_{1/e} = -\frac{c}{2\omega m''} = -\frac{c}{4\pi f m''} , \quad (\text{A.27})$$

wobei  $f_0$  die Frequenz darstellt ( $f_0 = c/\lambda_0$ ). Für das im Zusammenhang mit atmosphärischem Niederschlag besonders interessante Wasser bei  $f_0 = 5$  GHz ( $m = 8.5 - 1.81 i$  für  $T = 10^\circ\text{C}$ , Ray, 1972) beträgt  $d_{1/e}$  nur 2.5 mm.

## A.4. Physikalische Interpretation des Brechungsindex

Nachdem im letzten Kapitel die Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen innerhalb eines homogenen unendlich ausgedehnten isotropen Mediums dargestellt wurde, wird hier auf den in diesem Zusammenhang aufgetretenen komplexen Brechungsindex näher eingegangen. Dieser beschreibt die Wechselwirkung solcher Wellen mit dem Ausbreitungsmedium über verschiedene Mechanismen. Von diesen Mechanismen gibt es klassische Vorstellungen, die nachfolgend kurz beschrieben werden. Die quantenmechanische Deutung der Wechselwirkung besteht in der Anregung von Elektronen der Atomhülle und der Anregung von Gitter- oder anderen Schwingungen (Rotations-, Translationsschwingungen innerhalb der Moleküle, jeweils gequantelt) durch Stöße mit Photonen passender Energie und anschließender Reemission von Photonen beim Zurückfallen, worauf aber hier nicht näher eingegangen wird.

Lokal am festen Ort herrscht ein elektromagnetisches Wechselfeld mit der Kreisfrequenz  $\omega$ . Gibt es freie Ladungsträger, z.B. Elektronen, ( $\sigma > 0$ ), so fließen lokal nach dem Ohmschen Gesetz Wechselströme, die durch den lokalen elektrischen Widerstand (Stoßwechselwirkung) Wellenenergie in Wärme umwandeln und sehr effektiv zur Absorption beitragen. Zusätzlich zu der Wirkung auf die freien Ladungsträger werden bei vorher unpolarisierten Molekülen in periodischer Antwort auf das  $\mathbf{E}$ -Feld Ladungsschwerpunkte verschoben, so daß viele kleine schwingende Dipole entstehen. Deren Antwortverhalten ist dabei stark von der Frequenz abhängig, denn durch die Ladungstrennung selbst und durch interne Kräfte in den Molekülen entstehen schwingungsdämpfende Effekte, die der Auslenkung entgegenwirken. Ähnlich wie beim linearen gedämpften Oszillator mit äußerer Anregung kann deshalb die Ladungsschwerpunktsschwingung nur phasenverschoben und mit einer stark von der Frequenz abhängigen Amplitude (Resonanzkurven!) dem  $\mathbf{E}$ -Feld folgen. Durch die Rückstellmechanismen gibt es auch hier frequenzabhängige Energiedissipation (Absorption). Die schwingenden Ladungsschwerpunkte der Moleküle und die freien Ladungsträger bilden ihrerseits schwingende Dipole, die ein phasenverschobenes Signal abstrahlen, das sich zu einer insgesamt etwas langsamer ( $m' > 1$ ) oder schneller laufenden Welle ( $m' < 1$ ) mit dem einfallenden Feld überlagert, abhängig vom Betrag der Phasenverschiebung. In Reinform gilt das jedoch nur dann, wenn sich die Welle stationär im Medium ausgebildet hat, wenn also z.B. bei einem gepulsten Wellenzug die anfängliche Wellenfront durchgezogen ist; die Front selbst kann nicht schneller als  $c$  sein, die Phasengeschwindigkeit jedoch schon — eine eingehende Diskussion die-

ses Problems findet sich z.B. in Bohren und Huffman (1983) und in der dort zitierten weiterführenden Literatur.

Gibt es Moleküle mit einem permanenten Dipolmoment und einer gewissen Beweglichkeit (z.B. Wasser), dann wirkt auf diese ein periodisches Drehmoment, so daß sie ebenfalls Drehschwingungen vollführen. Auch hier gibt es Rückstellkräfte, die dem entgegenwirken und eine stark frequenzabhängige Antwort verursachen (Flüssigkeiten/Gase: thermische Molekülbewegung und Stöße; Festkörper: Bindungskräfte im Gitter) mit analoger Wirkung wie oben beschrieben. Dieses frequenzabhängige Antwortverhalten und damit die starke Frequenzabhängigkeit des Brechungsindex bezeichnet man als Dispersion. Man beachte, daß auch bei  $\sigma = 0$  die Dielektrizitätszahl  $\epsilon$  wegen der Dämpfungseffekte bei der Polarisierung komplex sein kann, wobei der Effekt aber bei weitem nicht so stark ist wie bei Leitern.

In der Tat waren klassische Theorien, die genau das oben beschriebene konzeptionelle Modell des harmonischen Oszillators zugrunde gelegt haben, sehr erfolgreich in der Beschreibung von einzelnen Resonanzmoden in der Dispersionsrelation (siehe z.B. Bohren und Huffman, 1983). Jedoch liegen den Rechnungen immer gewisse Annahmen und Parameter zugrunde, so daß man sich in der Praxis meist auf gemessene Werte stützt.

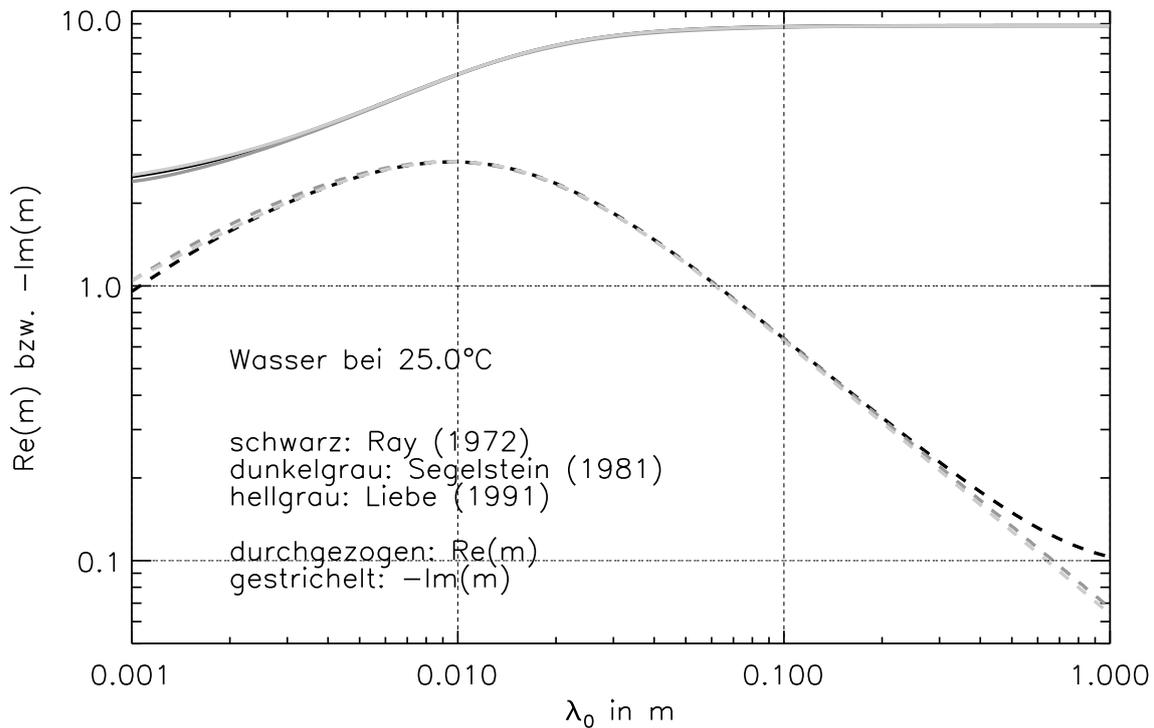
## A.5. Literaturwerte für den Brechungsindex von Eis und Wasser

In dieser Arbeit wird für den komplexen Brechungsindex  $m$  im Mikrowellenbereich ein Modell nach Ray (1972) für Wasser und ein Modell nach Warren (1984) für Eis verwendet. Ersteres ist eine analytische Regressionsfunktion an Messungen anderer Autoren und an die klassische Relaxationstheorie von Debye. Letzteres bezieht viele neuere Messungen mit ein und versucht gleichzeitig, nur die „zuverlässigsten“ Meßwerte zu benutzen (es liegt in tabellierter Form vor). Beide enthalten neben der Frequenzabhängigkeit eine Abhängigkeit von der Temperatur. Bohren und Huffman (1983) kritisieren, daß das Modell nach Ray nicht die Kramers-Kronig-Relationen erfüllt, die für ein realistisches Modell streng gelten müssen. Die Übereinstimmung mit in der Literatur vorhandenen Messungen ist aber im Mikrowellenbereich sehr gut. Das Modell von Warren (1984) erfüllt die Kramers-Kronig-Relationen.

In der vorliegenden Arbeit wurde das Ray-Modell insoweit vereinfacht, als daß es nur eine analytische Basisfunktion enthält und einige im Infraroten aufgesetzte Absorptionslinien nicht berücksichtigt. Diese spielen für Wellenlängen größer als etwa 1 mm keine Rolle. Der Gültigkeitsbereich erstreckt sich deshalb nur von  $1 \text{ mm} < \lambda_0 < 1 \text{ m}$  im Gegensatz zu einem viel größeren Bereich in der Originalarbeit. Dies ist für die Radarmeteorologie völlig ausreichend. Für die genauen Formeln wird auf die Originalarbeit verwiesen. Der Gültigkeitsbereich bezüglich der Temperatur wird durch die Vereinfachung nicht berührt und beträgt  $-10^\circ\text{C}$  bis  $30^\circ\text{C}$ .

Abbildung A.1 zeigt einen Vergleich des Ray-Modells für Wasser im Mikrowellenbereich (hier:  $1 \text{ mm} < \lambda_0 < 1 \text{ m}$ ) mit dem Modell einer neueren Arbeit von Segelstein (1981), das für eine Temperatur von  $25^\circ\text{C}$  erstellt worden ist, und einer noch neueren analytischen Formulierung nach Liebe et al. (1991), die in etwa denselben Gültigkeitsbereich bezüglich Temperatur und Wellenlänge aufweist wie das Ray-Modell. Das Segelstein-Modell liegt in tabellierter Form vor und erstreckt sich von  $\lambda_0 = 10 \text{ nm}$  bis  $10 \text{ m}$ . Man erkennt praktisch keinen Unterschied der drei Modelle, was die Anwendbarkeit des vereinfachten Ray-Modells im Mikrowellenbereich unterstreicht. Auch bei anderen Temperaturen unterscheidet sich das Ray-Modell im Wellenlängenbereich von 3 mm bis 30 cm nicht wesentlich vom Liebe-Modell (nicht explizit graphisch dargestellt). Außerhalb dieses Wellenlängenbereichs betreffen die Unterschiede hauptsächlich den Imaginärteil des Brechungsindex.

Auffällig ist ein Maximum der Absorption (Imaginärteil) bei etwa 2 cm, das auf die Anregung von Schwingungen der permanenten Dipole zurückzuführen ist (Ray, 1972). Gleichzeitig erkennt man die typische Zone anomaler Dispersion im Bereich des Absorptionsmaximums (Realteil nimmt mit zuneh-

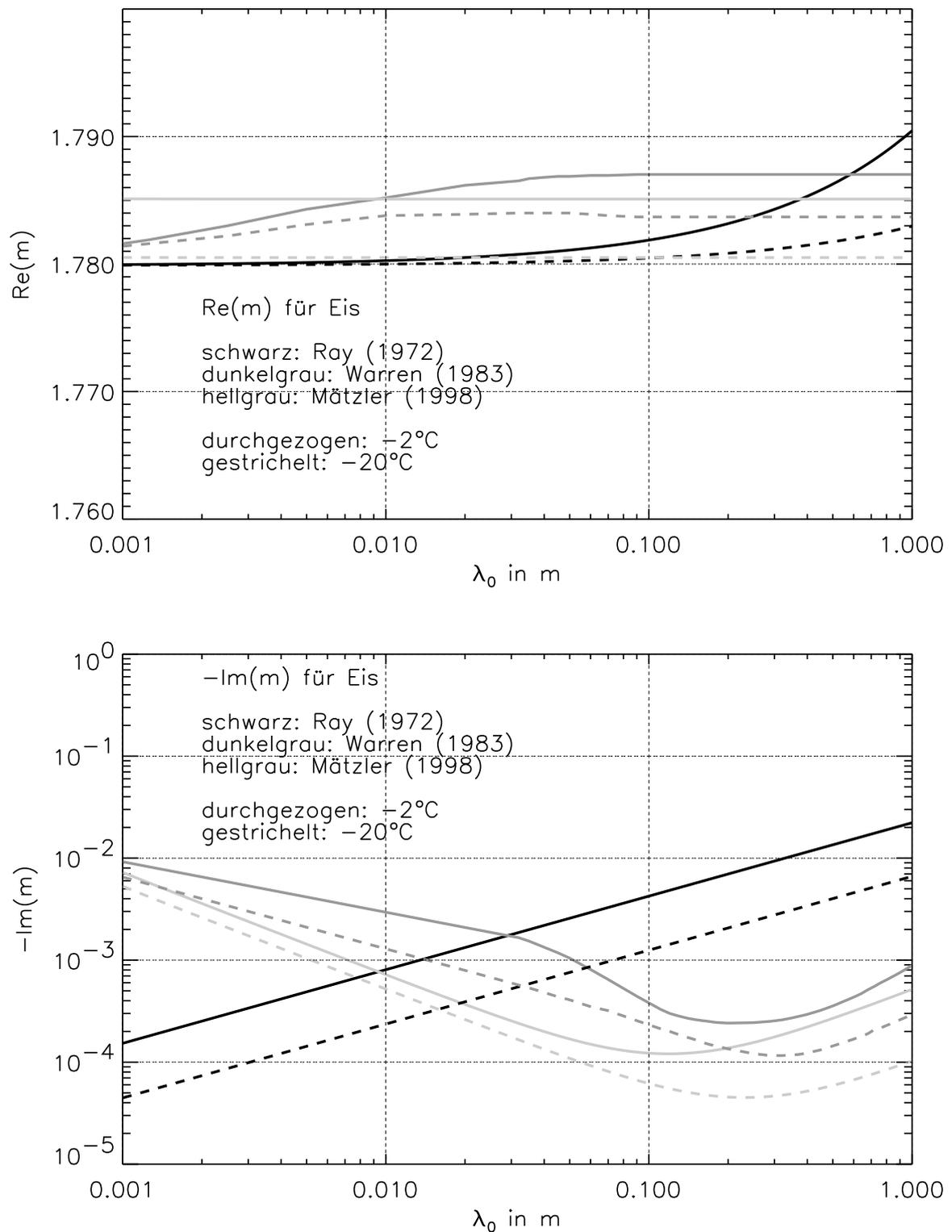


**Abb. A.1.:** Komplexer Brechungsindex  $m$  von Wasser im Mikrowellenbereich als Funktion der Vakuum-Wellenlänge  $\lambda_0$  in m bei 25°C. **Schwarz:** Modell nach Ray (1972), **dunkelgrau:** Modell nach Segelstein (1981), das nur für diese Temperatur gilt, **hellgrau:** Modell nach Liebe et al. (1991). **Durchgezogen:**  $\Re\{m\}$ , **gestrichelt:**  $-\Im\{m\}$ .

mender Wellenlänge zu und nicht ab).

Die Arbeit von Ray (1972) enthält ebenfalls ein Modell für Eis<sup>1</sup>. Nach sorgfältiger Prüfung von in der Literatur vorhandenen Meßwerten kommt Warren (1984) jedoch zu dem Schluß, daß die bei Ray (1972) verwendeten Messungen nicht die zuverlässigsten sind, vor allem was den Imaginärteil von  $m$  angeht. Gerade im Mikrowellenbereich zeigen die Literaturmeßwerte eine sehr große Streuung (z.T. über zwei Größenordnungen), so daß das Ignorieren einer bestimmten Messung einen großen Einfluß hat. Warren (1984) erstellte ein Modell für Eis unter Verwendung der seiner Meinung nach zuverlässigsten Messungen, das den Wellenlängenbereich von 45 nm bis 8.6 m und den Temperaturbereich von -60°C bis 0°C abdeckt. Es liegt in Form von tabellierten Zahlenwerten vor. In der neueren Arbeit von Mätzler (1998) findet sich ein drittes Modell, das eine Erweiterung der Arbeit von Hufford (1991) darstellt. Ähnlich wie bei Warren (1984) wurden auch hier Meßdaten ausgewertet, aber im Unterschied dazu ist das Modell als analytische Regressionsfunktion formuliert. Abbildung A.2 enthält einen Vergleich der drei Modelle. Oben ist der Realteil, unten der negative Imaginärteil des Brechungsindex von Eis dargestellt, jeweils für alle drei Modelle und für Temperaturen  $T$  von -2°C und -20°C. Der Realteil ist praktisch nicht von  $\lambda_0$  und  $T$  abhängig und bei allen Modellen so gut wie identisch (man beachte die Achsenskalierung!). Beim Imaginärteil zeigen sich jedoch deutliche Unterschiede. Die beiden Modelle von Warren und Mätzler zeigen hier eine zum Modell von Ray gänzlich unterschiedliche Wel-

<sup>1</sup>In der Arbeit von Ray (1972) muß der Faktor  $10^{-4}$  in Formel (12d) für die Relaxationswellenlänge  $\lambda_s$  offensichtlich  $10^{-5}$  lauten. Dieser Druckfehler wurde auch von Oguchi (1983) angemerkt.



**Abb. A.2.:** Komplexer Brechungsindex  $m$  von Eis im Mikrowellenbereich als Funktion der Vakuum-Wellenlänge  $\lambda_0$  in m bei  $-2^\circ\text{C}$  (jeweils durchgezogen) und  $-20^\circ\text{C}$  (jeweils gestrichelt). **Oben:**  $\Re\{m\}$ , **unten:**  $-\Im\{m\}$ . **Jeweils schwarz:** Modell nach Ray (1972), **jeweils dunkelgrau:** Modell nach Warren (1984), **jeweils hellgrau:** Modell nach Mätzler (1998).

lenlängenabhängigkeit, indem sie mit zunehmender Wellenlänge ab- und nicht zunehmen. Dabei sind die Werte des Imaginärteils beim Mätzler-Modell betragsmäßig um bis zu einem Faktor 8 kleiner als diejenigen des Warren-Modells. Obwohl das Modell nach Mätzler neueren Datums ist, wird in dieser Arbeit dennoch das etwas ältere Modell von Warren verwendet.

## Anhang B. Ausbreitung von Radarstrahlen in der Atmosphäre

Die möglichst genaue Ortszuordnung der Radarmessungen ist für viele Anwendungen eine wichtige Grundlage. So werden z.B. in dieser Arbeit Messungen von zwei Radargeräten am selben Ort verglichen, wobei die Anforderungen an die Ortsgenauigkeit sehr hoch sind. Hierbei müssen die Antennenposition, die Laufzeit und der Weg der elektromagnetischen Strahlung durch die Atmosphäre berücksichtigt werden. Mittels Radar kann über die Laufzeit und die Lichtgeschwindigkeit lediglich die Entfernung entlang des wie auch immer gearteten Strahlweges gemessen werden, und die Aufgabe besteht nun daraus, aus dieser Schrägentfernung und der Antennenposition die geographische Lage und die Höhe der Radarmesswerte zu bestimmen (Georeferenzierung).

Die Ausbreitung von Radarstrahlen in der Atmosphäre wird entscheidend durch den Brechungsindex der Luft bestimmt. Letzterer ist für Frequenzen im Mikrowellenbereich hauptsächlich eine Funktion des Luftdruckes, der Lufttemperatur und der Luftfeuchte, wohingegen die Abhängigkeit von der Wellenlänge nur schwach ausgeprägt ist (z.B. Bean und Dutton, 1966). Da all diese Größen ortsabhängig sind, ist auch der Brechungsindex eine Funktion des Ortes. Die Variation mit der Höhe ist jedoch für gewöhnlich viel größer als die horizontalen Änderungen, weswegen letztere oft vernachlässigt werden.

In den folgenden Abschnitten wird kurz auf die physikalischen Grundlagen eingegangen, und es wird eine in der Radarmeteorologie oft benutzte Näherung eingeführt, die auch in dieser Arbeit letztlich für die Georeferenzierung benutzt worden ist. Diese Näherung (das sogenannte „4/3-Erde-Modell“) ist gültig für mittlere atmosphärische Verhältnisse, wie sie bei Niederschlagsereignissen oft anzutreffen sind. Zur Einschätzung des Fehlers werden auf der Basis einer bezüglich der geometrischen Optik exakten Differentialgleichung und unter Verwendung von Radiosondenaufstiegen die tatsächlichen Strahlausbreitungswege abgeschätzt, die während der in dieser Arbeit verwendeten Radarmessungen anzutreffen waren.

### B.1. Physikalische Grundlagen der Strahlausbreitung

Als Grundlage der Ausbreitung von Radarstrahlen in der Atmosphäre wird für gewöhnlich die Näherung der geometrischen Optik verwendet. Dabei wird angenommen, daß sich die von der Antenne ausgehende kohärente Strahlung im Fernfeld der Antenne wie eine Kugelwelle mit von der Richtung abhängiger Amplitude ausbreitet, wobei der divergierende Puls der Länge  $c\tau/2$  sich in den einzelnen Strahlrichtungen so verhält wie ein den Gesetzen der geometrischen Optik gehorchender Einzelstrahl. Außerdem sind die Dimensionen des Pulses und die räumliche Amplitudenvariation sehr groß gegen die Wellenlänge, so daß lokal die Näherung einer ebenen Welle verwendet werden kann. Dies macht man auch beispielsweise bei der theoretischen Berechnung von Rückstreuquerschnitten von einzelnen Hydrometeoren. Grundsätzlich muß unterschieden werden zwischen Effekten durch Reflexion an Grenzflächen zwischen zwei Medien mit unterschiedlichem Brechungsindex und durch Strahlkrümmung innerhalb eines Mediums mit kontinuierlicher Änderung des Brechungsindex (Refraktion).

Letzter Effekt kann recht anschaulich erläutert werden: Man stelle sich die elektromagnetische Strahlung als eine lokal ebene Welle vor, die sich mit einer Phasengeschwindigkeit von  $c/n'$  (siehe Anhang A.3) im Raum ausbreitet, wobei  $n'$  der Realteil des komplexen Brechungsindex im Ausbreitungsmedium ist. Ändert sich  $n'$  quer zur Ausbreitungsrichtung, also längs einer Phasenfläche, dann wird

letztere entlang des Wegs gekrümmt, weil sich unterschiedliche Teile der Welle mit unterschiedlicher Geschwindigkeit ausbreiten. Der Energiefluß verbleibt aber immer senkrecht auf der Phasenfläche, so daß sich letztendlich die Ausbreitungsbahn der Welle krümmt. Der Effekt ist umso stärker, je größer die strahlensrechte Komponente des Brechungsindexgradienten ist. Läuft der Strahl parallel zum Brechungsindexgradienten, dann findet keine Refraktion statt.

Im Mikrowellenbereich mit Frequenzen bis etwa 18 GHz hängt  $n'$  in der Troposphäre hauptsächlich vom Luftdruck und von der Luftfeuchte ab, weniger von der Wellenlänge (Dispersion vernachlässigbar). Das liegt daran, daß der Abstand zur nächsten Absorptionslinie ( $\approx 22$  GHz, Wasserdampfabsorption) im atmosphärischen Spektrum groß genug ist, so daß Dispersion noch keine Rolle spielt (Lhermitte, 2002). Allgemein liegt der Wert von  $n'$  sehr nahe bei 1 ( $\approx 1.0003$  unter Standardbedingungen), so daß die Ausbreitungsgeschwindigkeit nahezu gleich  $c$  ist. Jedoch zeigt es sich, daß selbst Änderungen auf einer solch kleinen Skala zu merklichen Effekten bei der Strahlausbreitung führen. Eine genauere Darstellung findet sich z.B. in Bean und Dutton (1966).

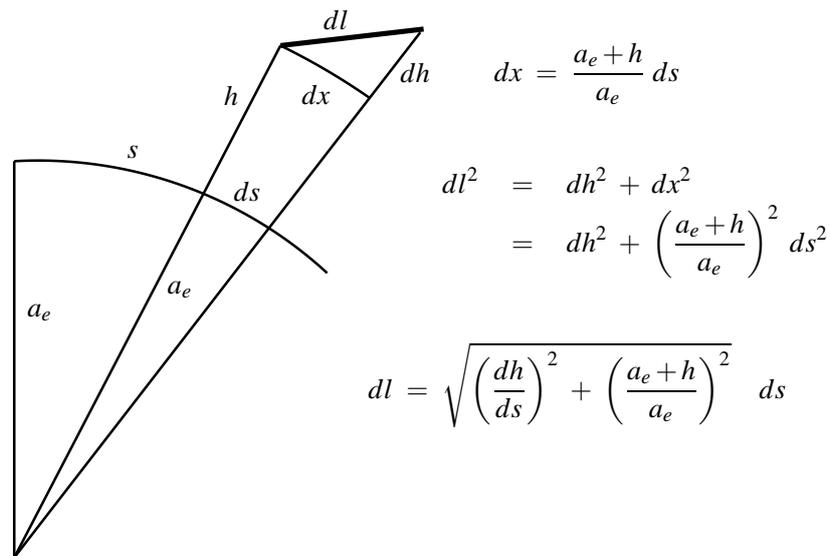
Eine oft angewendete Beziehung zwischen dem Luftdruck  $p$ , der Temperatur  $T$ , dem Wasserdampfpartialdruck  $e$  und  $n'$  für den Mikrowellenbereich, die für den Wasserdampfanteil eine semiempirische Näherung an eine von Debye abgeleitete Beziehung für die Polarisation eines Fluids mit permanentem Dipolmoment darstellt, lautet (e.g., Bean und Dutton, 1966)

$$(n' - 1) \cdot 10^6 = c_1 \frac{p}{T} + c_2 \frac{e}{T} + c_3 \frac{e}{T^2} . \quad (\text{B.1})$$

Die Konstanten betragen  $c_1 = 77.6 \text{ K hPa}^{-1}$ ,  $c_2 = -6.0 \text{ K hPa}^{-1}$  und  $c_3 = 3.75 \cdot 10^5 \text{ K}^2 \text{ hPa}^{-1}$ . Zusätzliche Beiträge durch die Anwesenheit von Wolken- und Niederschlagspartikeln und durch freie Ladungsträger (Ionen) sind dabei vernachlässigt worden. Letztere spielen in der Ionosphäre eine große Rolle und sind z.B. für die starke Refraktion von Mittel- und Kurzwellen an der Ionosphäre verantwortlich. Im Mikrowellenbereich ist der Effekt jedoch sehr klein, außerdem beschränkt sich das Interesse im Rahmen der Radarmeteorologie auf den Troposphärenbereich, wo keine nennenswerte Ionenkonzentration auftritt. Ein mittlerer  $\text{CO}_2$ -Gehalt von 300 ppm (Molenbruch) wurde in obiger Formel bereits berücksichtigt, sein Einfluß ist aber ebenfalls sehr gering. Mit den obigen Konstanten kann  $n'$  bis zu einer Frequenz von 30 GHz auf 0.5 % genau bestimmt werden, wie Labormessungen in den Jahren um 1950 ergeben haben. Die Frequenzabhängigkeit von  $n'$  ist kleiner als diese Schwankungsbreite.

Der Luftdruck ist stetig im Raum und variiert hauptsächlich mit der Höhe. Auch die Temperatur ist auf der räumlichen Skala von Radarmessungen überwiegend eine Funktion der Höhe (außer bei Frontdurchgängen) und verläuft – wie auch die Luftfeuchte – wegen der turbulenten Durchmischung stetig im Raum (Übergangszonen mit rascher Änderung können hier jedoch vorkommen). Deshalb ist  $n'$  in der Atmosphäre als stetige Feldfunktion aufzufassen, wobei die Druckabnahme mit der Höhe als führender Term im Allgemeinen für eine stetige Höhenabnahme sorgt. Bei der Strahlausbreitung kann man also auf Methoden für ein kontinuierliches Medium zurückgreifen. Hierbei wird jede Art von Reflexion (z.B. an der Erdoberfläche) vernachlässigt. Ein Grundprinzip der geometrischen Optik ist das Fermat'sche Prinzip, nach dem Lichtstrahlen immer auf dem zeitlich kürzesten Wege zwischen zwei Punkten  $A$  und  $B$  verlaufen. Dieses Extremalprinzip kann für einen kontinuierlichen Brechungsindexverlauf durch die Minimierung bzw. die Variation  $\delta$  des Laufzeitfunktionals  $S$  beschrieben werden:

$$S = \int_A^B \frac{n'}{c} dl \stackrel{!}{=} \min \iff \delta S = 0 . \quad (\text{B.2})$$



**Abb. B.1.:** Zur Transformation des Linienelements  $dl$  nach  $ds$  (Bogenlänge auf der Erdoberfläche in Meereshöhe) in Gleichung (B.2).

Für die Anwendbarkeit dieser Vorstellung müssen folgende Voraussetzungen erfüllt sein (Bean und Dutton, 1966):

- $n'$  darf sich innerhalb einer Wellenlänge nur wenig ändern.
- Die relative Änderung des Abstandes zweier „benachbarter“ Strahlen muß ebenfalls klein innerhalb einer Wellenlänge sein.

Unter „normalen“ atmosphärischen Bedingungen sind beide Voraussetzungen hinreichend gut erfüllt. Jedoch bei Vorhandensein einer starken Inversionsschicht mit einer Brechungsindexabnahme von größer als  $157 \cdot 10^{-6} \text{ km}^{-1}$  kann die zweite Bedingung verletzt sein: eine solche Schicht wirkt wie ein Hohlleiter (bei bestimmten Winkeln der Strahlrichtung gegen den Brechungsindexgradienten), so daß die Quasiparallelität von benachbarten Strahlen nicht mehr gesichert ist.

Des weiteren wird im Folgenden angenommen, daß der Brechungsindex  $n'$  nur eine Funktion der Höhe  $h$  über der als kugelförmig angenommenen Erde ist (genauer: Das Meeresniveau ist eine Kugel mit Radius  $a_e$ ). Dies ist für viele in der Realität und auf der Größenskala einer Radarmessung (wenige 100 km) auftretenden horizontalen Variationen von Temperatur, Luftdruck und -feuchte eine brauchbare Näherung. Hartree et al. (1946) geben die im Folgenden dargestellte exakte Differentialgleichung für die Berechnung der Strahlausbreitung in einem solchen kugelsymmetrischen Brechungsindexfeld an. Deren Herleitung kann mit den Methoden der Variationsrechnung leicht ausgeführt werden: Bezeichnet  $s$  die Großkreisentfernung vom Radarstandort bezogen auf Meeresniveau, so läßt sich Gleichung (B.2) unter Verwendung des auf das Bogenelement  $ds$  transformierten Linienelements  $dl$  (siehe Abbildung B.1) auch schreiben als

$$S = \frac{1}{c} \int_A^B n'(h) \underbrace{\sqrt{\left(\frac{dh}{ds}\right)^2 + \left(\frac{a_e + h}{a_e}\right)^2}}_{L\left(h, \frac{dh}{ds}\right)} ds \stackrel{!}{=} \min \quad . \quad (\text{B.3})$$

Die Euler-Lagrange-Gleichung dieses Funktionals, die die Minimalbahnkurve  $h = h(s)$  beschreibt, lautet

$$\frac{\partial L}{\partial h} - \frac{d}{ds} \left( \frac{\partial L}{\partial (dh/ds)} \right) = 0 \quad (\text{B.4})$$

und nach einigen Umformungen

$$\frac{d^2 h}{ds^2} - \left( \frac{1}{n'} \frac{dn'}{dh} + \frac{2}{a_e + h} \right) \left( \frac{dh}{ds} \right)^2 - \left( \frac{a_e + h}{a_e} \right)^2 \left( \frac{1}{n'} \frac{dn'}{dh} + \frac{1}{a_e + h} \right) = 0 \quad (\text{B.5})$$

Dies ist eine nichtlineare gewöhnliche Differentialgleichung 2. Ordnung. Die Lösung mit den Randbedingungen

$$h(s=0) = h_0 \quad (\text{B.6})$$

$$\frac{dh}{ds}(s=0) = \frac{a_e + h_0}{a_e} \tan \varepsilon \quad (\text{B.7})$$

liefert die gesuchte Ausbreitungskurve in der Darstellung  $h = h(s)$ , wobei sich das Radar bei  $s = 0$  befindet,  $h_0$  die Höhe des Radars über Meeresniveau ist und  $\varepsilon$  den Elevationswinkel des Strahls am Radarstandort darstellt. Gleichung (B.5) ist invariant gegenüber der Wahl eines anderen Bezugsradius anstelle  $a_e$ , wenn  $h$  und  $s$  bzw.  $ds$  entsprechend transformiert werden. Man kann beispielsweise auch  $a'_e = a_e + h_0$  als Bezugsradius wählen, so daß  $s$  als Großkreisdistanz in Radarhöhe und  $h$  als Höhe über Radarniveau zu interpretieren sind. Als Randbedingungen gelten dann entsprechend  $h(s=0) = 0$  und  $dh/ds(s=0) = \tan(\varepsilon)$ .

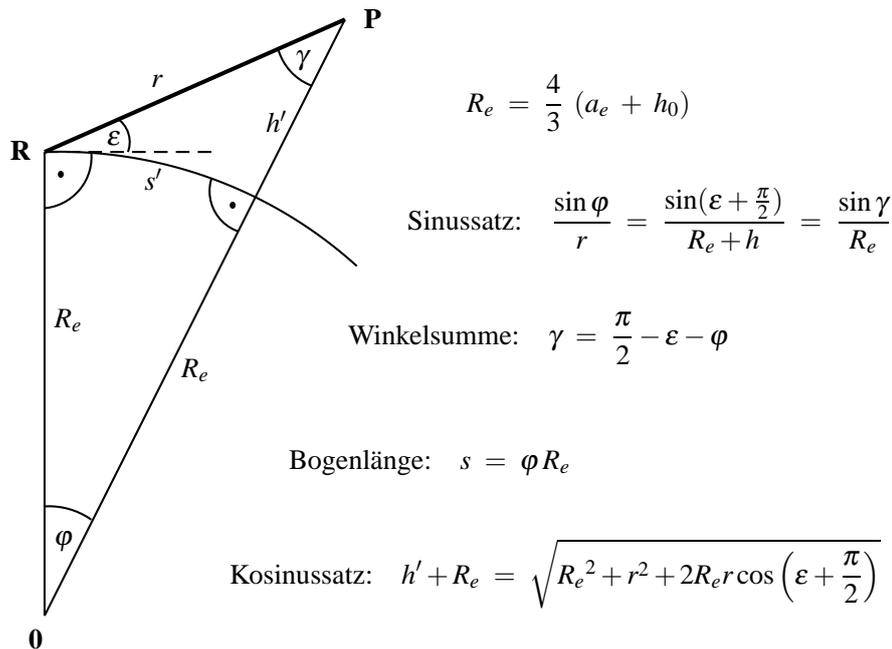
Es läßt sich zeigen, daß der Ausdruck

$$n'(h + a_e) \cos(\varepsilon_{loc}) = \text{const.}$$

$$\text{wobei } \varepsilon_{loc} = \arctan \left( \frac{dh}{dx} \right) = \arctan \left( \frac{a_e}{a_e + h} \frac{dh}{ds} \right)$$

nach Differenzierung nach  $s$  genau die Gleichung (B.5) ergibt, wobei wie oben  $n' = n'(h)$  und  $h = h(s)$  gilt.  $\varepsilon_{loc}$  ist der Elevationswinkel des Strahls gegen die lokale Horizontale. Es handelt sich also um ein Integral der Strahlausbreitungsgleichung in Form einer Erhaltungsgröße. Dies ist das bekannte Snellius'sche Brechungsgesetz für ein Medium mit stetigem kugelsymmetrischen Brechungsindex, das in der Literatur häufig für Refraktionsberechnungen verwendet wird (z.B. Perntner und Exner, 1922; Kemnitzer, 1996).

Will man eine Refraktionsrechnung mit einem gemessenen Brechungsindexprofil (z.B. aus Radiosondendaten abgeleitetes Profil) durchführen, so ist man bei der Lösung der Gleichung (B.5) auf numerische Verfahren angewiesen, weil in diesem Falle  $n'$  als Funktion von  $h$  nicht als analytische Funktion vorliegt. Dies wird im noch folgenden Abschnitt B.4 für die in der vorliegenden Arbeit verwendeten Radarmessungen des Feldmeßprojektes MAP (siehe Kapitel 7) ausgeführt. Zuvor soll jedoch das schon angesprochene „4/3-Erde-Modell“ eingeführt werden.



**Abb. B.2.:** Zur Herleitung der Formeln für das „4/3-Erde-Modell“: **O** bezeichnet den Erdmittelpunkt, **R** den Radarstandort und **P** den Ort des Radarpulses nach der Laufstrecke  $r$  (dicke gerade Linie).  $R_e$  ist 4/3 des Abstandes vom Radar zum Erdmittelpunkt,  $\varepsilon$  stellt den Elevationswinkel des Strahls am Radarstandort dar,  $s' = s(a_e + h_0)/a_e$  bzw.  $h' = h - h_0$  entspricht der auf der „realen“ Erde zurückgelegten Großkreisdistanz in Radarhöhe bzw. der erreichten Höhe über Radarniveau nach der Laufstrecke  $r$ .  $h_0$  ist die Radarhöhe über NN,  $h$  die Strahlhöhe über NN und  $s$  die Großkreisdistanz in Meereshöhe.

## B.2. Das „4/3-Erde-Modell“ als effiziente Näherung

Die Georeferenzierung auf der Basis der exakten Refraktionsgleichungen erfordert die Kenntnis des aktuellen Zustands der Atmosphäre (Luftdruck, Temperatur und Luftfeuchte), der oftmals zum Zeitpunkt der Radarmessung nicht verfügbar ist. Außerdem wäre ein solches Vorgehen für den operationellen Betrieb viel zu aufwendig, selbst wenn man den Zustand kennen würde. Deshalb wird allgemein ein schon in den Anfangszeiten der Radarmeteorologie entwickeltes einfaches Näherungsmodell für die Berechnung von  $s$  und  $h$  aus der gemessenen Laufzeit und dem Elevationswinkel des Strahls am Radarstandort verwendet, das z.B. in Doviak und Zrnić (1993) ausführlich aus der exakten Differentialgleichung Gleichung (B.5) (exakt, wenn  $n' = n'(h)$  allein) hergeleitet und diskutiert wird. Dieses Modell wurde auch in der vorliegenden Arbeit verwendet und soll im Folgenden kurz erklärt werden.

Man kann zeigen, daß sich bei einer linearen Abnahme von  $n'$  mit der Höhe von etwa  $-40 \cdot 10^{-6} \text{ km}^{-1}$  und kleinen Elevationswinkeln die Strahlhöhe  $h'$  über der Kugeloberfläche durch den Radarstandort mit dem Radius  $a_e + h_0$  und die Bogenlängenentfernung  $s'$  auf dieser Kugeloberfläche ungefähr so verhalten, wie wenn sich der Strahl relativ zu einer Kugel mit dem 4/3-fachen Radius geradlinig ausbreiten würde (deshalb „4/3-Erde-Modell“). Abbildung B.2 verdeutlicht dies.  $s'$  und  $h'$  können dann einfach aus den dort angegebenen trigonometrischen Beziehungen berechnet werden, wenn die aus der Laufzeit und der Lichtgeschwindigkeit berechnete Schrägentfernung  $r$  und die Elevation  $\varepsilon$  als Eingangs-

größen benutzt werden und der äquivalente Radius  $R_e = \frac{4}{3}(a_e + h_0)$  gesetzt wird. Es gelten

$$h' = h'(r, \varepsilon) = \sqrt{R_e^2 + r^2 + 2R_e r \sin \varepsilon} - R_e \quad (\text{B.8})$$

$$s' = s'(r, \varepsilon) = R_e \arcsin \left( \frac{r \cos \varepsilon}{R_e + h'(r, \varepsilon)} \right) \quad (\text{B.9})$$

$$h' = h'(s', \varepsilon) = \sqrt{R_e^2 + R_e^2 \frac{\sin^2(s'/R_e)}{\cos^2(s'/R_e + \varepsilon)} + 2R_e^2 \frac{\sin(s'/R_e)}{\cos(s'/R_e + \varepsilon)} \sin(\varepsilon)} - R_e \quad (\text{B.10})$$

$$\varepsilon = \varepsilon(s', h') = \arctan \left( \cot \left( \frac{s'}{R_e} \right) - \frac{R_e}{\sin(s'/R_e)(R_e + h')} \right) \quad (\text{B.11})$$

$$r = r(s', h') = \frac{\sin(s'/R_e)(R_e + h')}{\cos \left( \arctan \left( \cot(s'/R_e) - \frac{R_e}{\sin(s'/R_e)(R_e + h')} \right) \right)} \quad (\text{B.12})$$

$$r = r(s', \varepsilon) = \frac{\sin(s'/R_e) R_e}{\cos(s'/R_e + \varepsilon)} \quad (\text{B.13})$$

Es können noch weitere Beziehungen zwischen den einzelnen Größen hergeleitet werden, hier wurde nur eine Auswahl dargestellt.  $s'$  und  $h'$  stehen durch die folgenden Beziehungen mit den in den vorigen Abschnitten verwendeten  $s$  und  $h$  in Beziehung:

$$h = h' + h_0 \quad (\text{B.14})$$

$$s = s' \frac{a_e}{a_e + h_0} \quad (\text{B.15})$$

Aus Konsistenzgründen wurde die Radarhöhe über NN,  $h_0$ , in den obigen Formeln immer mitgeführt, obwohl deren Berücksichtigung nur einen sehr kleinen Effekt hat, da  $h_0 \ll a_e$  gilt. In der Literatur wird dies hingegen oft vernachlässigt.

Für den lokalen Elevationswinkel  $\varepsilon_{loc}$  des Strahls (Erhebungswinkel gegen die lokale Horizontale) als Funktion von  $s'$  und Strahlelevationswinkel  $\varepsilon$  am Radarstandort ergibt sich unter Verwendung von Gleichung (B.10)

$$\begin{aligned} \varepsilon_{loc} &= \arctan \left( \frac{a_e + h_0}{a_e + h_0 + h'} \frac{dh'(s', \varepsilon)}{ds'} \right) \\ &= \arctan \left( \frac{a_e + h_0}{a_e + h_0 + h'} \frac{F_1 + F_2}{F_3} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

wobei  $F_1 = \frac{\sin(s'/R_e) \cos(s'/R_e) \cos(s'/R_e + \varepsilon) + \sin^2(s'/R_e) \sin(s'/R_e + \varepsilon)}{\cos^3(s'/R_e + \varepsilon)}$

$$F_2 = \frac{\cos(s'/R_e) \cos(s'/R_e + \varepsilon) + \sin(s'/R_e) \sin(s'/R_e + \varepsilon)}{\cos^2(s'/R_e + \varepsilon)} \sin \varepsilon$$

$$F_3 = \sqrt{1 + \frac{\sin^2(s'/R_e)}{\cos^2(s'/R_e + \varepsilon)} + 2 \frac{\sin(s'/R_e)}{\cos(s'/R_e + \varepsilon)} \sin \varepsilon} \quad .$$

Im Falle  $s' = 0$  und  $h' = 0$  (Radarstandort) reduziert sich dies auf  $\varepsilon_{loc} = \varepsilon$ , die Anfangselevation an der Radarantenne.

Obwohl die Herleitung dieses Modells nur für kleine Elevationswinkel und eine lineare Brechungsindexabnahme mit der Höhe gültig ist, zeigt sich, daß dieses Modell in der Radarmeteorologie erfolgreich für alle Elevationswinkel bis zu Entfernungen von mehreren 100 km eingesetzt werden kann, da man

sich für gewöhnlich nur für Höhen  $h$  bis etwa 12 km NN interessiert. Je größer der Elevationswinkel, desto kürzer der interessierende Strahlabschnitt und desto weniger machen sich die Abweichungen des tatsächlichen Brechungsindexprofils bemerkbar. Auch wird mit steilerer Elevation die Refraktion immer geringer, man denke an den Extremfall des senkrechten Strahls, wo keine Refraktion auftritt. Problematisch sind lediglich Strahlen mit Elevationswinkeln, die betragsmäßig kleiner als etwa  $0.5^\circ$  sind, wenn sich in der Höhe des Radars eine Temperaturinversion befindet. Dann nimmt der Brechungsindex viel stärker mit der Höhe ab als im Modell angenommen, und durch den sehr flachen Einfallswinkel ist die Refraktion sehr stark (Brechungsindexgradient steht nahezu senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung).

Im Folgenden wird nun die Abweichung des verwendeten 4/3-Erde-Modells von der aus Gleichung (B.5) unter Verwendung von Radiosondendaten abgeleiteten „tatsächlichen“ Refraktion bestimmt, die während der Auswertzeiträume bei MAP gegeben war. Zuerst wird jedoch kurz auf die angewandte Technik der numerischen Strahlausbreitungsrechnung eingegangen.

### B.3. Berechnung der Strahlausbreitung bei realen Ausbreitungsbedingungen

Hat man ein gemessenes Profil von  $n'$  zur Verfügung (z.B. aus einer Radiosondierung), so kann man unter Annahme von horizontaler Homogenität die Strahlausbreitungsrechnung explizit ausführen. Der nächste Abschnitt behandelt ein mögliches numerisches Verfahren zur Strahlausbreitungsrechnung, und der darauffolgende Abschnitt beschreibt ein Verfahren zur Ableitung von Brechungsindexprofilen aus Radiosondendaten.

#### B.3.1. Numerische Lösung der Strahlausbreitungsgleichung als Anfangswertproblem

Für die Strahlausbreitungsrechnungen wird die gewöhnliche Differentialgleichung Gleichung (B.5) mit den Randbedingungen (B.6) und (B.7) numerisch als Anfangswertproblem gelöst. Hierbei kommt ein explizites Runge-Kutta-Verfahren 4. Stufe (wird häufig als „das“ Runge-Kutta-Verfahren bezeichnet) zur Anwendung, das hinsichtlich des Rechenaufwandes und der numerischen Stabilität einen guten Kompromiß darstellt. Es handelt sich dabei um ein Einschrittverfahren, d.h. zur Berechnung eines Funktionswertes an der  $i$ -ten Stelle ist nur ein zurückliegender Funktionswert ( $i - 1$ -ter Schritt) notwendig, wobei die Schrittweite äquidistant ist. Dieses Verfahren (wie alle expliziten Vorwärtsintegrationsverfahren) ist für gewöhnliche Dgl.-Systeme 1. Ordnung anwendbar. man muß also zuerst aus der Dgl. 2. Ordnung (B.5) ein System aus zwei Dgl. 1. Ordnung machen. Dies geschieht mittels der Substitution  $dh/ds = u$ , so daß

$$\begin{aligned} \frac{dh}{ds} &= u \\ \frac{du}{ds} &= \left( \frac{1}{n'} \frac{dn'}{dh} + \frac{2}{a_e + h} \right) u^2 + \left( \frac{a_e + h}{a_e} \right)^2 \left( \frac{1}{n'} \frac{dn'}{dh} + \frac{1}{a_e + h} \right) \end{aligned}$$

das zu lösende gekoppelte Differentialgleichungssystem für die Funktionen  $h = h(s)$  und  $u = u(s)$  in expliziter Form darstellt. Nach wie vor gilt  $n' = n'(h)$ . Formal in Vektorschreibweise ist dies

$$\frac{d\mathbf{y}}{ds} = \begin{pmatrix} \frac{dh}{ds} \\ \frac{du}{ds} \end{pmatrix} = \mathbf{f}(s, \mathbf{y}) = \mathbf{f}(s, h(s), u(s)) \quad \text{wobei: } \mathbf{y} = \begin{pmatrix} h \\ u \end{pmatrix} . \quad (\text{B.17})$$

Bei einem Verfahren vom Runge-Kutta-Typ der  $N$ -ten Stufe wird die Ableitung  $f$  der Funktion  $y$  am Punkt  $s_i$ , die zur Bestimmung des Funktionswertes  $y$  an der Stelle  $s_{i+1}$  mittels eines Integrations schritts benötigt wird, als gewichtetes Mittel aus einer Anzahl von Ableitungen an  $N$  Zwischenstellen so bestimmt, daß der lokale Fehler des Verfahrens möglichst klein wird. Näheres findet man in der einschlägigen Literatur über Numerische Mathematik. Im Falle des expliziten Verfahrens mit 4 Zwischenstellen (Verfahren 4. Stufe) ergibt sich folgendes Integrations schema:

$$y_{i+1} = y_i + \Delta s \bar{f} \quad \text{mit: } \Delta s = s_{i+1} - s_i = \text{konst.}$$

$$\bar{f} = \frac{1}{6}k_1 + \frac{1}{3}k_2 + \frac{1}{3}k_3 + \frac{1}{6}k_4$$

$$k_1 = f(s_i, y_i)$$

$$k_2 = f(s_i + 0.5\Delta s, y_i + 0.5k_1\Delta s)$$

$$k_3 = f(s_i + 0.5\Delta s, y_i + 0.5k_2\Delta s)$$

$$k_4 = f(s_i + \Delta s, y_i + k_3\Delta s) \quad .$$

Die Zwischenstellen sind also hier gerade  $s_i$ , zweimal  $s_i + 0.5\Delta s$  und  $s_{i+1}$ . Diese Formulierung ist allgemein für ein Differentialgleichungssystem mit beliebig vielen gekoppelten Gleichungen 1. Ordnung gültig.

Mit der Anfangsbedingung

$$y_0 = \begin{pmatrix} h(s=0) \\ \frac{dh}{ds}(s=0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_0 \\ \frac{a_e + h_0}{a_e} \tan \varepsilon \end{pmatrix}$$

und der Wahl einer Schrittweite  $\Delta s$  kann nun die Funktion  $y$  an den Stellen  $s_k = k\Delta s$ ,  $k \in \mathbb{N}_0$ , bestimmt werden, wobei  $\varepsilon$  wie gewohnt die Antennenelevation darstellt. Die erste Komponente von  $y$  ergibt in diesem Falle die gesuchte Funktion  $h_k = h(s_k)$  (siehe Gleichung (B.17)).

In den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Rechnungen wurden Schrittweiten von  $\Delta s = 100$  m und  $\Delta s = 50$  m gewählt, wobei sich die Lösung  $h_k$  für die kleinere Schrittweite niemals wesentlich von derjenigen mit größerer Schrittweite unterschieden hat, so daß die größere Schrittweite hier als ausreichend betrachtet werden kann. Weitere Untersuchungen zur Schrittweite wurden nicht durchgeführt.

Bis jetzt unerwähnt blieb, daß für die numerische Lösung des Differentialgleichungssystems Gleichung (B.17) die Kenntnis des Brechungsindex  $n'$  als Funktion der Höhe  $h$  und dessen Ableitung vonnöten ist. Diese wurden aus den Druck-, Temperatur- und Feuchtemessungen von Radiosonden geeignet bestimmt, worauf im nächsten Abschnitt eingegangen wird.

### B.3.2. Ableitung von Vertikalprofilen des Brechungsindex und seiner 1. Ableitung aus Radiosondenmessungen

Radiosondendaten werden beim Aufstieg häufig mit einer zeitlichen Auflösung von wenigen Sekunden aufgezeichnet. Mit einer variablen Steiggeschwindigkeit im Bereich von wenigen  $\text{m s}^{-1}$  ergibt sich eine typische Höhengitterauflösung von einigen Metern. Für die Bestimmung des Brechungsindexprofils werden in dieser Arbeit die primär gemessenen Größen Luftdruck  $p$ , Temperatur  $T$  und Taupunkttemperatur  $\tau$  verwendet. Oftmals enthalten die Datensätze Ausfallwerte, die sich mit gültigen abwechseln. Es ist deshalb sinnvoll, zuerst die Radiosondendaten auf ein regelmäßiges Höhengitter linear zu interpolieren und dabei Ausfallwerte in  $p$ ,  $T$  und  $\tau$  durch eine lineare Interpolation der gültigen Nachbarwerte zu ersetzen. Das erleichtert außerdem die spätere Bestimmung der Brechungsindexänderung mit der Höhe erheblich. In dieser Arbeit wird für die Auflösung dieses regelmäßigen Höhengitters ein Wert von 10 m gewählt. Im Hinblick auf die Bestimmung der Ableitung des Brechungsindex ist dieser Wert hinreichend klein,

um die wesentlichen Skalen der Höhenänderung von  $p$ ,  $T$  und  $\tau$  auflösen zu können. Grundsätzlich werden zuerst diese primären Größen höhenmäßig interpoliert, bevor daraus mittels Gleichung (B.1) der Brechungsindex berechnet wird.

Es kann vorkommen, daß man den Brechungsindex und seinen Gradienten in einer Höhe benötigt, die von der Radiosonde nicht mehr erreicht wurde (z.B. wegen vorzeitigem Platzen des Ballons) oder die unterhalb der Stationshöhe der Radiosonde liegt (bei Bergstationen). In diesem Falle werden  $p$ ,  $T$  und  $\tau$  auf der Basis einer polytropen Atmosphäre mit einem Temperaturgradienten von  $-0.6$  K/100 m ebenfalls auf einem 10 m Gitter extrapoliert, wobei das Temperatur-, Druck- und Taupunktstemperturprofil höhenstetig fortgesetzt wird, und zwar so, daß die Taupunktdifferenz in den extrapolierten Bereichen mit der Höhe konstant bleibt. In dieser Arbeit wird beim Extrapolieren außerdem angenommen, daß die Tropopause in 11 km Höhe liegt und darüber eine konstante Temperatur und Taupunktdifferenz herrschen. Aus diesen extrapolierten Werten wird anschließend der Brechungsindex bestimmt.

Bei der numerischen Lösung der Strahlausbreitungsgleichung wie im Abschnitt B.3.1 beschrieben wird der Wert von  $n'$  in der Höhe  $h$  linear aus den regelmäßigen 10-m-Werten interpoliert. Die Ableitung  $dn'/dh$  in der Höhe  $h$  wird dadurch bestimmt, daß an die benachbarten zwölf 10 m Werte von  $n'$  ein Polynom 5. Grades in  $h$  angepaßt und die Ableitung in der gewünschten Höhe aus den Koeffizienten dieses Polynoms berechnet wird (Methode der kleinsten Quadrate mit der Höhenkoordinate als unabhängiger Variablen). Diese Prozedur ist relativ unempfindlich gegen einzelne Ausreißer und ergibt, im Gegensatz zu diskreten Differenzenverfahren, ein relativ höhenstetiges Profil der Ableitung. Dabei garantiert das Verhältnis von Polynomgrad 5 zur Anzahl 12 der zur Regression benutzten Punkte, daß ein unerwünschtes Oszillieren der Polynome verhindert wird.

## B.4. Vergleich der numerisch berechneten Strahlausbreitung mit dem „4/3-Erde-Modell“ während MAP

Für die reale Berechnung der Strahlausbreitung während der in dieser Arbeit verwendeten Auswertzeiträume unter der Annahme, das  $n' = n'(h)$  allein ist, stehen Daten zweier benachbarter Radiosondenstationen (Linate und Riviera, siehe Abbildung 7.1) zur Verfügung, die normalerweise alle 6 Stunden und während der Intensivmeßphasen (IOP's) alle 3 Stunden Aufstiege durchgeführt haben. Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden hier nur Auswertungen unter Verwendung der Sonde Linate dargestellt, die während der SOP sehr regelmäßig und in guter Qualität Daten geliefert hat. An der Station Riviera gab es außerdem wohl des öfteren Probleme, so daß für die benötigten Zeiträume Lücken vorhanden sind und die gestarteten Sonden auch des öfteren nicht die mittlere und obere Troposphäre erreicht haben.

Während der in dieser Arbeit verwendeten Auswertzeiträume wurden an der Station Linate (107 m NN) insgesamt 21 Aufstiege durchgeführt. Für die daraus abgeleiteten Brechungsindexprofile wurden jeweils wie in Abschnitt B.3.1 beschrieben numerische Strahlausbreitungsrechnungen durchgeführt und parallel dazu die entsprechenden Daten mit dem 4/3-Erde-Modell erzeugt. Eine Beurteilung des 4/3-Erde-Modells erfolgt auf der Basis des absoluten Höhenfehlers als Funktion der Antennenelevation  $\varepsilon$  und der Bogenlängenentfernung  $s$  in Meereshöhe, jeweils für jeden Aufstieg und für beide Radargeräte. Als Referenz dienen hierbei die numerisch berechneten Strahlhöhen. Der Höhenfehler  $\Delta h$  wird definiert als

$$\Delta h(s, \varepsilon) = h_{43}(s, \varepsilon) - h_{real}(s, \varepsilon) \quad , \quad (\text{B.18})$$

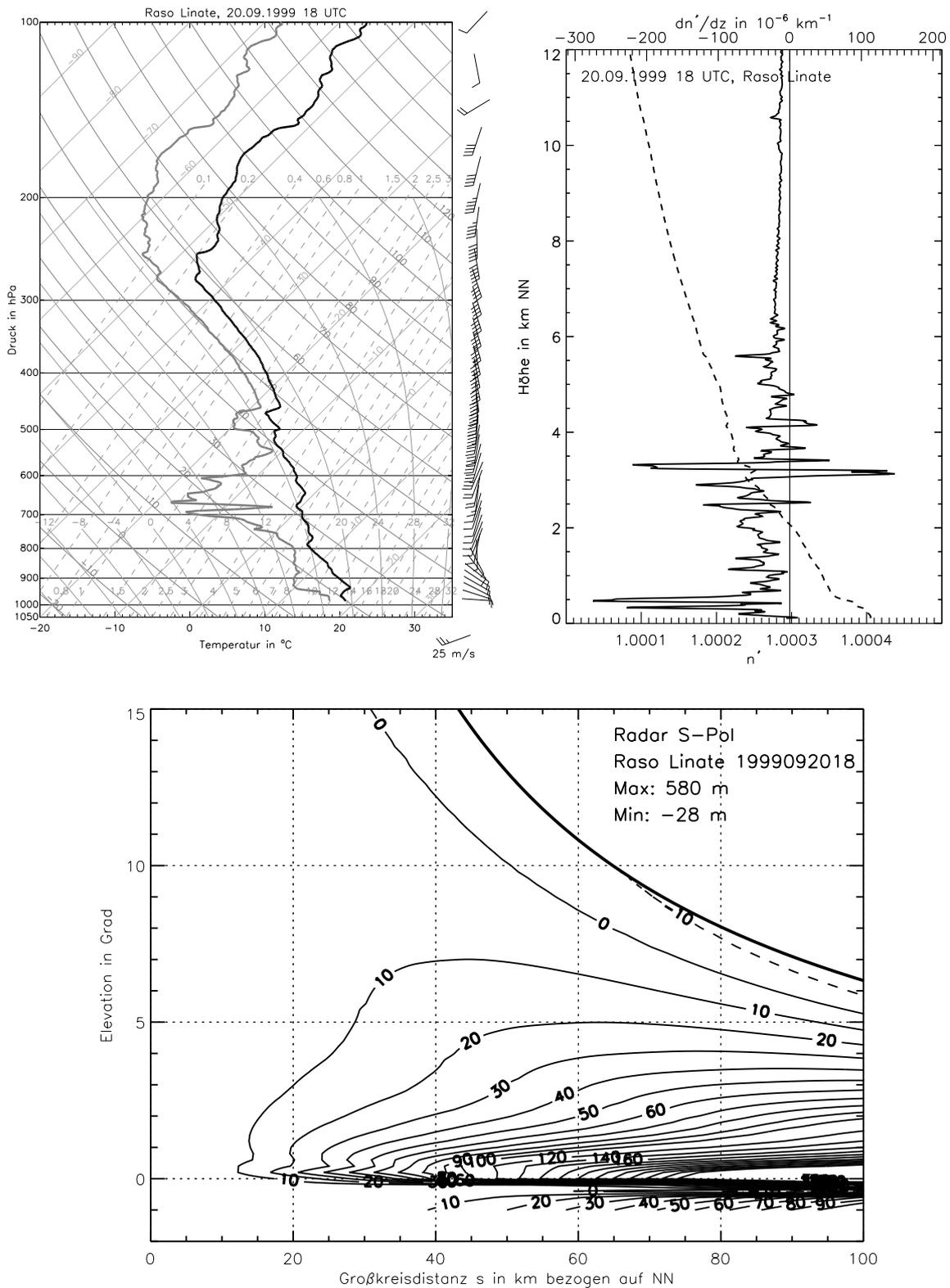
wobei  $h_{43}$  die aus dem 4/3-Erde-Modell berechnete Strahlhöhe darstellt und  $h_{real}$  die numerisch bestimmte. Positive Werte von  $\Delta h$  geben also an, daß das 4/3-Erde-Modell die „tatsächliche“ Strahlhöhe

überschätzt und umgekehrt.

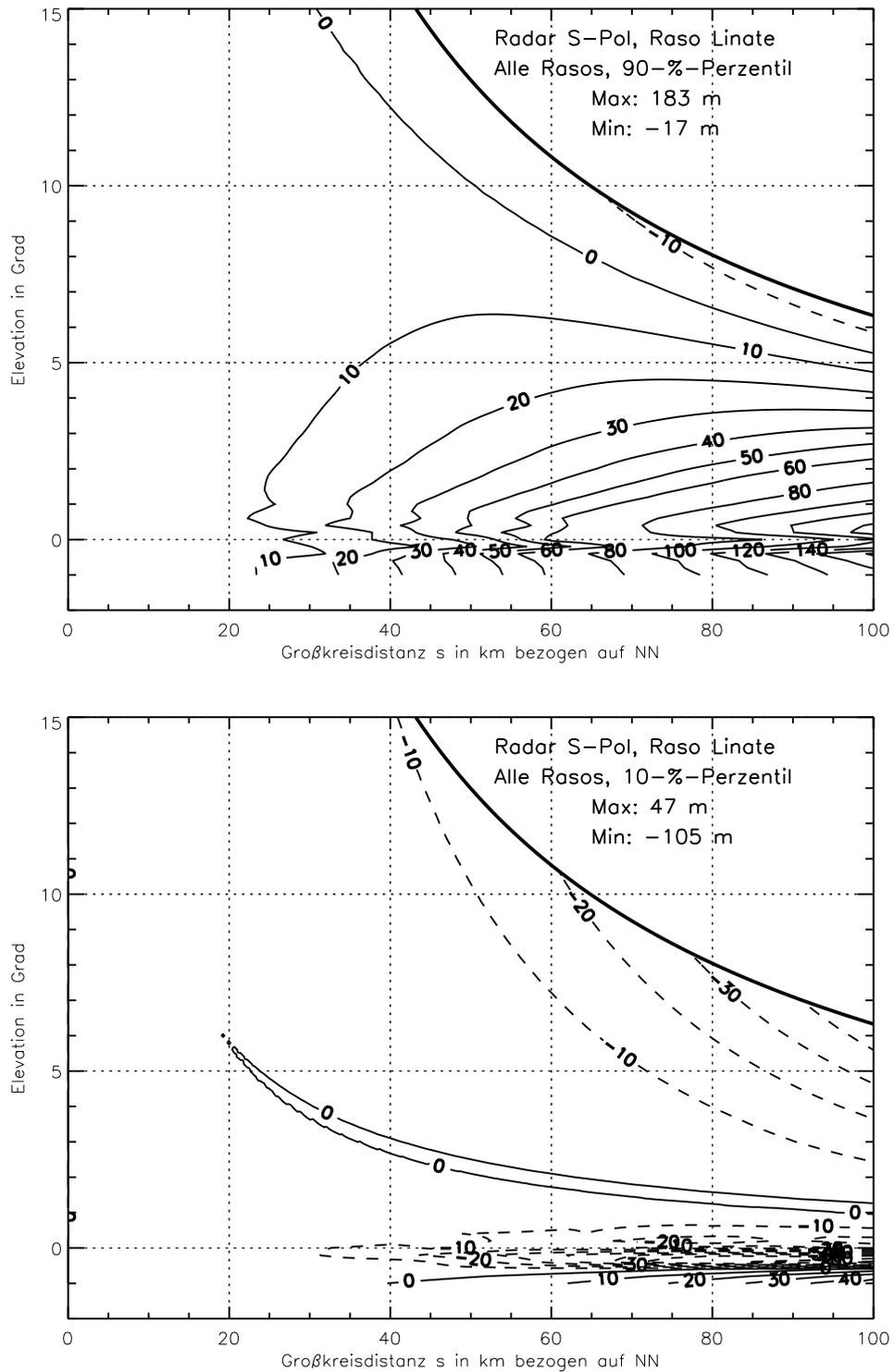
Als Beispiel enthält Abbildung B.3 die Verhältnisse am 20.9.1999 um 18 UTC für das Radar S-Pol. Oben links sind die Daten des Radiosondenaufstiegs der Station Linate und oben rechts das daraus abgeleitete Brechungsindexprofil dargestellt. Die untere Abbildung enthält den absoluten Höhenfehler nach Gleichung (B.18) als Funktion von  $s$  und  $\varepsilon$ . Die Schrittweite  $\Delta s$  für das Runge-Kutta-Verfahren beträgt 50 m, und es wurden Radarstrahlhöhen mit Elevationen von  $-1^\circ$  bis  $20^\circ$  in Schritten von  $0.1^\circ$  berechnet. Die fette Linie am rechten oberen Bildrand markiert diejenige Entfernung, bei der der Strahl mit der jeweiligen Elevation eine Höhe von 12 km NN erreicht und somit den meteorologisch interessanten Bereich verläßt. Man erkennt, daß für Elevationen um  $0^\circ$  die „tatsächliche“ Ausbreitung flacher verläuft als beim 4/3-Erde-Modell angenommen (bis zu 580 m in 100 km Entfernung bei  $\varepsilon = 0.2^\circ$ ). Dies liegt daran, daß um die Radarhöhe (305 m NN) herum der Gradient des Brechungsindex betragsmäßig deutlich größer ist als der im 4/3-Erde-Modell vorausgesetzte Wert von  $-40 \cdot 10^{-6} \text{ km}^{-1}$ . Bei Elevationen größer als  $2^\circ$  beträgt der Fehler in 80 km Entfernung jedoch schon weniger als etwa 60 m und nimmt zu größeren Elevationen stetig ab.

Die in Abbildung B.3 gezeigten Verhältnisse sind ein extremes Beispiel. Die Fehler sind in der Regel deutlich kleiner. Um einen statistischen Eindruck der aufgetretenen Höhenfehler bei Verwendung des 4/3-Erde-Modells während der ganzen Meßperiode zu erhalten, wird das 10-%- und 90-%-Perzentil von  $\Delta h$  über alle 21 Aufstiege der Station Linate als Funktion von  $s$  und  $\varepsilon$  betrachtet, d.h. diejenigen Werte, für die 10 % der 21  $\Delta h$ -Werte an jedem  $(s, \varepsilon)$ -Punkt unterhalb und oberhalb liegen. 80 % der Werte befinden sich dann innerhalb dieser Grenzen. Die Ergebnisse sind in Abbildung B.4 für das Radar S-Pol (oben: oberer 10 %-Wert; unten unterer 10 %-Wert) und analog in Abbildung B.5 für das Radar Lema dargestellt. Man erkennt beispielsweise, daß in 80 % der Fälle der Fehler beim S-Pol in 80 km Entfernung und bei Elevationen größer  $2^\circ$  zwischen -30 m und 50 m liegt, also gegen den Durchmesser des Pulsvolumens (etwa 1000 m bezgl. der 3-dB-Grenzen) vernachlässigbar ist. Ähnliches gilt für das Radar Lema bei Elevationen größer als etwa  $0.5^\circ$ . Allgemein ist festzustellen, daß mit zunehmender Elevation die Fehler kleiner werden, was daran liegt, daß zum einen der Strahlweg bis zum Erreichen der Tropopause kürzer wird und zum Anderen der Brechungsindexgradient „immer weniger senkrecht“ auf der Ausbreitungsrichtung steht. Jedoch können im Einzelfall durchaus bei  $|\varepsilon| < 0.5^\circ$  Fehler auftreten, die bei speziellen Anwendungen wie in dieser Arbeit einen spürbaren Einfluß haben, wie das extreme Beispiel von Abbildung B.3 zeigt.

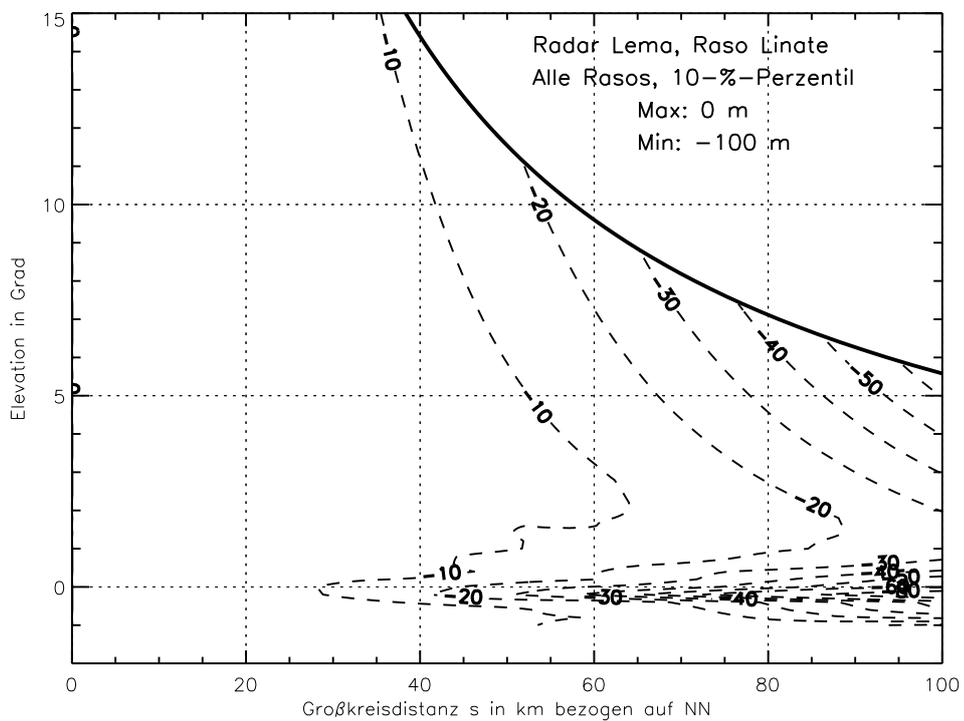
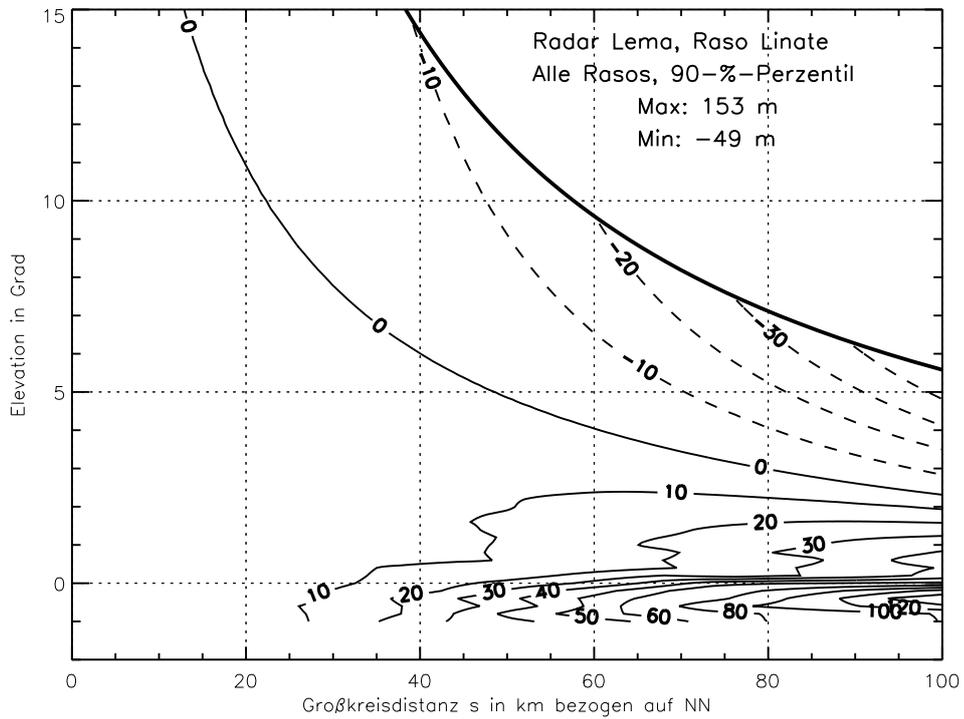
Am Schluß sei ein Beispiel eines Falles angeführt, bei dem sich in Radarhöhe der Gradient des Brechungsindex derart gestaltet, daß bei der Ausbreitungsrechnung ein Wellenleitereffekt zu sehen ist (Abbildung B.6 auf Seite 228). Verwendet wurde der Aufstieg der Station Linate vom 29.10.1999 um 06 UTC, wobei ein fiktives Radar in einer Höhe von 420 m NN vorausgesetzt ist, das mit einer Elevation von  $0^\circ$  und einer Hauptkeulenbreite von  $0.5^\circ$  mißt. Wie Abbildung B.6 zeigt, werden die Teile des Radarstrahls mit einer Elevation von  $-0.1^\circ$  bis  $0.1^\circ$  (hier größte Leistungsdichte!) in einer Höhenschicht um die Radarhöhe wellenleiterartig gefangen, während sich die Strahlteile außerhalb dieses Elevationsintervalls relativ regelmäßig ausbreiten. Die Hauptkeule wird also extrem verformt, und Radarsignale können ihren Ursprung in einem weiten Höhenbereich haben. Jedoch ist fraglich, ob für einen solchen Fall Methoden, die auf der Geometrischen Optik beruhen, überhaupt anwendbar sind (siehe oben). Abbildung B.6 ist also so zu interpretieren, daß zwar die genaue Ausprägung des Wellenleitereffekts nicht genau bekannt ist, aber unter Umständen eine starke Verformung und Faltung der Hauptkeule auftritt, so daß der tatsächliche Ursprung von Radarrückstreusignalen kaum festzustellen sein dürfte.



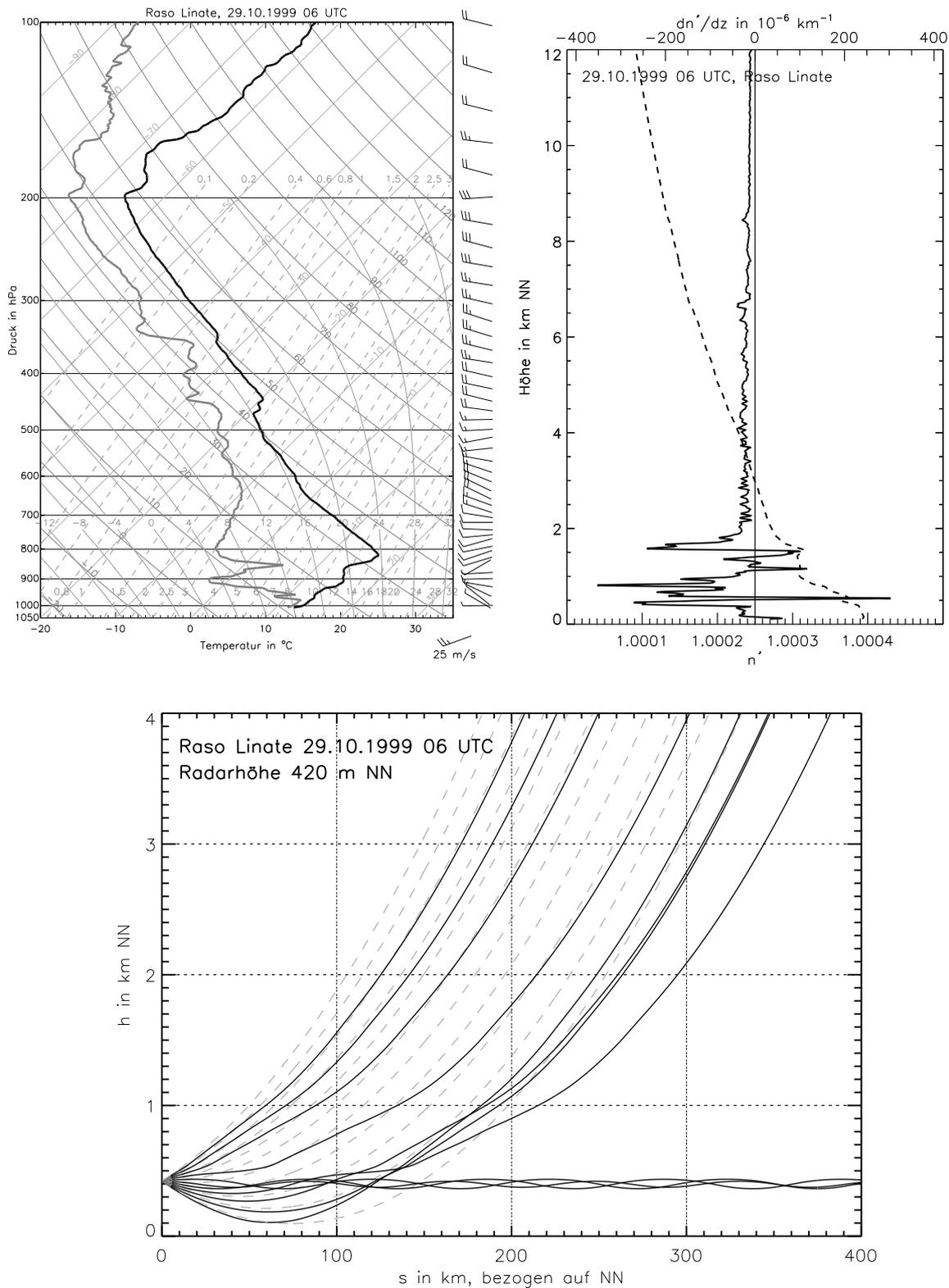
**Abb. B.3.:** Links oben: Radiosondenaufstieg Linate vom 20.9.1999 18 UTC. Rechts oben: zugehöriges Profil des Brechungsindex (gestrichelt, untere Abszisse) und seines Gradienten (durchgezogen, obere Abszisse) in der Einheit  $10^{-6} \text{ km}^{-1}$ . Unten: Absolute Abweichung  $\Delta h$  in m des 4/3-Erde-Modells zur numerischen Rechnung als Funktion der Bogenlänge  $s$  und der Antennenelevation  $\epsilon$ .



**Abb. B.4.: Oben:** Oberer 10 %-Wert von  $\Delta h$  über 21 Aufstiege der Station Linate für das **Radar S-Pol** als Funktion von  $s$  in km und  $\varepsilon$  in Grad. **Unten:** Unterer 10 %-Wert von  $\Delta h$ .



**Abb. B.5.:** Oben: Oberer 10 %-Wert von  $\Delta h$  über 21 Aufstiege der Station Linate für das **Radar Lema** als Funktion von  $s$  in km und  $\varepsilon$  in Grad. Unten: Unterer 10 %-Wert von  $\Delta h$ .



**Abb. B.6.:** Links oben: Radiosondenaufstieg Liniate vom 29.10.1999 06 UTC. Rechts oben: zugehöriges Profil des Brechungsindex (gestrichelt, untere Abszisse) und seines Gradienten (durchgezogen, obere Abszisse) in der Einheit  $10^{-6} \text{ km}^{-1}$ . Unten: Strahlhöhe  $h$  in km als Funktion von  $s$  in km für die Strahlen eines Radars in 420 m NN mit Elevationswinkeln von  $-0.5^\circ$  bis  $0.5^\circ$  in Schritten von  $0.1^\circ$ , berechnet mit den obigen Aufstiegsdaten (schwarz durchgezogen) und mit dem 4/3-Erde-Modell (grau gestrichelt). Die Strahlen mit den Elevationswinkeln  $-0.1^\circ$ ,  $0.0^\circ$  und  $0.1^\circ$  sind „gefangan“.

## Anhang C. Effektive Strahlgewichtsfunktion bei azimuthaler Mittelung von benachbarten Radarstrahlen

Ein Niederschlagsradar mißt keine Punktwerte, sondern ein aufgezeichneter Meßwert repräsentiert ein gewichtetes Mittel über einen ausgedehnten Raumbereich, das sogenannte Pulsvolumen (siehe Abschnitt 3.4). Um einen statistisch stabilen Reflektivitätswert für ein bestimmtes Pulsvolumen zu erhalten, muß jedoch über mehrere statistisch unabhängige, zeitlich aufeinanderfolgende Einzelmessungen der momentan am Empfänger ankommenden Signalamplitude gemittelt werden. Wird, wie üblich, die Antenne während dieser Mittelung über ein Azimutintervall  $\Delta\alpha$  gedreht, was zusätzlich einen möglichen Mechanismus zur Erhöhung der statistischen Unabhängigkeit darstellt, so ergibt sich eine gegenüber einer Einzelmessung verbreiterte Gewichtsfunktion, die im folgenden als effektive Gewichtsfunktion bezeichnet und hergeleitet wird. Die Betrachtungen beschränken sich hierbei auf die Gauss-Näherung der Strahlgewichtsfunktion.

In Doviak und Zrnić (1993) oder Zrnić und Doviak (1976) wird dieses Problem ebenfalls behandelt, aber die Darstellung beschränkt sich dort auf eine vereinfachte eindimensionale Betrachtung und ist angepaßt auf analoge anstatt der heute üblichen digitalen Mittelungstechniken.

Ausgangspunkt der Ausführungen ist die Gleichung (3.23) aus Abschnitt 3.4 auf Seite 28, die den üblicherweise in einer Radarsoftware berücksichtigten Zusammenhang zwischen dem momentanen Meßwert  $P_r^{(R)}$  und dem ausgegebenen äquivalenten Radarreflektivitätsfaktor  $Z_e^{(R)}$  beschreibt, den man dem Ort  $(r_0, \alpha_0, \varepsilon_0)$  (Pulsvolumenmitte) zuschreibt. Gleichung (3.23) lautet mit Gleichung (3.22) ausführlich

$$Z_e^{(R)}(r_0, \alpha_0, \varepsilon_0) = \frac{r_0^2 8 \ln 2}{\Delta r \pi \phi_3 \theta_3} \frac{1}{C} P_r^{(R)}(r_0, \alpha_0, \varepsilon_0) l_{radom, neu}^2 l_G^2(r_0), \quad (C.1)$$

wobei die die Konstante  $C$  durch die in Abschnitt 3.4 definierten Größen

$$C = \frac{\lambda_0^4}{\tilde{P}_t \tilde{C}^* \pi^5 |K_w|^2}$$

gebildet wird. Im Folgenden nicht explizit definierte Variablen wurden bereits in Kapitel 3 eingeführt und erklärt.

Bei azimuthaler Mittelung über  $N$  Pulse (im Folgenden oberer Querstrich) von  $P_r^{(R)}$  bzw.  $Z_e^{(R)}$  innerhalb des Azimutintervalls  $\Delta\alpha$  (die Strahlmitte überstreicht das Winkelintervall  $\Delta\alpha$ ) wird Gleichung (C.1) zu

$$\overline{Z_e^{(R)}}(r_0, \alpha_0, \varepsilon_0) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} Z_e^{(R)}(r_0, \alpha_i, \varepsilon_0) = \frac{r_0^2 8 \ln 2}{C \Delta r \pi \phi_3 \theta_3} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} P_r^{(R)}(r_0, \alpha_i, \varepsilon_0) \quad (C.2)$$

mit:  $\alpha_i = \alpha_0 + \left( \frac{i}{N-1} - \frac{1}{2} \right) \Delta\alpha, \quad i = 0, 1, \dots, N-1$  .

$\alpha_i$  bezeichnet den Azimutwinkel der Pulsvolumenmitte eines einzelnen Meßwertes, wobei eine äquidistante Verteilung von  $\alpha_i$  über das Mittelungsintervall  $\Delta\alpha$  vorausgesetzt wird. Der Azimutwinkel  $\alpha_0$  kennzeichnet ab sofort die Mitte dieses Mittelungsintervalls.

Nimmt man nun an, daß

$$\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} P_r^{(R)}(r_0, \alpha_i, \varepsilon_0) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \langle P_r^{(R)}(r_0, \alpha_i, \varepsilon_0) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} P_r(r_0, \alpha_i, \varepsilon_0) \quad , \quad (\text{C.3})$$

d.h. die statistischen Schwankungen mitteln sich gerade heraus, so daß der azimutale Mittelwert von  $P_r^{(R)}$  exakt dem Mittelwert der einzelnen Ensemblemittel und somit dem Mittelwert der einzelnen rückgestreuten Leistungen  $P_r$  entspricht, dann ergibt Einsetzen von Gleichung (3.12) für die einzelnen  $P_r(r_0, \alpha_i, \varepsilon_0)$ -Werte, Anwendung der Definition von  $Z_e$  (Gleichung (3.21) auf Seite 28) und Übergang ins Radarsystem  $(r, \alpha, \varepsilon)$  die zu Gleichung (3.26) auf Seite 29 analoge Gleichung

$$\begin{aligned} \overline{Z_e^{(R)}}(r_0, \alpha_0, \varepsilon_0) &= \frac{P_t C^*}{\tilde{P}_t \tilde{C}^*} \frac{l_{radom,neu}^2}{l_{radom}^2} \frac{r_0^2 8 \ln 2}{\Delta r \pi \phi_3 \theta_3} \times \\ &\times C \int_{r_0 - \Delta r/2}^{r_0 + \Delta r/2} \int_{-\pi + \alpha_0}^{\pi + \alpha_0} \int_{-\pi/2 + \varepsilon_0}^{\pi/2 + \varepsilon_0} \frac{Z_e(r, \alpha, \varepsilon)}{l_N^2(r, \alpha, \varepsilon)} \frac{1}{r^2} \underbrace{\left( \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} f^4(\alpha - \alpha_i, \varepsilon - \varepsilon_0) \right)}_{:= \bar{f}^4} \cos \varepsilon \, d\varepsilon \, d\alpha \, dr \quad . \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

Hierbei wurde vernachlässigt, daß sich die Antenne während eines Pulszyklus  $i$  etwas weiterdreht. Die Strahlgewichtsfunktion  $f^4$  verschiebt sich von Puls zu Puls bei konstanter Bezugselevation  $\varepsilon_0$  etwas in Azimutrichtung, was durch die Abhängigkeit  $f^4 = f^4(\alpha - \alpha_i, \varepsilon - \varepsilon_0)$  angedeutet ist. Es wurde außerdem angenommen, daß das Reflektivitäts- und Dämpfungsfeld während der  $N$  Zyklen zeitlich konstant bleibt (entsprechend keine Abhängigkeit von  $\alpha_i$ ), was bei typischen Meßzeiten für  $\Delta\alpha$  von einigen 10 ms auch erfüllt ist.  $\bar{f}^4$  definiert die gesuchte effektive Strahlgewichtsfunktion. Der Übergang vom Strahlensystem ins Radarsystem (siehe Abbildung C.1) ist notwendig, weil Radardaten im Radarsystem aufgezeichnet werden. Der unverändert kugelsymmetrischen Metrik des Raumes wegen geht die Funktionaldeterminante  $r^2 \cos \theta$  in  $r^2 \cos \varepsilon$  über. Man benötigt also eine Transformationsvorschrift, um die explizit im Strahlensystem definierte Gewichtsfunktion  $f^4(\phi, \theta)$  ins Radarsystem zu transformieren.  $Z_e$  und  $l$  als allgemein formulierte Feldfunktionen müssen nicht explizit transformiert werden.

Im Folgenden werden die Verhältnisse für die Gauss-Näherung der Strahlgewichtsfunktion  $f^4$  (vgl. Gleichung (3.1) auf Seite 19) untersucht, so daß gilt

$$f^4(\phi, \theta) = \exp \left( -8 \ln 2 \left( \frac{\phi^2}{\phi_3^2} + \frac{\theta^2}{\theta_3^2} \right) \right) \quad . \quad (\text{C.5})$$

Die benötigte Transformation ergibt sich aus Abbildung C.1 unter Verwendung der Sinus- und Cosinus-Sätze der sphärischen Trigonometrie, wobei die Refraktion vernachlässigt wird (elevationsmäßig benachbarte Strahlen werden in etwa gleich gekrümmt, so daß die Transformation in einem relativen Sinne trotzdem gültig bleibt). Die beiden Systeme haben denselben Ursprung, also müssen nur die jeweiligen Winkel umgerechnet werden. O.B.d.A. wird auf der Einheitskugel mit Radius 1 gerechnet. Im Dreieck (APS) gilt mit  $b = \frac{\pi}{2} - \phi$ ,  $q = \theta$

$$\Delta(APS) \Rightarrow \begin{cases} \cos p = \cos b \cos q + \sin b \sin q \underbrace{\cos \frac{\pi}{2}}_{=0} \Rightarrow p = \arccos(\sin \phi \cos \theta) \\ \cos q = \cos b \cos p + \sin b \sin p \cos \beta \Rightarrow \cos \beta = \frac{\cos \theta - \sin \phi \cos p}{\cos \theta \sin p} \end{cases} \quad .$$



Im Dreieck (AQS) gilt mit  $a = \frac{\pi}{2} - (\alpha - \alpha_0)$ ,  $d = \varepsilon$

$$\Delta(AQS) \Rightarrow \begin{cases} \frac{\sin d}{\sin(\varepsilon_0 + \beta)} = \frac{\sin p}{\underbrace{\sin(\pi/2)}_{=1}} \Rightarrow \varepsilon = \arcsin(\sin p \sin(\varepsilon_0 + \beta)) \\ \cos p = \cos d \cos a + \sin d \sin a \cos \underbrace{\frac{\pi}{2}}_{=0} \Rightarrow \alpha - \alpha_0 = \arcsin\left(\frac{\cos p}{\cos \varepsilon}\right) \end{cases} .$$

Insgesamt ergeben sich für  $\alpha$  und  $\varepsilon$  als Funktion von  $\phi$  und  $\theta$

$$\alpha = \alpha_0 + \arcsin \left\{ \frac{\sin \phi \cos \theta}{\cos \left[ \arcsin \left\{ \sin(\arccos(\sin \phi \cos \theta)) \times \dots \right. \right. \right.} \right. \quad (C.6)$$

$$\left. \left. \left. \dots \frac{\cos \theta \cos \phi}{\sin(\arccos(\sin \phi \cos \theta))} \right] \right\} \right\} .$$

$$\varepsilon = \arcsin \left\{ \sin(\arccos(\sin \phi \cos \theta)) \sin \left[ \varepsilon_0 + \arccos \left( \frac{\cos \theta \cos \phi}{\sin(\arccos(\sin \phi \cos \theta))} \right) \right] \right\} . \quad (C.7)$$

Bei der Programmierung obiger Transformationsformeln in einem Computerprogramm ist u.a. darauf zu achten, daß die arccos-Funktion i.A. nur den Hauptzweig liefert, wohingegen man hier den Wertebereich  $[-\pi/2, \pi/2]$  benötigt.

Die umgekehrte Transformation  $(r, \alpha, \varepsilon) \rightarrow (r, \phi, \theta)$  ergibt sich aus Symmetriegründen aus den Formeln (C.6) und (C.7), indem man überall  $\phi$  durch  $\alpha - \alpha_0$  ersetzt (und umgekehrt),  $\varepsilon_0$  durch  $-\varepsilon_0$  substituiert und alle  $\theta$  als  $\varepsilon$  schreibt (und umgekehrt); die generelle Form der Transformation muß nämlich in diesem Falle invariant gegenüber der Transformationsrichtung sein, da in beiden Fällen ein Kugelkoordinatensystem in ein anderes transformiert wird und man für die Rücktransformation lediglich die Winkel entsprechend umzudefinieren hat.

Die Funktionaldeterminante der Transformation  $(\phi, \theta) \rightarrow (\alpha, \varepsilon)$  ergibt sich nach längerer Rechnung wie erwartet zu

$$\frac{\partial(\alpha, \varepsilon)}{\partial(\phi, \theta)} = \frac{\cos \theta}{\cos \varepsilon} .$$

Bei der Transformation eines Kugelkoordinatensystems in ein anderes wird die Metrik des Raumes nicht geändert und dadurch ist die Form von  $dV$  invariant. Somit gilt  $\cos \varepsilon d\alpha d\varepsilon = \cos \theta d\phi d\theta$ , wie in Gleichung (C.4) schon verwendet.

Die doch recht umfangreichen Formeln (C.6) und (C.7) lassen sich für  $\phi \ll 1$  nähern, wenn man  $\sin \phi \approx \phi \ll 1$  setzt, alle in  $\phi$  quadratisch auftretenden Terme streicht und beachtet, daß der arccos eines sehr kleinen Arguments ungefähr  $\pi/2$  ist (oder alternativ alle Terme  $\sin(\arccos x) = \cos(\arcsin x) = \pm\sqrt{1-x^2}$  setzt und quadratische Terme in  $\phi$  streicht):

$$(C.6) \Rightarrow \alpha = \alpha_0 + \arcsin \left( \frac{\phi \cos \theta}{\cos(\varepsilon_0 + \theta)} \right) \quad (C.8)$$

$$(C.7) \Rightarrow \varepsilon = \varepsilon_0 + \theta . \quad (C.9)$$

Gleichung (C.8) kann unter der Voraussetzung  $\phi / \cos(\varepsilon_0 + \theta) \ll 1$  weiter genähert werden, wenn beachtet wird, daß der arcsin eines sehr kleinen Arguments ungefähr dem Argument entspricht:

$$\alpha = \alpha_0 + \frac{\phi}{\cos(\varepsilon_0 + \theta)} = \alpha_0 + \frac{\phi}{\cos \varepsilon} \quad . \quad (\text{C.10})$$

Die Formeln (C.9) und (C.10) sind bis zu einer Strahlelevation von  $\varepsilon_0 \approx 50^\circ$  brauchbare Näherungen, wenn  $\phi$  und  $\theta$  im für die Strahlgewichtsfunktion relevanten Bereich von höchstens etwa  $5^\circ$  Grad liegen. Die Fehler in den für die Gewichtsfunktion relevanten Winkeln  $\phi$  und  $\theta$  als Funktionen von  $\alpha$  und  $\varepsilon$  sind dann im Vergleich zur exakten Transformation kleiner als 1 %. Man erkennt, daß  $\varepsilon$  sich durch eine reine Translation aus  $\theta$  ergibt. Geht man jedoch im Strahlensystem eine bestimmte Strecke in  $\phi$ -Richtung, dann überstreicht man einen mit der Elevation zunehmenden Azimutbereich im Radarsystem. Dieser Effekt wird im weiteren noch eine entscheidende Rolle spielen. Er verbreitert  $f^4$  scheinbar im Radarsystem bei ansteigender Elevation.

Damit ergibt sich für  $f^4(\alpha - \alpha_i, \varepsilon - \varepsilon_0)$ , da die Gaussfunktion bei realistischen  $\phi_3$ ,  $\theta_3$  und  $\Delta\alpha$  (steckt in den  $\alpha_i$ ) von etwa  $1^\circ$  nur bei Winkeln  $\phi$ ,  $\theta$  kleiner etwa  $5^\circ$  signifikant von 0 verschieden ist:

$$f^4(\alpha - \alpha_i, \varepsilon - \varepsilon_0) = \exp \left\{ -8 \ln 2 \left( \left( \frac{(\alpha - \alpha_i) \cos \varepsilon}{\phi_3} \right)^2 + \left( \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\theta_3} \right)^2 \right) \right\} \quad , \quad (\text{C.11})$$

wobei der Bezugswinkel  $\alpha_0$  in Gleichung (C.10) durch  $\alpha_i$  ersetzt worden ist. Letzterer ist der Bezugswinkel der einzelnen azimuthal gemittelten Strahlzentren, die um jeweils kleine Beträge von  $\alpha_0$  abweichen (siehe Gleichung (C.2)). Der Term  $\cos \varepsilon$  kann als  $\cos \varepsilon_0$  genähert der horizontalen Strahlbreite  $\phi_3$  zugeschlagen werden, was zu einer durch die Koordinatentransformation ins Radarsystem scheinbar verbreiterten Strahlgewichtsfunktion führt. Zu beachten ist, daß die  $\alpha$ -Koordinate im Intervall  $[\alpha_0 - \pi, \alpha_0 + \pi]$  liegen und außerhalb  $2\pi$ -periodisch fortgesetzt werden muß. Dies kann im Zusammenhang mit dem vom Radar ausgehenden, gegen Nord gemessenen Azimutwinkel zu einigem Kopfzerbrechen führen. Damit steht eine Näherung für  $f^4(\alpha - \alpha_i, \varepsilon - \varepsilon_0)$  zur Verfügung, die verwendet werden kann, um die effektive Strahlgewichtsfunktion  $\bar{f}^4$  in Gleichung (C.4) als arithmetisches Mittel zu berechnen:

$$\bar{f}^4(\alpha, \varepsilon) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} f^4(\alpha - \alpha_i, \varepsilon - \varepsilon_0) \quad . \quad (\text{C.12})$$

Es gilt exakt

$$\int_{r_0 - \Delta r/2}^{r_0 + \Delta r/2} \int_{-\pi + \alpha_0}^{\pi + \alpha_0} \int_{-\pi/2 + \varepsilon_0}^{\pi/2 + \varepsilon_0} \frac{\bar{f}^4(\alpha, \varepsilon)}{r^2} \cos \varepsilon d\varepsilon d\alpha dr = \int_{r_0 - \Delta r/2}^{r_0 + \Delta r/2} \int_{-\pi + \alpha_0}^{\pi + \alpha_0} \int_{-\pi/2 + \varepsilon_0}^{\pi/2 + \varepsilon_0} \frac{f^4(\alpha, \varepsilon)}{r^2} \cos \varepsilon d\varepsilon d\alpha dr \quad ,$$

so daß bei realistischen Halbwertsbreiten  $\phi_3$ ,  $\theta_3$  und  $\Delta\alpha$  von jeweils etwa  $1^\circ$  und  $r_0 \gg \Delta r$  in sehr guter Näherung

$$\int_{r_0 - \Delta r/2}^{r_0 + \Delta r/2} \int_{-\pi + \alpha_0}^{\pi + \alpha_0} \int_{-\pi/2 + \varepsilon_0}^{\pi/2 + \varepsilon_0} \frac{\bar{f}^4(\alpha, \varepsilon)}{r^2} \cos \varepsilon d\varepsilon d\alpha dr \approx \frac{\Delta r \pi \phi_3 \theta_3}{r_0^2 8 \ln 2}$$

gesetzt werden kann (vgl. Gleichung (3.17) auf Seite 27). Damit kann Gleichung (C.4), ähnlich wie

Gleichung (3.27) in Kapitel 3.4 auf Seite 30, geschrieben werden als

$$\overline{Z_e^{(R)}}(r_0, \alpha_0, \varepsilon_0) = \frac{P_t C^* l_{radom,neu}^2}{\tilde{P}_t \tilde{C}^* l_{radom}^2} \frac{\int_{r_0-\Delta r/2}^{r_0+\Delta r/2} \int_{-\pi+\alpha_0}^{\pi+\alpha_0} \int_{-\pi/2+\varepsilon_0}^{\pi/2+\varepsilon_0} \frac{Z_e(r, \alpha, \varepsilon) \overline{f^4}(\alpha, \varepsilon)}{l_N^2(r, \alpha, \varepsilon) r^2} \cos \varepsilon d\varepsilon d\alpha dr}{\int_{r_0-\Delta r/2}^{r_0+\Delta r/2} \int_{-\pi+\alpha_0}^{\pi+\alpha_0} \int_{-\pi/2+\varepsilon_0}^{\pi/2+\varepsilon_0} \frac{\overline{f^4}(\alpha, \varepsilon)}{r^2} \cos \varepsilon d\varepsilon d\alpha dr} \quad . \quad (C.13)$$

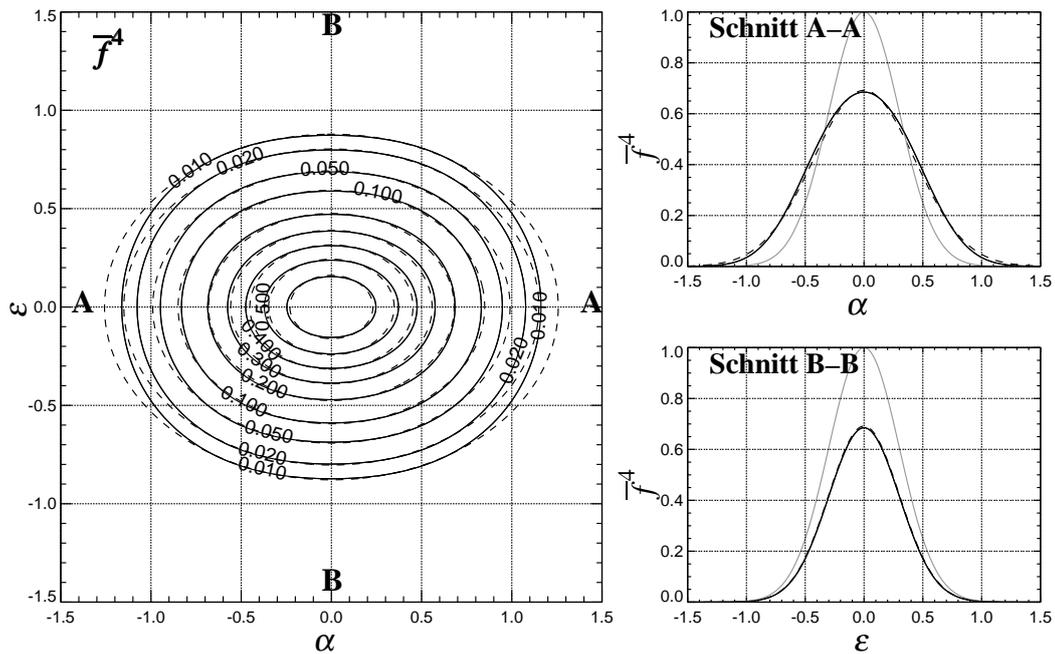
Man erkennt, daß auch das azimutal gemittelte  $\overline{Z_e^{(R)}}$  als gewichtetes Mittel über  $Z_e/l^2$  mit Gewichtsfunktion  $\overline{f^4} \cos \varepsilon / r^2$  zu interpretieren ist.

Im Folgenden wird eine einfache Näherung für  $\overline{f^4}$  hergeleitet, die auch in den Datenauswertungen dieser Arbeit verwendet worden ist. Ausgangspunkt hierbei sind numerische Berechnungen von  $\overline{f^4}$  als Funktion von  $\alpha$  und  $\varepsilon$  bei verschiedenen vorgegebenen Parametern  $\theta_3$ ,  $N$ ,  $\Delta\alpha$  und  $\varepsilon_0$  auf einem fein aufgelösten  $(\alpha, \varepsilon)$ -Gitter (Radarsystem). Hierbei wurde  $N$  nicht direkt angegeben, sondern aus vorgegebenen Werten der Pulswiederholfrequenz  $f_{PRF}$  und der Antennendrehgeschwindigkeit  $\Omega_\alpha$  bestimmt ( $N = \Delta\alpha f_{PRF} / \Omega_\alpha$ ). Der Einfachheit halber wurde hierbei immer eine für meteorologische Antennen typische kreissymmetrische Einzelgewichtsfunktion  $f^4$  mit  $\theta_3 = \phi_3$  benutzt. Außerdem wurde willkürlich  $\alpha_0 = 0^\circ$  gewählt, da alle abgeleiteten Ergebnisse nicht von diesem Parameter abhängen.

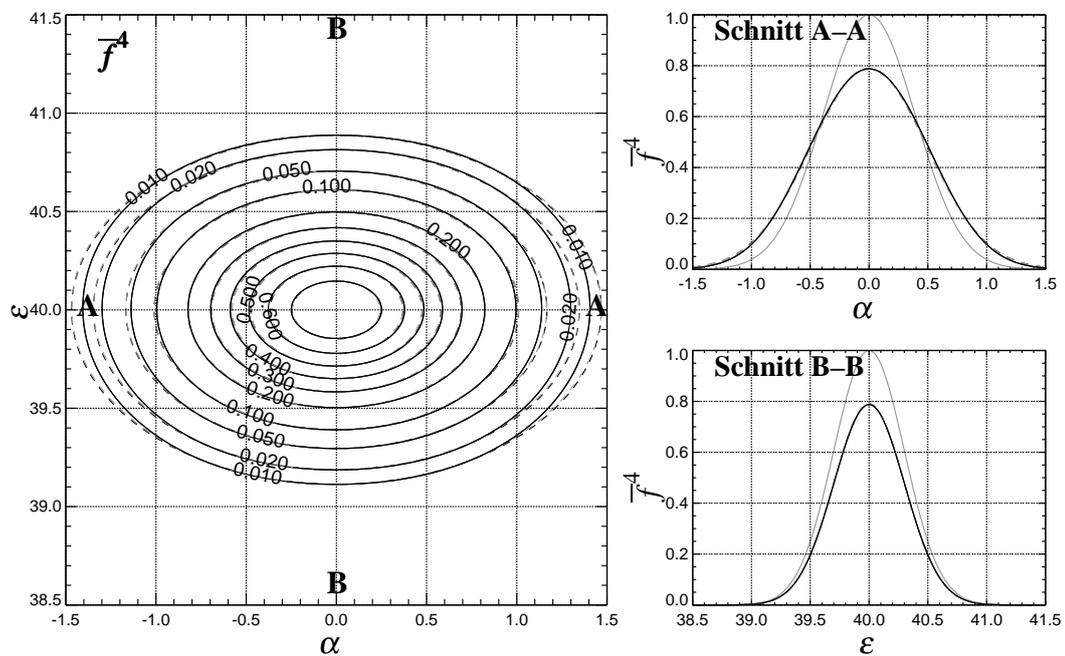
In Abbildung C.2 ist  $\overline{f^4}$  für das Lema-Radar (Parameter siehe Tabelle (C.1)) bei einer Elevation von  $\varepsilon_0 = 0^\circ$  dargestellt (schwarz durchgezogene Linien). Man erkennt, daß die Funktion in azimutaler Richtung gegenüber  $f^4$  (graue Linien in den Schnitten) verbreitert ist und das Maximum etwas kleiner ausfällt. Die Halbwertsbreite in Elevationsrichtung bleibt jedoch dieselbe. Außerdem kann  $\overline{f^4}$  hier sehr gut durch eine Gauss-Funktion angenähert werden, wie man an der zusätzlich dargestellten Glockenfunktion mit denselben Halbwertsbreiten und demselben Integral (schwarz gestrichelt) erkennen kann.  $\overline{f^4}$  ist hier eine relativ glatte Funktion, was darauf zurückzuführen ist, daß das Azimutinkrement von einem Puls zum Nächsten sehr klein gegen  $\theta_3$  ist. Alle hier dargestellten Ergebnisse beruhen auf dieser Annahme, die beim meteorologischen Radarbetrieb auch erfüllt ist.

Um zu einer sinnvollen analytischen Näherung für  $\overline{f^4}$  im Radarsystem in Abhängigkeit von  $\Delta\alpha$ ,  $\theta_3$  und  $\varepsilon_0$  zu kommen, die in Gleichung (C.4) verwendet werden kann, sollen zuerst einige generelle Eigenschaften anhand der numerischen Rechnungen untersucht werden.

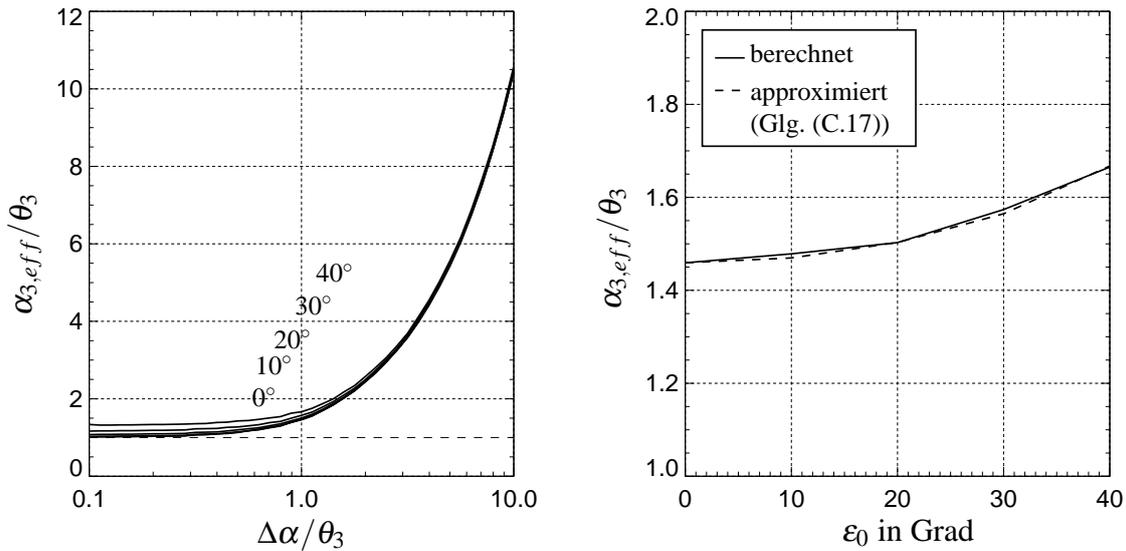
Zuerst werden die Viertelwertsbreiten von  $\overline{f^4}$  in Radarkoordinaten betrachtet ( $\alpha_{3,eff}$  bzw.  $\varepsilon_{3,eff}$ ), die das Analogon zur Halbwertsbreite  $\theta_3$  von  $f^2$  darstellen, wenn man einmal das Gauss-Modell für beide zugrunde legt. Symmetrieüberlegungen führen zu der Annahme, daß bei festem  $\varepsilon_0$  die Form von  $\overline{f^4}$ , hier beschrieben durch die normierte Viertelwertsbreite  $\alpha_{3,eff}/\theta_3$ , nur vom Verhältnis  $\Delta\alpha$  zu  $\theta_3$  abhängt. Rechnungen mit verschiedenen Parametersätzen bestätigen dies. Es ergibt sich immer derselbe funktionale Zusammenhang bei gleicher Strahlmittenelevation  $\varepsilon_0$ . In Abbildung C.4 links ist  $\alpha_{3,eff}/\theta_3$  als Funktion von  $\Delta\alpha/\theta_3$  für verschiedene Elevationen dargestellt (Scharparameter ist  $\varepsilon_0$ ;  $0^\circ$  gilt für die unterste Kurve,  $40^\circ$  für die oberste). Der Wert bei  $\Delta\alpha/\theta_3 = 0$  stellt den ungemittelten Einzelstrahl dar. Im rechten Bild findet sich die Abhängigkeit von  $\varepsilon_0$  bei einem Verhältnis  $\alpha_{3,eff}/\theta_3$  von 1, wobei die durchgezogene Kurve aus den berechneten  $\overline{f^4}$  bestimmt wurde und die gestrichelte Kurve vorgehend eine weiter unten beschriebene Näherungsformel darstellt. Man erkennt, daß bei einer Elevation von  $0^\circ$  und  $\Delta\alpha/\theta_3 = 1$  (wie beim Radar Lema) die effektive Breite in azimutaler Richtung,  $\alpha_{3,eff}$ , um den Faktor 1.45 größer ist als  $\theta_3$ . Die Abhängigkeit von der Elevation kommt durch die Koordinatentransformation von  $f^4$  ins Radarsystem zustande, die vor der Aufsummierung zu  $\overline{f^4}$  gemacht wird. Der Effekt ist aber nur für kleine  $\Delta\alpha/\theta_3$  von Bedeutung, was zunächst der weiter oben angesprochenen  $1/\cos \varepsilon$  – Verbreiterung des einzelnen  $f^4$  widerspricht. Der Grund liegt darin, daß sich  $\alpha_{3,eff}$  in einen Anteil



**Abb. C.2.:** Numerisch bestimmte effektive Strahlgewichtsfunktion  $\bar{f}^4$  des Lema-Radars bei einer Elevation von  $\varepsilon_0 = 0^\circ$ . Parameter:  $\theta_3 = 1.0^\circ$ ,  $\Delta\alpha = 1.0^\circ$ ,  $f_{PRF} = 600$  Hz,  $\Omega_\alpha = 3$  RPM =  $\pi/10$  s $^{-1}$ ,  $N = 33$ . **Schwarz durchgezogen:** berechnetes  $\bar{f}^4$ . **Schwarz gestrichelt:** Gauss-Funktion mit denselben eff. Halbwertsbreiten  $\alpha_{3,eff}$  und  $\varepsilon_{3,eff}$  und demselben Integral. **Grau:**  $f^4$  eines Einzelstrahls für  $\alpha_i = \alpha_0$ .



**Abb. C.3.:** Dasselbe wie Abbildung C.2, nur für  $\varepsilon_0 = 40^\circ$ . **Zusätzlich grau gestrichelt (praktisch identisch mit der schwarz gestrichelten Gauss-Näherungsfunktion):** Eine im Text beschriebene einfache analytische Näherung (Glg. (C.17))



**Abb. C.4.:** Normierte Halbwertsbreite  $\alpha_{3,eff}/\theta_3$  von  $\bar{f}^4$  als Funktion von  $\Delta\alpha/\theta_3$  und  $\varepsilon_0$ . **Links:** Darstellung mit  $\varepsilon_0$  als Scharparameter, wobei die unterste Kurve zu  $\varepsilon_0 = 0^\circ$  und die oberste zu  $\varepsilon_0 = 40^\circ$  gehört. **Rechts:**  $\varepsilon_0$ -Schnitt bei  $\Delta\alpha/\theta_3 = 1$  (durchgezogen) und analytische Näherung (gestrichelt), siehe Glg. (C.17).

durch die Einzelhalbwertsbreite  $\theta_3$  und in einen Anteil durch  $\Delta\alpha$  aufspalten läßt. Nun verringert sich der  $\Delta\alpha$  – Anteil im selben Maße wie die Verbreitungswirkung der Koordinatentransformation, so daß sich beide Effekte bei großen  $\Delta\alpha/\theta_3$  gegenseitig aufheben. Ein „mittlerer“ Fall ist für eine Elevation von  $40^\circ$  in Abbildung C.3 anhand des Lema-Radars dargestellt, wo  $\Delta\alpha/\theta_3 = 1$  gilt. Abbildung C.3 unterscheidet sich nur in der Elevation von Abbildung C.2, wo  $\varepsilon_0 = 0^\circ$  ist. Man erkennt deutlich die scheinbare Verbreiterung im Azimut des Radarsystems bei der höheren Elevation, wobei auch dort die Gauss-Näherung hervorragend passt.

Die numerischen Rechnungen ergaben des weiteren, daß eine Gauss-Näherung wie in den Abbildungen (C.2) und (C.3) dann sinnvoll ist, wenn  $\Delta\alpha/\theta_3$  nicht größer als etwa 1.5 ist. Darüber wird  $\bar{f}^4$  zunehmend quaderförmig. Für die Radargeräte Lema und S-Pol genügt jedoch die Gauss-Näherung, weswegen im Folgenden eine möglichst einfache analytische Näherungsformel (Glockenkurve) hergeleitet wird.

Gleichung (C.4) zeigt, daß wegen der dortigen Normierung die Absolutwerte von  $\bar{f}^4$  keine Rolle spielen; es genügt, wenn man eine dazu proportionale Funktion verwendet. Daher lautet der Ansatz für die Näherungsformel

$$\tilde{f}^4 = \exp \left\{ -8 \ln 2 \left( \left( \frac{(\alpha - \alpha_0) \cos \varepsilon}{\phi_{3,eff}} \right)^2 + \left( \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\theta_{3,eff}} \right)^2 \right) \right\} . \quad (C.14)$$

$\phi_{3,eff}$  und  $\theta_{3,eff}$  stellen die Viertelwertsbreiten von  $\bar{f}^4$  im Strahlensystem dar. Nimmt man direkt die für die jeweilige Elevation und für  $\Delta\alpha/\theta_3$  numerisch im Radarsystem bestimmten Halbwertsbreiten  $\alpha_{3,eff}$  und  $\varepsilon_{3,eff}$ , dann gilt (Koordinatentransformation):

$$\phi_{3,eff} = \alpha_{3,eff} \cos \varepsilon_0 \quad \text{und} \quad \theta_{3,eff} = \varepsilon_{3,eff} .$$

Diese Form hat jedoch den Nachteil, daß  $\alpha_{3,eff}$  und  $\varepsilon_{3,eff}$  tabelliert als Funktionen von  $\Delta\alpha/\theta_3$  und  $\varepsilon_0$  vorliegen müssen.

Zu bemerken ist jedoch, daß  $\varepsilon_{3,eff}$  in den numerischen Rechnungen immer ungefähr gleich  $\theta_3$  bleibt, wenn  $\Delta\alpha/\theta_3$  wie oben nicht größer als etwa 1.5 ist (wie z.B. in Abbildung C.2). Deswegen kann auch vereinfachend gewählt werden:

$$\theta_{3,eff} = \phi_3 \quad .$$

Folgende Überlegung führt auf eine Näherung für  $\phi_{3,eff}$ : Da  $\bar{f}^4$  eine azimutale Mittelung über  $\Delta\alpha$  darstellt, besteht die Breite in  $\phi$  – Richtung dieser Funktion (wie weiter oben schon erwähnt) aus einem Anteil  $\theta_3$  plus einem Anteil  $\Delta\phi$  durch das Drehen der Antenne um  $\Delta\alpha$ .  $\Delta\phi$  entspricht nach Transformation ins Radarsystem  $\Delta\alpha \cos \varepsilon_0$ . Angenähert gilt (Die Tilde steht für Näherung):

$$\tilde{\phi}_{3,eff} = \theta_3 + \Delta\alpha \cos \varepsilon_0 \quad . \quad (C.15)$$

Bei einer Elevation von  $\varepsilon_0 = 0^\circ$  ist dies

$$\tilde{\phi}_{3,eff,0} = \theta_3 + \Delta\alpha \quad .$$

Eliminierung von  $\theta_3$  aus Gleichung (C.15) liefert

$$\tilde{\phi}_{3,eff} = \tilde{\phi}_{3,eff,0} + (1 - \cos \varepsilon_0) \Delta\alpha \quad . \quad (C.16)$$

Für  $\tilde{\phi}_{3,eff,0}$  wählt man zweckmäßigerweise den bei  $\varepsilon_0 = 0^\circ$  bestimmten Wert  $\alpha_{3,eff,0}$  aus der universellen Funktion  $\alpha_{3,eff}/\theta_3$  über  $\Delta\alpha/\theta_3$  (siehe Abbildung C.4) – in diesem Fall gilt ja  $\alpha_{3,eff,0} = \phi_{3,eff,0}$ . Dies ist eine erste grobe Abschätzung, die die prinzipielle Abhängigkeit von der Elevation richtig beschreibt. Eine bessere Näherung kann durch Einführen eines Korrekturfaktors beim letzten Summanden von Gleichung (C.16) erreicht werden, der durch Vergleich von aus den numerisch berechneten  $\bar{f}^4$  abgeleiteten  $\phi_{3,eff} = \alpha_{3,eff} \cos \varepsilon_0$  mit den von Gleichung (C.16) prognostizierten Werten und Anpassen einer analytischen Funktion in Abhängigkeit von  $\varepsilon_0$  und  $\Delta\alpha/\theta_3$  bestimmt worden ist. Es hat sich gezeigt, daß die Abhängigkeit von  $\varepsilon_0$  nur sehr schwach ausgeprägt ist und vernachlässigt werden kann. Das Ergebnis lautet:

$$\tilde{\phi}_{3,eff} = \alpha_{3,eff,0} + (1 - \cos \varepsilon_0) \Delta\alpha \left( 1 - \exp \left( -1.5 \frac{\Delta\alpha}{\theta_3} \right) \right) \quad . \quad (C.17)$$

Der Korrekturfaktor auf der rechten Seite hängt hier nur vom normierten azimutalen Mittelungsintervall ab. In Abbildung C.4 rechts ist für  $\Delta\alpha/\theta_3 = 1$  das entsprechend genäherte  $\tilde{\alpha}_{3,eff}/\theta_3 = \tilde{\phi}_{3,eff}/\theta_3 \cos \varepsilon_0$  (gestrichelt) als Funktion von  $\varepsilon_0$  im Vergleich zum numerisch bestimmten  $\alpha_{3,eff}$  (durchgezogen) dargestellt. Man erkennt eine sehr gute Übereinstimmung.

Damit wird Gleichung (C.14) zu

$$\bar{f}^4 = \exp \left\{ -8 \ln 2 \left( \left( \frac{(\alpha - \alpha_0) \cos \varepsilon}{\alpha_{3,eff,0} + (1 - \cos \varepsilon_0) \Delta\alpha (1 - \exp(-1.5 \Delta\alpha/\theta_3))} \right)^2 + \left( \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\theta_3} \right)^2 \right) \right\} \quad . \quad (C.18)$$

Hier müssen lediglich die zwei radarspezifischen Parameter  $\alpha_{3,eff,0}$  und  $\theta_3$  sowie die Strahlwinkel  $\alpha_0$  und  $\varepsilon_0$  angegeben werden.  $\alpha_{3,eff,0}$  ist nach dem weiter oben Gesagten proportional zu  $\theta_3$ , wobei die Proportionalitätskonstante der Abbildung C.4 bei  $\varepsilon_0 = 0^\circ$  und dem radarspezifischen Wert  $\Delta\alpha/\theta_3$

	$f_{PRF}$ [Hz]	$\Delta\alpha$ [°]	$\omega$ [RPM]	$N$	$\theta_3$ [°]	$\alpha_{3,eff,0}$
<b>Lema</b>	600, 800 bzw. 1200 (je nach Elev.)	1.0	3,4 bzw. 6	32	1.0	$1.44 \times \theta_3$
<b>S-Pol</b>	850 (425 für horiz. Polar.)	0.86	1.225	50 (horiz. Polar.)	0.91	$1.41 \times \theta_3$

**Tab. C.1.:** Parameter zur numerischen Bestimmung und zur Näherung von  $\bar{f}^4$  nach Gleichung (C.18).

entnommen werden kann. Für die Radargeräte Lema und S-Pol sind die entsprechenden Werte in Tabelle C.1 (letzte Spalte) aufgeführt. In Abbildung C.3 ist diese Gauss-Funktion für das Radar Lema, normiert auf das Integral von  $\bar{f}^4$ , als graue gestrichelte Linie für eine Elevation von  $\varepsilon_0 = 40^\circ$  dargestellt. Auch hier erkennt man keinen signifikanten Unterschied zur numerisch bestimmten Funktion  $\bar{f}^4$  (die grau gestrichelte Funktion ist vollständig verdeckt).

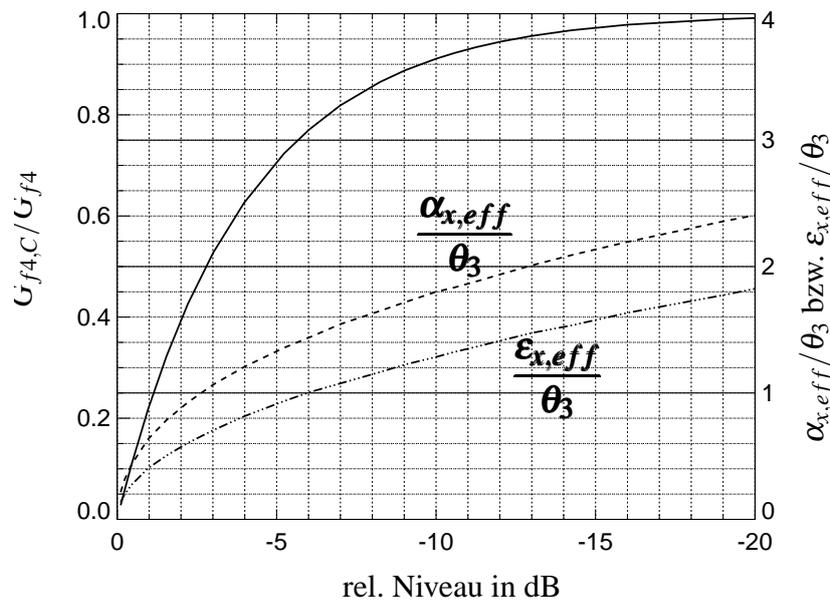
Nach dem weiter oben Gesagten gilt die Parametrisierung (C.18), wenn  $\Delta\alpha/\theta_3$  nicht größer als etwa 1.5 ist. Außerdem darf  $\varepsilon_0$  höchstens etwa  $50^\circ$  betragen, weil sonst die Koordinatentransformationen (C.9) und (C.10) nicht mehr gültig sind.

In dieser Arbeit wurde die effektive Strahlgewichtsfunktion bei diversen Mittelungen und Interpolationen als Gewichtsfunktion benutzt. Dabei mußte, um die Rechenzeit zu begrenzen, jeweils ein um die Strahlmitte zentriertes  $(r, \alpha, \varepsilon)$ -Intervall angegeben werden, das einerseits den wichtigsten Bereich der effektiven Gewichtsfunktion enthalten soll, andererseits aber möglichst eng begrenzt sein muß, um den Aufwand an Funktionsauswertungen in Grenzen zu halten. Dabei stellt sich die Frage, welcher Anteil des Gewichts innerhalb bestimmter Grenzen um die Strahlachse konzentriert ist. Hierzu wurden ebenfalls numerische Rechnungen durchgeführt. Da  $\bar{f}^4$  nicht von der Radarentfernung  $r$  abhängt, genügt hier eine zweidimensionale Untersuchung in den Winkeln  $\alpha$  und  $\varepsilon$ .

Abbildung C.5 stellt die Ergebnisse für das berechnete  $\bar{f}^4$  des Lema-Radars bei einer Elevation von  $\varepsilon_0 = 0^\circ$  zusammen, die auch in guter Näherung für das Radar S-Pol gelten. Da  $\bar{f}^4$  hier näherungsweise Gauss-förmig ist, gelten die dargestellten Ergebnisse so ganz allgemein für eine zweidimensionale Gauss-Kurve. Schwarz durchgezogen dargestellt (linke Ordinate) ist der Anteil des Integrals der Reflektivitäts-Gewichtsfunktion  $\bar{f}^4(\alpha - \alpha_0, \varepsilon - \varepsilon_0) \cos \varepsilon$  innerhalb einer Niveaulinie (näherungsweise Ellipsen, siehe z.B. Abbildung C.2) am Gesamtintegral, als Funktion des jeweiligen Niveaus in dB relativ zum Maximum, also die Größe

$$\frac{G_{f4,C}}{G_{f4}} = \frac{\iint_{\mathbf{C}} \bar{f}^4(\alpha - \alpha_0, \varepsilon - \varepsilon_0) \cos \varepsilon d\alpha d\varepsilon}{\int_{-\pi/2+\varepsilon_0}^{\pi/2+\varepsilon_0} \int_{-\pi+\alpha_0}^{\pi+\alpha_0} \bar{f}^4(\alpha - \alpha_0, \varepsilon - \varepsilon_0) \cos \varepsilon d\alpha d\varepsilon} = \text{Funktion} \left( \underbrace{10 \log_{10} \left( \frac{\text{Niveau}}{\max(\bar{f}^4)} \right)}_{\text{rel. Niveau in dB}} \right),$$

wobei die Integrationsgrenze  $\mathbf{C}$  die geschlossene Niveaulinie zum jeweiligen Niveau in der  $(\alpha, \varepsilon)$ -Ebene darstellt. Das relative Niveau -3 dB stellt also gerade die Halbwertsniveaulinie dar. Die einzelnen Integrale wurden mittels einer einfachen Summenapproximation mit sehr kleiner Schrittweite berechnet. Innerhalb der -6-dB-Grenze (-3-dB-Einweg, vergleichbar zu  $\theta_3$ ) liegen ca. 75 % des Gewichts von  $\bar{f}^4$ . Die Marke von 90 % wird erst bei der -10-dB-Niveaulinie erreicht. Um festzustellen, welchen Koordinatenbereich die jeweilige Niveaulinie überstreicht, wurden zusätzlich die Längen der Hauptachsen der geschlossenen Niveaulinien – näherungsweise Ellipsen – in den Koordinatenrichtungen angegeben ( $\alpha_{x,eff}$  bzw.  $\varepsilon_{x,eff}$ , rechte Ordinate), und zwar normiert auf  $\theta_3$ , damit wiederum nur eine Abhängigkeit



**Abb. C.5.:** Wichtige Eigenschaften von  $\bar{f}^4$  des Radar Lema bei  $\varepsilon_0 = 0^\circ$ . Beschreibung siehe im Text.

von  $\Delta\alpha/\theta_3$  und  $\varepsilon_0$  vorhanden ist. Soll beispielsweise mindestens 90% des Gewichtes abgedeckt werden (-10-dB-Niveau), dann beträgt die Hauptkeulenbreite in Azimutrichtung mindestens  $1.8\theta_3$  und in Elevationsrichtung mindestens  $1.3\theta_3$ . Nebenbei bemerkt können die Werte für  $\alpha_{3,eff,0}/\theta_3$  und  $\varepsilon_{3,eff,0}/\theta_3$  im Niveau -6 dB abgelesen werden ( $\bar{f}^4$  ist eine Zweiweg-Darstellung!), weil das Schaubild ja für  $\varepsilon_0 = 0^\circ$  gilt. Ersterer hat exakt den Wert für das Lema-Radar in Tabelle (C.1), letzterer den Wert 1, wie früher schon diskutiert.

Verwendet man die Gauss-Näherung Gleichung (C.18), so gilt für deren -10-dB-Breiten  $\tilde{\alpha}_{10,eff}$  und  $\tilde{\varepsilon}_{10,eff}$  (doppelte Zentriwinkel auf den Hauptachsen im Radarsystem, analog zu  $\theta_3$ )

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha}_{10,eff} &= \tilde{\alpha}_{3,eff} \sqrt{\frac{\ln 10}{2 \ln 2}} \\ &= \frac{\alpha_{3,eff,0} + (1 - \cos \varepsilon_0) \Delta\alpha (1 - \exp(-1.5 \Delta\alpha/\theta_3))}{\cos \varepsilon_0} \underbrace{\sqrt{\frac{\ln 10}{2 \ln 2}}}_{1.29} \end{aligned} \quad (C.19)$$

$$\tilde{\varepsilon}_{10,eff} = \theta_3 \sqrt{\frac{\ln 10}{2 \ln 2}}, \quad (C.20)$$

wie man leicht ausrechnet. Aus Gleichung (C.19) ergibt sich bei entsprechender Wahl der Parameter natürlich in etwa derjenige Wert für  $\alpha_{10,eff}/\theta_3$ , den man aus Abbildung C.5 bei der -10-dB-Niveaulinie herauslesen kann, da  $\bar{f}^4$  in diesem Falle etwa gaussförmig ist.

Insgesamt steht damit eine einfach anzuwendende Parametrisierung der effektiven Gewichtsfunktion zur Verfügung (Gleichung (C.18)), inclusive dem Azimut- und Elevationsbereich, auf den 90% des Gewichtes bei einer Radarmessung mit azimuthaler Mittelung entfallen (Gleichungen (C.19) und (C.20)).

Die Unterschiede zur Darstellung in Doviak und Zrnić (1993) oder Zrnić und Doviak (1976) liegen in der Tatsache, daß dort der Einfachheit halber eine eindimensionale Darstellung gewählt wird und daß die Summation in Gleichung (C.4) im eindimensionalen durch eine Integration ersetzt und somit eine

analytische Lösung für die Viertelwertsbreiten von  $\overline{f^4}$  mit Hilfe der Gauss'schen Fehlerfunktion präsentiert werden kann. Die Elevationsabhängigkeit wird jedoch nicht behandelt. Die Darstellung beschränkt sich außerdem gänzlich auf die Viertelwertsbreiten.

Die Ergebnisse bezüglich  $\overline{Z_e^{(R)}}$  und  $\overline{f^4}$  (Gleichung (C.13)) bleiben auch gültig, wenn man eine reale Entfernungsgewichtsfunktion (z.B. für einen „matched-filter“-Empfänger) miteinbezieht, weil Entfernungs- und Azimut-/ Elevationsgewichtung voneinander unabhängig sind (multiplikativ verknüpft). In Gleichung (C.13) müßte nur  $\overline{f^4}$  um die Entfernungsgewichtsfunktion ergänzt und die Integralgrenzen in  $r$  entsprechend ausgedehnt werden. Die reale Entfernungsgewichtsfunktion wird z.B. bei Doviak und Zrnić (1993) (Kapitel 4.4.2) beschrieben und auf eine genaue Darstellung soll hier verzichtet werden. Es sei lediglich darauf hingewiesen, daß diese erst im Empfänger durch dessen relativ enge Frequenzbandbreite zustande kommt, die man in der Praxis aber braucht.

Gleichung (C.13) bleibt sogar gültig, wenn man, wie beim Radar Lema, nicht nur in azimuthaler, sondern auch in der Entfernungsrichtung  $r_0$  mittelt. In Entfernungsrichtung aufeinanderfolgende Einzelmeßwerte sind auf jeden Fall statistisch unabhängig (im Gegensatz zur Mittelung über mehrere Pulse am selben Ort, wo die Dekorrelationszeit maßgeblich ist) und vermindern den Fehler bei der Bestimmung des Mittelwertes von  $P_r$  noch weiter.

Beim Radar Lema werden zusätzlich zur azimuthalen Mittelung über 32 benachbarte Einzelmeßwerte ( $\Delta\alpha = 1^\circ$ ) 12 aufeinanderfolgende Rangegates (die Entfernungsauflösung  $\Delta r$  beträgt 75 m, der Abstand der Mitten zweier aufeinanderfolgender Rangegates ist 83 m) zu einem für den Entfernungsbereich von 1 km repräsentativen Wert gemittelt, so daß ein ausgegebener Meßwert aus  $32 \times 12 = 384$  Einzelmeßwerten besteht. Hätte der Empfänger eine unendliche Frequenzbandbreite, müßte man in (C.13) lediglich  $\Delta r = 1$  km setzen anstatt  $c\tau/2$ . Anders ausgedrückt: die Gewichtung in der Entfernung ist 1 für  $r \in [r_0 - \Delta r/2, r_0 + \Delta r/2]$  und sonst 0. Das liegt daran, daß sich die Einzel-Entfernungsgewichtsfunktionen (Rechteckfunktionen) der gemittelten Rangegates nicht überlappen, sondern „direkt aneinander anschließen“. Auch für einem „matched-filter“-Empfänger wie beim Radar Lema ist das eine gute Näherung, da sich die Einzel-Entfernungsgewichtsfunktionen zu einer fast rechteckförmigen effektiven Entfernungsgewichtsfunktion mitteln.

## Anhang D. Koordinatentransformation Radarsystem — geographisches System

Für manche Anwendungen ist es nützlich, Radardaten vom Radarsystem, bestehend aus Schrägentfernung  $r$ , Azimutwinkel  $\alpha$  und Elevationswinkel  $\varepsilon$ , ins geographische System zu transformieren, bestehend aus geographischer Länge  $\lambda_g$ , Breite  $\phi_g$  und Höhe  $h$  über Meeresniveau (Georeferenzierung). Dazu wird vereinfachend angenommen, die Erde sei eine Kugel mit einem Radius  $a_e$  von 6371 km und die Strahlausbreitungsbedingungen würden dem 4/3-Erde-Modell (siehe Anhang B.2) folgen. Diese Annahmen sind für die Bestimmung der geographischen Länge und Breite hinreichend genau, weil sich die Strahlausbreitungsbedingungen bei Elevationswinkeln kleiner als etwa  $30^\circ$  hauptsächlich in einem Höhenfehler bemerkbar machen und kaum in Fehlern der horizontalen Position. Zudem spielen bei den in der Radarmeteorologie üblichen maximalen Entfernungen von etwa 300 km die Abweichungen der Erdoberfläche von der Kugelgestalt nur eine untergeordnete Rolle. Den möglichen Höhenfehler aufgrund der Strahlausbreitungsbedingungen sollte man jedoch im Hinterkopf behalten, wenn die jeweilige Anwendung auf Höheninformation zurückgreift.

Man verwendet am besten nicht das Radarsystem selbst, sondern ein abgeleitetes System aus dem Azimutwinkel  $\alpha$ , der Bogenlängenentfernung  $s'$  auf einer Kugelschale in Radarhöhe und der Höhe  $h'$  über der Meereshöhe  $h_0$  des Radars (siehe Abbildung B.2), das sich aus den Transformationsformeln des 4/3-Erde-Modells ergibt (Gleichung (B.8) und Gleichung (B.9)). Das Polarkoordinatensystem aus  $\alpha$  und  $s'$  ist ähnlich der in der Kartographie bekannten sogenannten Azimutal Äquidistanten Projektion (z.B. Snyder, 1982), mit dem Unterschied, daß dort die Bogenlänge  $s$  auf Meeresniveau benutzt wird. Die Rücktransformation vom abgeleiteten Radarsystem ( $s', \alpha, h'$ ) ins ursprüngliche Radarsystem ( $r, \alpha, \varepsilon$ ) kann durch Gleichung (B.12) und Gleichung (B.11) erfolgen.  $\alpha$  bleibt jeweils gleich.

Die Aufgabe besteht nun in der Transformation vom abgeleiteten Radarsystem ins geographische und umgekehrt. Zuerst wird die Rücktransformation betrachtet. Aus den elementaren Sätzen der sphärischen Trigonometrie folgen die Transformationsformeln

$$s' = a_e \eta \quad (\text{D.1})$$

$$\alpha = \begin{cases} \arccos\left(\frac{\sin \phi_{g0} - \sin \phi_g \cos \eta}{\cos \phi_g \sin \eta}\right) & \text{für } \phi_g \geq \phi_{g0} \\ 2\pi - \arccos\left(\frac{\sin \phi_{g0} - \sin \phi_g \cos \eta}{\cos \phi_g \sin \eta}\right) & \text{für } \phi_g < \phi_{g0} \end{cases} \quad (\text{D.2})$$

$$\text{mit: } \eta = \arccos(\sin \phi_{g0} \sin \phi_g - \cos \phi_{g0} \cos \phi_g \cos(\lambda_g - \lambda_{g0})) \quad .$$

$$h' = h - h_0 \quad (\text{D.3})$$

$\lambda_{g0}$  und  $\phi_{g0}$  bezeichnen die geographische Länge und Breite des Radarstandorts und  $h_0$  dessen Höhe über dem Meeresniveau.

Für die Hintransformation folgt

$$\phi_g = \arcsin \left( \sin \phi_{g0} \cos \left( \frac{s'}{a_e + h_0} \right) + \cos \phi_{g0} \sin \left( \frac{s'}{a_e + h_0} \right) \cos \alpha \right) \quad (\text{D.4})$$

$$\lambda_g = \begin{cases} \lambda_{g0} + \arccos \left( \frac{\cos \left( \frac{s'}{a_e + h_0} \right) - \sin \phi_{g0} \sin \phi_g}{\cos \phi_{g0} \cos \phi_g} \right) & \text{für } \sin \alpha \leq \pi \\ \lambda_{g0} - \arccos \left( \frac{\cos \left( \frac{s'}{a_e + h_0} \right) - \sin \phi_{g0} \sin \phi_g}{\cos \phi_{g0} \cos \phi_g} \right) & \text{für } \sin \alpha > \pi \end{cases} \quad (\text{D.5})$$

$$h = h_0 + h' \quad . \quad (\text{D.6})$$

Der Azimutwinkel  $\alpha$  muß im Intervall  $[0, 2\pi]$  liegen.

## Anhang E. Radardaten in einem kartesischen Koordinatensystem

In dieser Arbeit werden unter anderem Radardaten benötigt, die in einem lokal kartesischen Koordinatensystem georeferenziert oder die auf ein solches Koordinatensystem interpoliert sind. Ganz allgemein können das Reflektivitätswerte und daraus abgeleitete Größen wie die Niederschlagsrate sein, aber auch Dopplergeschwindigkeit oder Polarisationsparameter. Im Folgenden werden die dazu verwendeten Verfahren dokumentiert, wobei an erster Stelle die Koordinatentransformation Radarsystem  $\rightarrow$  kartesisches System behandelt wird und anschließend, darauf aufbauend, einfache Methoden der Interpolation, die z.T. auch in der Literatur angewendet werden. Wie bei Anhang D wird dabei das 4/3-Erde-Modell für die Strahlausbreitung vorausgesetzt, wobei die Erde als kugelförmig mit einem Radius  $a_e$  von 6371 km angenommen wird.

Durch jede Art von Interpolation werden Radardaten mehr oder weniger geglättet, weil die meisten lokalen Extremwerte des Feldes unvermeidlich abgeschwächt werden. Man spricht auch von der Filterwirkung eines Interpolationsverfahrens, und es lassen sich gewisse Übertragungsfunktionen bestimmen. Diese Filterung erfolgt zusätzlich zu der ursprünglichen Glättung des Niederschlagsfeldes durch die Strahlgewichtsfunktion bei der Messung, worauf bereits in Abschnitt 3.4 und Anhang C eingegangen worden ist.

### E.1. Transformation von Radarkoordinaten in ein kartesisches Koordinatensystem

Der nachfolgend definierte Typ eines Koordinatensystems aus den lokal rechtwinkligen Koordinaten  $x$ ,  $y$  und  $z$  wird in dieser Arbeit als kartesisches Koordinatensystem bezeichnet. Die Erde wird dabei als eine Kugel mit Radius  $a_e = 6371$  km behandelt.  $x$ ,  $y$  und  $z$  sind definiert als

$$x = s'_a \sin \alpha_a \tag{E.1}$$

$$y = s'_a \cos \alpha_a \tag{E.2}$$

$$z = h'_a \quad , \tag{E.3}$$

wobei  $\alpha_a$  und  $s'_a$  den Azimutwinkel und die Bogenlängenentfernung auf einem Großkreis zum Aufpunkt des Koordinatensystems darstellen und  $h'_a$  die Höhe über der Aufpunkthöhe ist.  $s'_a$  bezieht sich auf die Bogenlänge in der Höhe des Aufpunktes über NN. Wird das Koordinatensystem an einem Punkt in Meereshöhe festgemacht, so bezeichnet  $h'_a$  die Höhe über NN, und  $\alpha_a$  und  $s'_a$  entsprechen den Polarkoordinaten der Lambert'schen Azimutal Äquidistanten Kartenprojektion (Snyder, 1982). Liegt der Aufpunkt im Radarstandort, so können  $s'_a = s'$  und  $h'_a = h'$  mit dem 4/3-Erde-Modell der Strahlausbreitung aus den Radarkoordinaten  $r$  und  $\varepsilon$  berechnet werden und es gilt  $\alpha_a = \alpha$ . Ansonsten müssen  $s'$  und  $\alpha$  aus den geographischen Koordinaten des Aufpunktes und der zu transformierenden Orte bestimmt werden (siehe Anhang D).

Wie man unschwer erkennt, ist das so definierte System kein echtes kartesisches Koordinatensystem, weil der Einheitsvektor in  $z$ -Richtung immer senkrecht zur Kugeloberfläche durch den Aufpunkt nach außen (oben) zeigt und die  $z$ -Richtung somit divergent ist. Dadurch ergibt sich eine leichte Verzerrung, die aber

auf einer Skala von wenigen 100 km keine große Rolle spielen dürfte. Horizontal gemessene Abstände in der x-y-Ebene (dieser Begriff bedeutet hier Großkreisdistancen auf einer Kugelfläche) werden bei gleichen Anfangs- und Endkoordinaten mit zunehmender Höhe  $h'$  etwas größer. Horizontale Abstände zweier Punkte  $\mathbf{x}_1 = (x_1, y_1, h'_a)$  und  $\mathbf{x}_2 = (x_2, y_2, h'_a)$ , die mit dem Satz des Pythagoras berechnet werden, stimmen mit den geographischen Abständen nur exakt in radialer Richtung überein. Wie Beispielrechnungen ergeben haben, sind die Fehler in anderen Richtungen aber kleiner als ca. 0.01 %, wenn sich  $\mathbf{x}_1$  und  $\mathbf{x}_2$  nicht weiter als etwa 100 km vom Ursprung entfernt befinden. Ein typischer Fehler liegt für eine Entfernung zwischen  $\mathbf{x}_1$  und  $\mathbf{x}_2$  von 200 km in der Größenordnung von 10 m.

Zu beachten ist, daß die Himmelsrichtungen Nord und Ost nur am Ursprung exakt mit den Koordinatenrichtungen x und y übereinstimmen. Bei einer Entfernung von 100 km vom Ursprung ist der Fehler jedoch kleiner als etwa  $1^\circ$ . Somit kann das Koordinatensystem z.B. bei der in dieser Arbeit verwendeten Kreuzkorrelationsmethode zur Bestimmung des horizontalen Verlagerungsvektorfeldes aus zwei zeitlich aufeinanderfolgenden Volumendatensätzen verwendet werden.

## E.2. Interpolation von Radardaten auf ein kartesisches Koordinatensystem

### E.2.1. Trilineare Interpolation

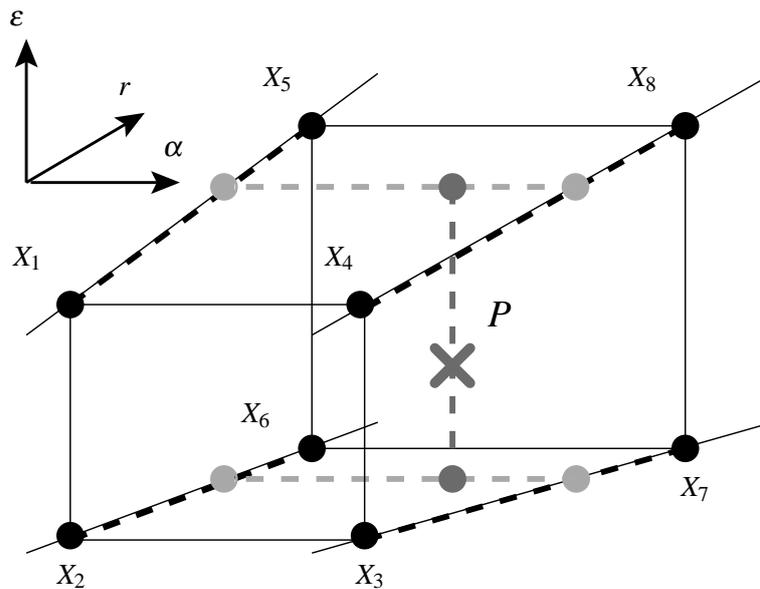
Die wohl einfachste Möglichkeit der Interpolation von Radardaten auf Orte, die zwischen den aufgetragenen Pulsvolumina liegen, besteht in der trilinearen Interpolation (Verallgemeinerung der linearen Interpolation auf drei Raumkoordinaten), die in diesem Abschnitt beschrieben wird. Diese Interpolation führt man am besten im Radarkoordinatensystem  $(r, \alpha, \varepsilon)$  durch, weil die Daten in diesem System aufgetragener werden. Im vorliegenden Fall stellen die Punkte des kartesischen Gitters die Interpolationsorte dar.

Als ersten Schritt müssen die kartesischen Koordinaten der Interpolationspunkte ins Radarsystem  $(r, \alpha, \varepsilon)$  transformiert werden. Liegt der Aufpunkt des kartesischen Systems im Radarstandort, so kann dazu einfach das Gleichungssystem (E.1), (E.2) und (E.3) invertiert und die daraus hervorgehenden  $s'_a$ ,  $\alpha_a$  und  $h'_a$  mit Hilfe des Strahlausbreitungsmodells (4/3-Erde-Modell) in Radarkoordinaten umgerechnet werden. Liegt der Aufpunkt nicht im Radarstandort, so kann der Weg über das geographische Koordinatensystem zum Ziel führen.

Im nächsten Schritt werden zu jedem Interpolationspunkt die 8 räumlich benachbarten Radarmeßwerte (definiert durch die Mittelpunkte der Pulsvolumina) festgestellt und in den Koordinaten  $r$ ,  $\alpha$  und  $\varepsilon$  trilinear auf den Punkt  $P$  mit den Koordinaten  $\mathbf{r}_i = (r_i, \alpha_i, \varepsilon_i)$  interpoliert. Abbildung E.1 verdeutlicht die Berechnungsweise. Der interpolierte Wert  $X_i$  der Größe  $X$  am Interpolationspunkt  $P$  ergibt sich zu

$$\begin{aligned}
 X_i = & X_2 + (X_6 - X_2) \frac{r_i - r_{-1}}{r_1 - r_{-1}} + (X_3 - X_2) \frac{\alpha_i - \alpha_{-1}}{\alpha_1 - \alpha_{-1}} + (X_2 - X_1) \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_1}{\varepsilon_{-1} - \varepsilon_1} + \\
 & (X_7 - X_6 - X_3 + X_2) \frac{r_i - r_{-1}}{r_1 - r_{-1}} \frac{\alpha_i - \alpha_{-1}}{\alpha_1 - \alpha_{-1}} + (X_6 - X_2 - X_5 + X_1) \frac{r_i - r_{-1}}{r_1 - r_{-1}} \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_1}{\varepsilon_{-1} - \varepsilon_1} + \\
 & (X_3 - X_2 - X_4 + X_1) \frac{\alpha_i - \alpha_{-1}}{\alpha_1 - \alpha_{-1}} \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_1}{\varepsilon_{-1} - \varepsilon_1} + \\
 & (X_7 - X_3 - X_6 + X_2 - X_8 + X_4 + X_5 - X_1) \frac{r_i - r_{-1}}{r_1 - r_{-1}} \frac{\alpha_i - \alpha_{-1}}{\alpha_1 - \alpha_{-1}} \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_1}{\varepsilon_{-1} - \varepsilon_1} \quad , \quad (E.4)
 \end{aligned}$$

wobei  $X_1$  bis  $X_8$  die 8 benachbarten Punkte nach Abbildung E.1 bezeichnen. Der Index „1“ bei den Koordinaten  $r$ ,  $\alpha$  und  $\varepsilon$  bezeichnet die regelmäßigen diskreten Radarkoordinaten der dem Interpo-



**Abb. E.1.:** Schematische Darstellung der trilinearen Interpolation am Punkt  $P$ : **1)** Die Ausgangsdaten (schwarze Punkte) werden entlang der schwarz gestrichelten Linien linear auf die hellgrauen Punkte interpoliert, **2)** diese wiederum werden entlang der hellgrau gestrichelten Linien auf die dunkelgrauen Punkte linear interpoliert und **3)** letztere schließlich linear entlang der dunkelgrau gestrichelten Linie auf den Punkt  $P$ .

lationspunkt  $r_i$  benachbarten Radarbins (Pulsvolumenmitten) mit dem entsprechenden nächsthöheren Koordinatenwert und der Index „-1“ diejenigen mit dem nächstniedrigeren Koordinatenwert.

Ist einer der 8 Nachbarn ein Ausfallwert (z.B. eliminiertes Bodenecho), dann kann die Interpolation nicht durchgeführt werden und  $X_i$  muß entweder ebenfalls auf einen Ausfallwert gesetzt oder durch eine andere Schätzung ersetzt werden (z.B. Mittelwert der Nicht-Ausfall-Nachbarn).

Will man speziell Reflektivitätsdaten trilinear interpolieren, sieht man sich mit einer sehr hohen natürlichen Variabilität dieser Größe konfrontiert. In diesem Zusammenhang könnte es physikalisch sinnvoller sein, nicht  $Z_e$  zu interpolieren, sondern beispielsweise  $Z_e^b$  mit  $0 < b < 1$ . Wählt man beispielsweise  $b = 2/3$ , dann können die so transformierten Reflektivitätswerte als Maß für die Niederschlagsrate angesehen werden (weit verbreitete  $Z_e$ - $R$ -Beziehung:  $Z_e \sim R^{1.5} \Rightarrow R \sim Z_e^{2/3}$ ). Die Interpolation erfolgt dann in der Niederschlagsrate, also in einer „direkten“, den physikalischen Prozeß charakterisierenden Größe. Die Interpolationsvorschrift nach Gleichung (E.4) lautet dann

$$Z_{e,i} = (X_i)^{(1/b)} \quad \text{mit } X_i \text{ nach Gleichung (E.4),} \quad (\text{E.5})$$

wobei dort die  $X_1 \dots X_8$  durch die entsprechenden Werte von  $Z_e^b$  ersetzt werden müssen.

Die trilineare Interpolation bietet recht wenig Kontrolle über die lokale Repräsentativität eines interpolierten Wertes. Diese wird vollständig bestimmt von der lokalen Ortsauflösung, die sich aus  $\Delta r$  und  $\theta_3$  des divergierenden Radarstrahls ergibt. Nahe am Radar besitzen die interpolierten Werte eine geringere Ortsrepräsentativität als weiter weg. Um diesem Umstand zu begegnen, werden in der Literatur Verfahren angegeben, die eine gleichmäßigere lokale Glättung gewährleisten sollen. Eines davon ist weit verbreitet (nicht nur in der Radarmeteorologie) und wird im nächsten Abschnitt dargestellt. Es wird außerdem gerne angewendet, wenn die Meßdaten unregelmäßig im Raum verteilt sind, so daß eine lineare Interpolation nach vorhergehender Triangulierung der Meßdaten sehr aufwendig wäre.

## E.2.2. Abstandsgewichtete Interpolation mit räumlichem Einflußgebiet

Ein in der Radarmeteorologie populäres Interpolationsschema besteht in der gewichteten Mittelung aller innerhalb eines definierten Einflußgebietes um den Interpolationspunkt liegenden Radarmeßwerte, wobei die Mittelungsgewichte vom geometrischen Abstand zum Interpolationspunkt abhängig sind. Meist wird eine Kugel, ein Ellipsoid oder ein Zylinder als Einflußgebiet definiert, das durch gewisse Radien bzw. Hauptachsenlängen charakterisiert ist. Alle Meßwerte, die außerhalb des Einflußgebietes liegen, tragen nicht zum interpolierten Wert bei. Die Wahl der Einflußradien legt hierbei die räumliche Glättungswirkung fest.

Da man das Einflußgebiet am besten im kartesischen Koordinatensystem abgrenzt, müssen zunächst die Radardaten in das kartesische System transformiert werden. Ist dies geschehen, muß für jede Radarzelle geprüft werden, ob deren Mittelpunkt im Innern des Einflußgebietes zum betrachteten Interpolationspunkt liegt. Wenn ja, werden die abstandsabhängigen Gewichte berechnet und der interpolierte Wert als gewichtetes Mittel berechnet.

In der vorliegenden Arbeit wird das Einflußgebiet immer als vertikal orientierter Zylinder mit dem Grundflächenradius  $r_{horiz}$  und der halben Höhe  $r_{vert}$  definiert, dessen Mittelpunkt mit dem Interpolationspunkt zusammenfällt. Zur Berechnung der Gewichte kommt die Gewichtsfunktion aus dem Cressman-Schema (Cressman, 1959) zur Anwendung. Das Cressman-Schema ist ein iterativer Algorithmus zur statistischen Interpolation von Meßdaten (Druck, Temperatur, Luftfeuchte) zum Zwecke der Initialisierung eines Wettervorhersagemodells, wobei ein Hintergrundfeld („first guess“, z.B. das Ende des vorhergehenden Modellaufes) durch Meßdaten „in die richtige Richtung gezogen“ wird. Das Schema von Barnes (1964) erfüllt dieselbe Aufgabe, verwendet aber eine andere Gewichtsfunktion. In der Radarmeteorologie werden die Gewichtsfunktionen beider Schemata „zweckentfremdet“ für die Abstandsgewichtung im Einflußgebiet benutzt. Eine detaillierte Analyse der Filtereigenschaften der beiden so verwendeten Gewichtsfunktionen findet sich bei Trapp und Doswell (2000).

Sei  $j$  der Index der  $N_j$  Radarmeßwerte  $X_j$  innerhalb des zylinderförmigen Einflußbereichs und  $\mathbf{r}_j = (x_j, y_j, z_j)$  bezeichne die Orte der zugehörigen Pulsvolumenmitten. Dann ist der interpolierte Wert  $\bar{X}$  am Interpolationspunkt  $(x_0, y_0, z_0)$  gegeben durch

$$\bar{X}_j = \frac{\sum_{j=1}^{N_j} w_j X_j}{\sum_{j=1}^{N_j} w_j} \quad , \quad (E.6)$$

wobei die in dieser Arbeit verwendeten Gewichte  $w_j$  in Verallgemeinerung der Cressman-Funktion definiert sind als

$$w_j = \begin{cases} \left( \frac{r_{horiz}^2 - d_{horiz,j}^2}{r_{horiz}^2 + d_{horiz,j}^2} \right) \left( \frac{r_{vert}^2 - d_{vert,j}^2}{r_{vert}^2 + d_{vert,j}^2} \right) & \text{für } d_{horiz,j} \leq r_{horiz,j} \wedge d_{vert,j} \leq r_{vert,j} \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases} \quad (E.7)$$

$$\text{wobei } d_{horiz,j} = \sqrt{(x_j - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2} \quad \text{und} \quad d_{vert,j} = z_j - z_0 \quad .$$

Die Flächen gleichen Gewichts bilden jeweils Zylinderoberflächen, die symmetrisch um den Interpolationspunkt angeordnet sind.

Auf diese Weise kann für jeden Punkt eines kartesischen Gitters ein interpolierter Wert  $\bar{X}$  bestimmt werden. Bei der Wahl der Einflußradien  $r_{horiz}$  und  $r_{vert}$  sollte beachtet werden, daß diese groß genug sind, um auch in weiter Entfernung vom Radar (großer Abstand der Meßwerte) noch genügend Datenpunkte

zum Mitteln enthalten. Sie sollten allerdings nicht zu groß gewählt werden, um nicht die relevanten räumlichen Strukturen der Meßgröße zu stark zu glätten.

Bei der Anwendung im Hinblick auf die Kreuzkorrelationsmethode zur Bestimmung des horizontalen Verlagerungsgeschwindigkeitsfeldes mittels Reflektivitätsdaten in Abschnitt 7.5 wurden die Einflußradien bei den Lema-Daten zu 1.5 km horizontal und 0.8 km vertikal gewählt, was im Hinblick auf die Glättung des Reflektivitätsfeldes als sinnvoll erschien. Dadurch entstanden allerdings konzentrisch um den Radarstandort angeordnete Ringstrukturen im interpolierten Feld, die durch den Übergang bzw. das Herausfallen von einzelnen Elevationen aus dem zylindrischen Einflußgebiet erklärt werden konnten, wenn man sich auf einem Radarstrahl radial nach außen bewegt. Solche Ringstrukturen sind äußerst störend bei einer Kreuzkorrelationsanalyse, weil diese als ortsfeste Strukturen eine hohe Korrelation bei verschwindender Verlagerung verursachen.

Eine Verbesserung konnte in diesem Fall erreicht werden, indem der vertikale Einflußradius gegebenenfalls lokal so vergrößert wurde, daß mindestens zwei, besser drei übereinanderliegende Elevationen des Volumenscans zu  $\bar{X}$  beitragen. Im relevanten Bereich aller Radardaten dieser Arbeit stellt der Wert  $1.2^\circ$  eine absolute obere Schranke des Abstandes der beteiligten Elevationen dar. Daher wurde vor der Berechnung der Gewichte nach Gleichung (E.7) jeweils der lokale vertikale Einflußradius  $r_{vert,loc}$  wie folgt bestimmt und anstelle von  $r_{vert}$  in Gleichung (E.7) verwendet:

$$r_{vert,loc} = \max[r_{vert}, r_0 \tan(1.2^\circ)] \quad . \quad (E.8)$$

$r_0$  bezeichnet die Schrägentfernung des Interpolationspunktes vom Radarstandort nach dem 4/3-Erde-Modell.

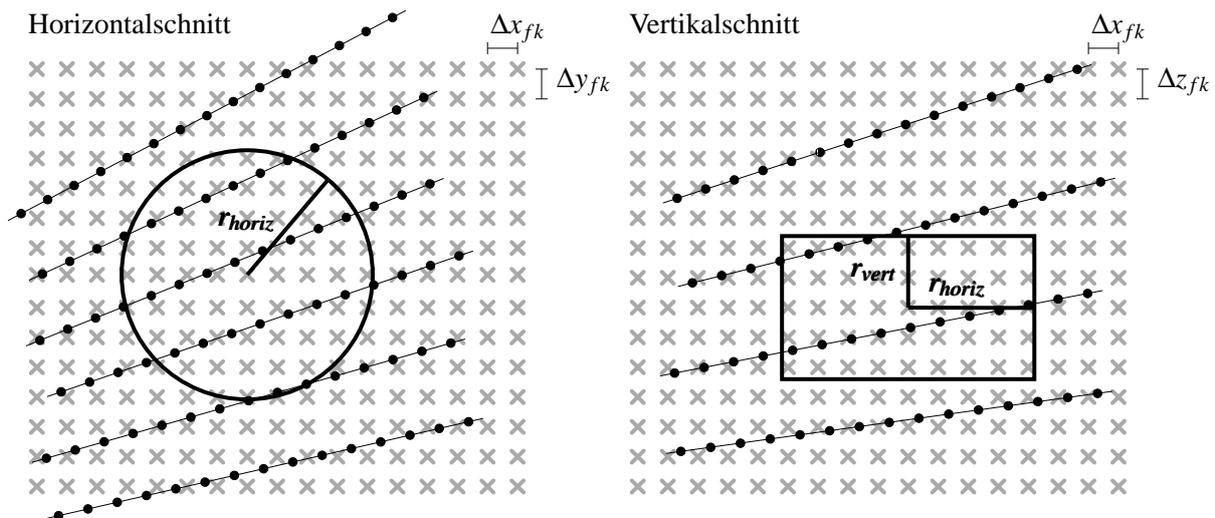
Bei anderen Anwendungen kann es allerdings sinnvoll sein, die Einflußradien mit zunehmender Entfernung zum Radarstandort kleiner zu machen, weil die räumliche Auflösung der Radardaten selbst durch das divergierende Pulsvolumen immer gröber wird. Damit stellt man sicher, daß das interpolierte Feld eine relativ homogene räumliche Repräsentativität besitzt. Dies hängt jedoch von der Anwendung ab. Bei der Anwendung der Kreuzkorrelationsmethode ist letzteres nicht so wichtig, hingegen stören Ringstrukturen sehr.

Es ist allgemein bekannt, daß bei Interpolationsmethoden, die auf einer abstandsgewichteten Mittelung innerhalb eines Einflußgebiets um den Interpolationspunkt herum basieren, Probleme bei einer ungleichmäßigen Datenverteilung im Raum auftreten, indem Zonen mit starker Datendichte (u.U. redundante Messungen an fast demselben Ort) stark gewichtet werden. Bei der Bestimmung der Gewichte geht nämlich nur der geometrische Abstand zum Interpolationspunkt ein, nicht aber die lokale Datendichte, die gerade bei Radardaten sehr inhomogen sein kann. Im nächsten Abschnitt wird eine modifizierte Interpolationsmethode beschrieben, bei der dieses Problem nicht mehr auftritt.

### E.2.3. Modifizierte abstandsgewichtete Interpolation mit räumlichem Einflußgebiet und besserer Kontrolle über die Glättungseigenschaften

Eine bessere Kontrolle über die lokale Datendichte kann man dadurch erreichen, daß man die Radarmessdaten zuerst auf ein fein aufgelöstes räumlich gleichmäßiges Gitter interpoliert (z.B. trilineare Interpolation nach Abschnitt E.2.1), das auch in Radarnähe alle vom Radar selbst aufgelösten Skalen darstellen kann. Hier bietet sich z.B. ein kartesisches Gitter nach der Definition von Abschnitt E.1 an (Gitterpunktabstände  $\Delta x_{fk}$ ,  $\Delta y_{fk}$ ,  $\Delta z_{fk}$ ). Diese trilinear interpolierten regelmäßigen Daten können dann anstelle der Originalmeßwerte als  $X_j$  in Gleichung (E.6) zur Einflußgebietsmittelung herangezogen werden. Eine lokale Vergrößerung des vertikalen Einflußradius wie bei Gleichung (E.8) ist dann nicht mehr nötig.

In Abbildung E.2 ist das Vorgehen schematisch dargestellt. Links erkennt man einen Horizontal-



**Abb. E.2.:** Schematische Darstellung der modifizierten Einflußgebietsinterpolation. Links: Horizontalschnitt durch das zylindrische Einflußgebiet, rechts: Vertikalschnitt. **Schwarze Punkte:** gemessene Radardaten (Puls volumenmitten). **Graue Kreuze:** fein aufgelöstes regelmäßiges Gitter, auf das trilinear interpoliert wird.

schnitt durch das zylindrische Einflußgebiet (Mittelpunkt stimmt mit einem Gitterpunkt des feinen Gitters überein), rechts einen Vertikalschnitt. Die schwarzen Punkte stellen die gemessenen Radardaten (Puls volumenmitten) dar und die grauen Kreuze symbolisieren das feine kartesische Gitter, auf das trilinear interpoliert wird. Man erkennt die im Gegensatz zu den ursprünglichen Radardaten sehr regelmäßige Verteilung der auf das feine Gitter interpolierten Daten innerhalb des Einflußgebietes.

Die abstandsgewichtete Einflußgebietsmittelung dient dann nur noch zur Glättung, um zusätzlich eine gleichmäßige räumliche Repräsentativität der interpolierten Werte zu gewährleisten. In Radarnähe ist nämlich zu erwarten, daß das trilinear interpolierte Feld wesentlich mehr Strukturen zeigt als in weiter Entfernung. Ein Glättungsfilter (Tiefpaß) wie die Einflußgebietsmittelung wird demzufolge in Radarnähe stärker wirken als weiter außen und insgesamt im ganzen Gebiet ein recht einheitlich geglättetes Feld hervorbringen. Im Hinblick auf die Anwendung bei einer Kreuzkorrelationsmethode ist das eine wünschenswerte Eigenschaft.

Für die Glättung können auch andere Filtermethoden als die Einflußgebietsmittelung herangezogen werden, beispielsweise räumliche FIR-Filter (Finite Impulse Response Filter) oder Rangordnungsfiler (z.B. Median-Filter). Eine sinnvolle Wahl hängt wiederum von der Anwendung ab. FIR-Filter (Tiefpaß) lassen sich so konstruieren, daß die Übertragungsfunktion angenähert die gewünschte Abschneidefrequenz zeigt. Diese Abschneidefrequenz sollte, in den Raumbereich übertragen, gleich oder kleiner sein als die Hälfte der schlechtesten Ortsauflösung der originalen Radardaten im Auswertebereich, die durch das divergierende Puls volumen (Strahlgewichtsfunktion) bestimmt wird.

Bei der Bearbeitung von Reflektivitätsdaten kann es, wie in Abschnitt E.2.1 beschrieben, sinnvoll sein, nicht die Reflektivitätswerte selbst auf das feine kartesische Gitter zu interpolieren, sondern beispielsweise  $Z_e^{2/3}$  ( $\sim$  Niederschlagsrate), da diese Größe bei Regen am ehesten den zugrunde liegenden physikalischen Prozeß beschreibt und daher linear eingehen sollte.

Als Endergebnis liefert das Verfahren im Grunde ein dreidimensional geglättetes trilinear interpoliertes Feld. Der Vorteil gegenüber der reinen trilinearen Interpolation liegt in der besseren Kontrolle über die räumliche Repräsentativität, die man sich allerdings mit einer meist deutlichen Glättung der Strukturen in Radarnähe erkaufen muß. Für manche Anwendungen könnte das ein Nachteil sein, nicht aber

in dieser Arbeit. Der Vorteil gegenüber der abstandsgewichteten Cressman-Mittelung der original gemessenen Radardaten besteht in der regelmäßigen räumlichen Verteilung der Mittelungsdaten innerhalb des zylinderförmigen Einflußgebiets.

Das hier beschriebene Verfahren wurde, wie auch das Verfahren von Abschnitt E.2.2, im Zusammenhang mit der Kreuzkorrelationsanalyse zur Bestimmung von Verlagerungsgeschwindigkeitsvektoren auf horizontalen Flächen eingesetzt. Dabei wurde das fein aufgelöste Gitter gleichzeitig als das kartesische Gitter für die Kreuzkorrelationsanalyse verwendet. Die abstandsgewichtete Glättung mit der verallgemeinerten Cressman-Gewichtsfunktion nach Gleichung (E.7) lieferte die dafür nötige Variabilitätsfilterung. Konkret wurden folgende Parameter gewählt:

- Einflußradien:  $r_{horiz} = 1500$  m,  $r_{vert} = 800$  m,
- feines Gitter: horizontal  $\Delta x_{fk} = \Delta y_{fk} = 500$  m, vertikal 11 Schichten innerhalb des Einflußgebietes, d.h.  $\Delta z_{fk} = 2r_{vert}/10$ , beginnend bei einer Höhe von  $z_0 - r_{vert}$  ( $z_0$  ist die Höhe des Interpolationspunktes über dem Aufpunkt des feinen Gitters).

Für andere Anwendungen können andere Parameter sinnvoll sein, das ist im Einzelfall zu entscheiden.



## Anhang F. Advektionsschema bei der Zeitversatzkorrektur

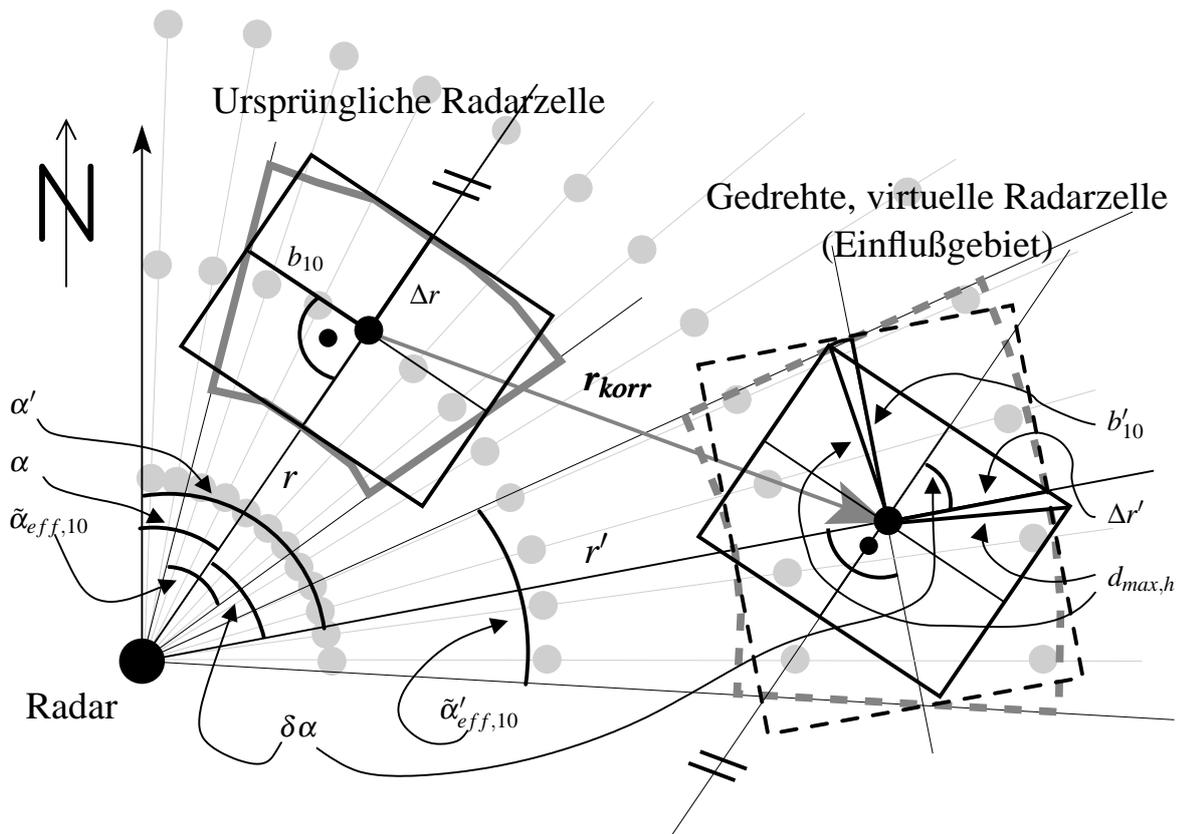
Gewöhnlich dauert die Abtastung des Meßgebietes bei einem Radar volumenscan etwa 5 bis 15 Minuten. Eine dabei häufig angewendete Scanstrategie besteht aus aufeinanderfolgenden PPI-Kegelmantel-Scans (**P**lan **P**osition **I**ndicator, Messung während einer Antennenumdrehung bei konstant gehaltenem Elevationswinkel), entweder von unten nach oben oder umgekehrt. Unterschiedliche Orte werden zu unterschiedlichen Zeiten vermessen, was bei horizontalem Transport und Intensivierung/ Abschwächung von Niederschlagsgebieten zu einer Verzerrung der Radarmessung führt. Diese Verzerrung kann bei manchen Anwendungen sehr störend sein, wie z.B. bei jeder Dual-Radar-Methode zur Ableitung von Dämpfungsparametern. Man ist deshalb an einer Korrektur dieses inhärenten Zeitversatzes interessiert, wie auch in Abschnitt 6.4 ausführlich dargelegt wurde.

Beim Verfahren 4 der Zeitversatzkorrektur (siehe Abschnitt 6.4, Seite 115) ist es nötig, eine Schätzung der Radar volumenscans abzuleiten, wenn das Radar zum Zeitpunkt  $t_0$  den Volumenscan instantan durchgeführt hätte. Dabei liegt  $t_0$  innerhalb des Zeitraums der Volumenmessung (Zeitversatz nicht größer als Gesamtmeßzeit). In diesem Abschnitt wird ein dazu entwickeltes dreidimensionales Advektionsschema für die gemessenen Reflektivitäten des Radars 2 vorgestellt, das auf dem diskreten Polarkoordinatengitter eines Volumenscans arbeitet und bei dem der Advektionszeitschritt vom Ort abhängig ist. Das Verlagerungsgeschwindigkeitsfeld muß dabei extern vorgegeben werden. Besonders berücksichtigt werden die Besonderheiten einer Radar volumenscans. Es handelt sich um ein problemangepaßtes quasi semi-Lagrange'sches stromabwärts arbeitendes Advektionsschema mit ortsabhängigem Zeitschritt.

Das diskrete Polarkoordinatengitter des Volumenscans ist in der Regel in radialer und azimuthaler Richtung äquidistant mit den Maschenweiten  $\Delta r$  und  $\Delta\alpha$ . In Elevationsrichtung ist jedoch für gewöhnlich kein gleichmäßiger Elevationsschritt gegeben. Der Abstand  $\Delta\varepsilon_i$  von der  $i$ -ten zur  $i+1$ -ten Elevation nimmt üblicherweise nach oben hin zu. Ein diskreter Radarmesswert ist repräsentativ für das jeweilige Pulsvolumen, definiert z.B. durch den Ort  $(r_0, \alpha_0, \varepsilon_0)$  der Pulsvolumenmitte, durch die radiale Ausdehnung  $\Delta r$  und die 10-dB-Breiten  $\tilde{\alpha}_{10,eff}$  und  $\tilde{\varepsilon}_{10,eff}$  der effektiven Strahlgewichtsfunktion (siehe Anhang C auf Seite 239). Diese räumliche Repräsentativität soll bei der Zeitversatzkorrektur möglichst erhalten bleiben. Wenn im Folgenden von „dem regelmäßigen Radargitter“ gesprochen wird, ist damit das diskrete Polarkoordinatengitter eines Volumenscans gemeint (vorgegeben durch die Scan-Strategie).

Unter der Voraussetzung, daß die Meßzeitpunkte der einzelnen diskreten Radarmesswerte bekannt sind, können z.B. nach Gleichung (6.15) (Seite 113) die Koordinaten der Radarmesswerte (Pulsvolumenmitten) gemäß dem lokalen Zeitversatz zur Referenzzeit  $t_0$  positionskorrigiert werden. Anschließend müssen die advektionsbereinigten Reflektivitätswerte auf dem ursprünglichen, regelmäßigen Radargitter aus dem positionskorrigierten, unregelmäßigen Datensatz abgeleitet werden, wobei die räumliche Repräsentativität der Daten zu berücksichtigen ist.

Ein Verfahren ähnlich wie Verfahren 3 auf Seite 114, bei dem um einen Punkt des regelmäßigen Radargitters ein Einflußgebiet festgelegt (Zylinder, Ellipsoid o.ä.) und dann abstandsgewichtet gemittelt wird, ist für diesen Zweck eher ungeeignet. Man muß nämlich bei gängigen Radarparametern das Einflußgebiet recht groß wählen, damit vor allem in der Vertikalen genügend positionskorrigierte Meßwerte darin enthalten sind. Dann ist aber die Filter- und Verschmierungswirkung des Verfahrens meist inakzeptabel groß.



**Abb. F.1.:** Schematische Darstellung des Prinzips der advektiven Verschiebung eines Pulsvolumens. Eine detaillierte Erklärung findet sich im Text.

Hier wird ein anderes Vorgehen vorgeschlagen. Die positionskorrigierten Daten werden nicht als Punktwerte aufgefaßt, sondern es werden die gesamten dazugehörigen Pulsvolumina im Raum adveht und aus deren geometrischer Ausdehnung geschätzt, welche Meßwerte das Radar zum Zeitpunkt  $t_0$  in den Pulsvolumina des ursprünglichen Radargitters erhalten hätte. Das Prinzip dieser Abschätzung ist in Abbildung F.1 in einer Draufsicht schematisch dargestellt. Man erkennt den Radarstandort in der linken unteren Ecke und hellgrau hinterlegt die Strahlachsen und Pulsvolumenmitten des regelmäßigen Radargitters. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde auf eine Darstellung der Pulsvolumenausdehnungen beim regelmäßigen Gitter verzichtet. In der linken Hälfte ist ein gemessenes Pulsvolumen in der Entfernung  $r$  und beim Azimut  $\alpha$  dargestellt. Der schwarze Punkt ist die Volumenmitte, die dunkelgraue Berandung stellt die Volumengrenze dar (definiert durch  $\Delta r$ ,  $\tilde{\alpha}_{10,eff}$  und, nicht dargestellt,  $\tilde{\epsilon}_{10,eff}$ ) und die schwarze Berandung bezeichnet eine in diesem Zusammenhang sinnvolle quaderförmige Näherung. Nach Abschnitt C hängt  $\tilde{\alpha}_{10,eff}$  vom Elevationswinkel der Antenne ab. Aus dem lokalen Zeitversatz, der lokalen Verlagerungsgeschwindigkeit und dem 4/3-Erde-Strahlausbreitungsmodell ergibt sich ein advektiver Transportweg  $r_{korr}$ , aus dem sich die Position  $(r', \alpha', \epsilon')$  der Pulsvolumenmitte zur Zeit  $t_0$  bei reiner Advektion ergibt (rechte Bildhälfte). Es gilt nun, eine Abschätzung anzugeben, welche Pulsvolumen des regelmäßigen Gitters damit eine signifikante Überschneidung aufweisen und die dadurch mit dem verschobenen Radarmeßwert in Beziehung zu setzen sind. Handhabbare Abgrenzungskriterien können am einfachsten in den Polarkoordinaten des regelmäßigen Radarsystems formuliert werden. Daher wird eine Näherung des verschobenen Pulsvolumens in Form eines „virtuellen“, gedrehten und etwas vergrößerten Pulsvolumens (dunkelgrau gestrichelt) abgeleitet, das durch die Breiten  $\Delta r'$ ,  $\tilde{\alpha}'_{10,eff}$  und  $\tilde{\epsilon}'_{10,eff}$  (nicht dargestellt) abgegrenzt ist. Die Bezeichnung dieser Breitenparameter erfolgt in An-

lehnung an die Notation bei den ursprünglich vermessenen Pulsvolumina.  $\delta\alpha$  bezeichnet die Azimutänderung  $\alpha' - \alpha$  relativ zum Radarstandort durch den advektiven Transport.  $b_{10}$  und  $b'_{10}$  sind Hilfsängen, die durch

$$b_{10} = r \tan \frac{\tilde{\alpha}'_{10,eff}}{2} \quad (\text{F.1})$$

$$b'_{10} = r' \tan \frac{\tilde{\alpha}'_{10,eff}}{2} \quad (\text{F.2})$$

definiert werden. Es wird nun angenommen, daß alle innerhalb des grau gestrichelten Gebiets liegenden Meßorte eine signifikante Überschneidung mit dem verschobenen Pulsvolumen aufweisen, so daß deren advektionskorrigierter Wert beeinflusst wird.

Nachfolgend wird auf die geometrische Definition des „virtuellen“ Pulsvolumens eingegangen. Eine dafür wichtige Hilfsgröße stellt die Diagonale  $d_{max}$  des rechteckförmigen Horizontalschnitts in Abbildung F.1 dar, die durch

$$d_{max,h} = \sqrt{b_{10}^2 + \Delta r^2} \quad (\text{F.3})$$

gegeben ist. Die Breitenparameter  $\Delta r'$ ,  $\tilde{\alpha}'_{10,eff}$  und  $\tilde{\epsilon}'_{10,eff}$  werden durch die jeweiligen Längen innerhalb der in Abbildung F.1 dargestellten Quaderapproximation des verschobenen Pulsvolumens (schwarz durchgezogen umrandetes Gebiet, rechte Bildhälfte) festgelegt, die vom Mittelpunkt der verschobenen Pulsvolumenmitte ausgehen und parallel bzw. senkrecht zum Radial des Radars orientiert sind. Es ist

$$\Delta r' = \min \left[ \frac{\Delta r}{|\cos(\delta\alpha)|}, d_{max} \right] \quad (\text{F.4})$$

$$\tilde{\alpha}'_{10,eff} = 2 \arctan \frac{b'_{10}}{r'} \quad (\text{F.5})$$

$$\text{mit: } b'_{10} = \min \left[ \frac{b_{10}}{|\cos(\delta\alpha)|} \frac{\cos \epsilon'}{\cos \epsilon}, d_{max} \right] .$$

Die Begrenzung von  $\Delta r'$  und  $b'_{10}$  durch  $d_{max}$  verhindert ein zu großes Anwachsen. Die Verwendung des Betrags bei  $|\cos(\delta\alpha)|$  begründet sich durch die Symmetrieeigenschaften von  $\Delta r'$  und  $b'_{10}$  bezüglich des Quadranten von  $\delta\alpha$ . Der Term  $\cos \epsilon' / \cos \epsilon$  berücksichtigt die Koordinatentransformation vom Strahlensystem ins Radarsystem (siehe Abbildung C.1, Seite 231) nach Gleichung (C.10) in Anhang C auf Seite 233.

Für  $\tilde{\epsilon}'_{10,eff}$  ergibt sich auf analoge Weise

$$\tilde{\epsilon}'_{10,eff} = 2 \arctan \left( \frac{s'_{10}}{r'} \right) \quad (\text{F.6})$$

$$\text{wobei: } s'_{10} = \min \left[ \frac{\tan(\tilde{\epsilon}'_{10,eff}/2)}{|\cos \delta\epsilon|}, d_{max,v} \right] ,$$

$$d_{max,v} = \sqrt{\left( r \tan \frac{\tilde{\epsilon}'_{10,eff}}{2} \right)^2 + \Delta r^2} ,$$

$$\delta\epsilon = \epsilon' - \epsilon .$$

$s'_{10}$  stellt die zu  $b'_{10}$  analoge vertikale Hilfsänge dar.  $\epsilon$  bezeichnet den Elevationswinkel der ursprünglichen Radarmessung und  $\epsilon'$  denjenigen des verschobenen Pulsvolumens. Die Begrenzung von  $s'_{10}$  verhindert auch hier ein zu starkes Anwachsen.

Alle Pulsvolumina des regelmäßigen Radargitters, deren Mitten innerhalb des auf diese Weise definierten virtuellen Pulsvolumens liegen, werden durch den advehierten Meßwert beeinflusst. Die Trennung, ob ein Einfluß besteht oder nicht, findet somit ungefähr durch die 90%-Breite der Strahlgewichtsfunktion statt. Bis jetzt bleibt die räumliche Ausdehnung der Pulsvolumina des regelmäßigen Gitters unberücksichtigt. Sind diese klein gegenüber dem advehierten Volumen und somit viele darin enthalten, dann spielt das keine Rolle. Wichtig wird eine Berücksichtigung, wenn das advehierte Pulsvolumen lokal kleiner ist als diejenigen der umgebenden regelmäßigen Radarzellen. Dann ist die Wahrscheinlichkeit groß, daß überhaupt keine der Pulsvolumenmitten des regelmäßigen Gitters innerhalb liegen und diese somit nicht beeinflusst würden, obwohl sie sich volumenmäßig mit der advehierten Radarzelle überschneiden. In diesem Fall bietet es sich an, das virtuelle Pulsvolumen auf die Größe (90%-Bereich der effektiven Gewichtsfunktion) der benachbarten regelmäßigen Zellen zu setzen. Damit wird eine physikalisch sinnvolle Beeinflussungsumgebung gewährleistet. Ist das advehierte Volumen größer als die lokale Radarauflösung, dann bestimmt dieses den Einflußbereich. Sind die Verhältnisse umgekehrt, dann beeinflusst der verschobene Meßwert alle umgebenden regelmäßigen Radarzellen, in deren Pulsvolumina er hineinreicht.

Die Definitionsgleichungen (F.4) bis (F.6) können für diesen Zweck erweitert werden durch

$$\Delta r^* = \max [\Delta r', \Delta r] \quad (\text{F.7})$$

$$\tilde{\alpha}_{10,eff}^* = \max [\tilde{\alpha}'_{10,eff}, \tilde{\alpha}_{10,eff}] \quad (\text{F.8})$$

$$\tilde{\epsilon}_{10,eff}^* = \max [\tilde{\epsilon}'_{10,eff}, \tilde{\epsilon}_{10,eff}] \quad (\text{F.9})$$

Diese Parameter werden schließlich für die endgültige Abgrenzung des virtuellen Einflußgebiets eines advehierten Radarmeßwertes verwendet.

Nachdem festgelegt wurde, welche regelmäßigen Radarzellen von einem einzelnen advehierten Meßvolumen beeinflusst werden, sollen nun die Verhältnisse nach der advektiven Verschiebung aller ursprünglichen Radarmeßwerte des Volumenscans beschrieben werden. Da das extern vorzuziehende Verlagerungsgeschwindigkeitsfeld i.A. räumlich variiert und zudem ein einzelnes Pulsvolumen (90%-Gewichtsbereich) in der Regel azimuthal breiter ist als der Winkelabstand benachbarter aufgezeichneter Radarstrahlen, wird ein Meßvolumen auf dem regelmäßigen Gitter in der Regel von mehreren advehierten Pulsvolumina beeinflusst, weil diese sich überlappen. In einem solchen Falle wird der advektionskorrigierte Meßwert durch ein gewichtetes Mittel der beeinflussenden herantransportierten Pulsvolumina gebildet, wobei der radiale, azimuthale und elevationsmäßige Abstand getrennt in eine lineare Gewichtung eingehen. Das Gewicht nimmt hierbei mit wachsender Koordinatendifferenz ab. Die Wahl dieser drei Koordinaten für die Bestimmung des Gewichts ist sinnvoll, weil die eine Radarmessung bestimmende effektive Strahlgewichtsfunktion in diesem System formuliert werden kann.

Seien  $Z_{ijk}$  die gemessenen Reflektivitätswerte eines Volumendatensatzes mit räumlich regelmäßiger Scanstrategie in Polarkoordinaten, mit Pulsvolumenmitten am Ort  $(r_{0i}, \alpha_{0j}, \epsilon_{0k})$ , deren advektionskorrigierte Koordinaten durch  $(r'_{0ijk}, \alpha'_{0ijk}, \epsilon_{0ijk})$  gegeben sind mit darum zentrierten virtuellen Pulsvolumina der Breiten  $\Delta r_{ijk}^*$ ,  $\tilde{\alpha}_{10,eff,ijk}^*$  und  $\tilde{\epsilon}_{10,eff,ijk}^*$ . Dann berechnet sich ein zeitversatzkorrigierter Reflektivitätswert  $Z_{lmp}^{(korr)}$  auf dem regelmäßigen Radargitter am Ort  $r_{0l}$ ,  $\alpha_{0m}$  und  $\epsilon_{0p}$  nach

$$Z_{lmp}^{(korr)} = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_\alpha} \sum_{k=1}^{N_\epsilon} w_{ijklmp} Z_{ijk}}{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_\alpha} \sum_{k=1}^{N_\epsilon} w_{ijklmp}}, \quad (\text{F.10})$$

wobei  $N_r$ ,  $N_\alpha$  und  $N_\epsilon$  die Anzahl der Rangebins, Azimute und Elevationen des Datensatzes darstellen.

Die Gewichte  $w_{ijklmp}$  werden als

$$w_{ijklmp} = \begin{cases} \left(1 - \frac{|r'_{0ijk} - r_{0l}|}{\Delta r_{ijk}^*}\right) \left(1 - \frac{|\alpha'_{0ijk} - \alpha_{0m}|}{\tilde{\alpha}_{10,eff,ijk}^*}\right) \left(1 - \frac{|\varepsilon'_{0ijk} - \varepsilon_{0p}|}{\tilde{\varepsilon}_{10,eff,ijk}^*}\right) & \text{wenn } \begin{cases} |r'_{0ijk} - r_{0l}| \leq \Delta r_{ijk}^* \wedge \\ |\alpha'_{0ijk} - \alpha_{0m}| \leq \tilde{\alpha}_{10,eff,ijk}^* \wedge \\ |\varepsilon'_{0ijk} - \varepsilon_{0p}| \leq \tilde{\varepsilon}_{10,eff,ijk}^* \end{cases} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{F.11})$$

angesetzt.

Hier wurde eine lineare, mit zunehmendem Koordinatenabstand abnehmende Gewichtung anstelle der Strahlgewichtsfunktion  $\bar{f}^4$  gewählt, weil die virtuellen Pulsvolumina eventuell gegenüber den regelmäßigen Radarzellen gedreht und verzerrt sind und somit die „advehierte“ Strahlgewichtsfunktion jeweils nur schwer sinnvoll anzugeben sein dürfte. Stimmen die Mittelpunkte des verschobenen und eines regelmäßigen Pulsvolumens überein, ist  $w_{ijklmp} = 1$ . Bei zunehmendem Abstand zum Rande des virtuellen Pulsvolumens hin nimmt das Gewicht auf 0 ab.

Die Gewichtung  $w_{ijklmp}$  bestimmt sich nur nach rein geometrischen Gesichtspunkten. Als Erweiterung wäre auch eine Einbeziehung des lokalen Zeitversatzes bzw. Advektionsweges  $r_{korr} = |\mathbf{r}_{korr}|$  denkbar (Gewicht umso größer, je näher und je kleiner  $r_{korr}$ ). Darauf wurde in dieser Arbeit aber verzichtet.

Ein Algorithmus zur Umsetzung von Gleichung (F.10) mit den Gewichten nach (F.11) kann so implementiert werden, daß die Berechnung für einen Volumendatensatz viel weniger aufwendig ist als eine herkömmliche Einflußradiusmittelung. Dies erreicht man durch geschicktes Umstellen der Summierungsreihenfolge in Gleichung (F.10), indem der Reihe nach die verschobenen  $Z_{ijk}$  abgearbeitet werden und jeweils für jeden Ort mit dem Index  $lmp$ , der sich innerhalb des virtuellen Pulsvolumens befindet ( $w_{ijklmp} \neq 0$ ), Zähler und Nenner von Gleichung (F.10) in getrennten Speicherfeldern aufsummiert werden. In einem einzigen Schleifendurchlauf kann daraufhin  $Z_{lmp}^{(korr)}$  an jedem Ort mit dem Index  $lmp$  bestimmt werden.

Es ist klar, daß ein durch die Gleichungen (F.7) bis (F.9) definiertes virtuelles Pulsvolumen nur eine grobe Näherung darstellt. Nichtsdestoweniger dürfte die hier getroffene Wahl wesentlich besser sein als eine Einflußgebietsmittelung mit einem im ganzen Radargebiet gleichen, aber sehr großen und deshalb stark glättenden Einflußvolumen. Denn die wesentlichen Effekte durch die ortsabhängige Auflösung bei einem Volumendatensatz werden annähernd richtig erfaßt. Für den Erfolg eines solchen Zeitkorrekturverfahrens ist es aber unerlässlich, daß die Scanstrategie des Radars das Meßgebiet möglichst lückenlos abtastet, auch in der Vertikalen.

Ausführliche Analysen des Schemas (Glättungseigenschaften, Verschmierung von Strukturen während des Transports — numerische Diffusion) konnten aus Zeitgründen nicht mehr durchgeführt werden, wären aber absolut notwendig.



## Anhang G. Eigenschaften der Radargeräte Lema und S-Pol

### G.1. Die wichtigsten Betriebsparameter

Parameter Lema	Wert
Radartyp	C-Band Doppler, Typ Meteor 360 AC, Hersteller: Gematronic GmbH, Neuss
Standort	geographische Länge: 8.8343° geographische Breite: 46.0418° Höhe über NN: 1625 m (Monte Lema)
Frequenz $f_0$	5.44 GHz
Wellenlänge $\lambda_0$	5.5 cm
3-dB-Keulbreite (Einweg) $\theta_3$	1.0°
Pulsleistung	250 kW
Pulsdauer $\tau$	0.5 $\mu$ s
Pulslänge $c\tau$	150 m
Entfernungsaufösung $c\tau/2$	75 m
Radialer Abstand der aufgezeichneten Radarzellen $\Delta_r$	83 m
Empfängerbandbreite $B_G$	2 MHz
Antennengewinn $G$	44.7 dB
Scanstrategie	20 Elevationen (PPI-Scans) in 5 Minuten
Antennendrehgeschwindigkeit $\Omega_\alpha$ (horizontal)	3, 4 oder 6 RPM, abhängig von der Elevation
Pulswiederholfrequenz $f_{PRF}$	600, 800 oder 1200 Hz, abhängig von der Elevation
Mikrowellenquelle	Magnetron
Seitenkeulen	max. -30 dB
Dämpfung durch trockenes, fabrikneues Radom	< 0.35 dB (Einweg)
Anzahl der gemittelten Samples pro ausgegebenem Meßwert (1 km $\times$ 1°)	12 $\times$ 32
Kalibrierung	vollautomatisch, alle 2.5 min mit Rauschquelle, alle 24 h mit Signalgenerator
Clutterunterdrückung	6 komplementäre Tests, inklusive einer dynamischen Clutterkarte (siehe Joss et al., 1998)
In dieser Arbeit verwendete Produkte	Reflektivität $Z_e$ mit 4 Bit Auflösung (Werte 0 ... 15), Produkt <b>POLAR-Z</b> . Radialgeschw. $v_r$ mit 8 Bit Auflösung (Werte 0 ... 255), Produkt <b>POLAR-U</b> .
Reflektivitätsklassen	siehe Tabelle G.2
Radialgeschwindigkeitsklassen	0 Ausfallwert, Clutter 1 ... 255 linear zw. $-v_{nyquist}$ und $+v_{nyquist}$ ( $v_{nyquist}$ siehe Tabelle G.4)

**Tab. G.1.:** Die wichtigsten Betriebsparameter des Radars Monte Lema nach Joss et al. (1998).

Klasse	Reflektivität [dBZ]
0	< 13 oder Clutter
1	13 – 16
2	16 – 19
...	...
14	52 – 55
15	> 55

**Tab. G.2.:** Die aufgezeichneten Reflektivitätsklassen des Radars Monte Lema.

Parameter S-Pol MAP	Wert
Radartyp	S-Band Dual Polarisation Doppler, transportabel, entwickelt am NCAR, Boulder, Colorado
Standort	geographische Länge: 8.7088° geographische Breite: 45.7091° Höhe über NN: 305 m
Frequenz $f_0$	2.786 GHz
Wellenlänge $\lambda_0$	10.73 cm
Antennendurchmesser	8.5 m
3-dB-Keulenbreite (Einweg) $\theta_3$	0.91°
Mikrowellenquelle	Klystron
Pulsleistung	1000 kW
Pulsdauer $\tau$	1.0 $\mu$ s
Pulslänge $c\tau$	300 m
Entfernungsaufösung $c\tau/2$	150 m
Radialer Abstand der aufgezeichneten Radarzellen $\Delta_r$	150 m
Antennengewinn $G$	45.58 dB
Scanstrategie	abwechselnd versch. Strategien
Antennendrehgeschwindigkeit $\Omega_\alpha$ (horizontal)	1.225 RPM
Seitenkeulen	max. -27 dB
Aufgezeichnete Größen	Horizontal polarisierte Reflektivität (DZ) Differenzielle Reflektivität (ZDR) Radialgeschwindigkeit (VE) Breite des Dopplerspektrums (SW) Weitere diverse Polarisationsparameter
Pulswiederholfrequenz $f_{PRF}$	850 Hz, abwechselnd horiz./ vert. polarisiert (d.h. 425 Hz für DZ) Polarisationsumschaltung durch mechanischen oder Ferrit-Schalter
Radom	nicht vorhanden
Clutterfilter	Doppler-Filter
Anzahl der gemittelten Pulse pro ausgegebenem Meßwert (150 m $\times$ 0.86°)	50 horiz., 50 vert. (insgesamt 100)
In dieser Arbeit verwendete Produkte	DZ und VE
Nyquist-Geschwindigkeit $v_{nyquist}$	22.87 m s <sup>-1</sup>

**Tab. G.3.:** Die wichtigsten Betriebsparameter von Radar S-Pol während der MAP-SOP nach verschiedenen Quellen: die Header der Datendateien, Binder et al. (1999) und Keeler et al. (2000). Manche Parameter sind dynamisch anpassbar und können bei anderen Meßkampagnen anders eingestellt sein.

## G.2. Scanstrategien während der MAP-SOP

Das Radar Lema befindet sich im operationellen Betrieb des Schweizer Wetterdienstes und zeichnet alle 5 Minuten einen vollen Volumenscan auf. Dabei ist das Zusammenspiel von unterschiedlichen Pulswiederholungsfrequenzen und Antennendrehgeschwindigkeiten auf eine möglichst schnelle Volumenabtastung der Reflektivität bei gleichzeitiger großer maximaler Entfernung optimiert. Die Scan-Strategie nebst einigen anderen wichtigen Parametern kann der Tabelle G.4 entnommen werden. In Abbildung G.2 findet sich ein Vertikalschnitt der Elevationsstaffelung bei einem Volumenscan.

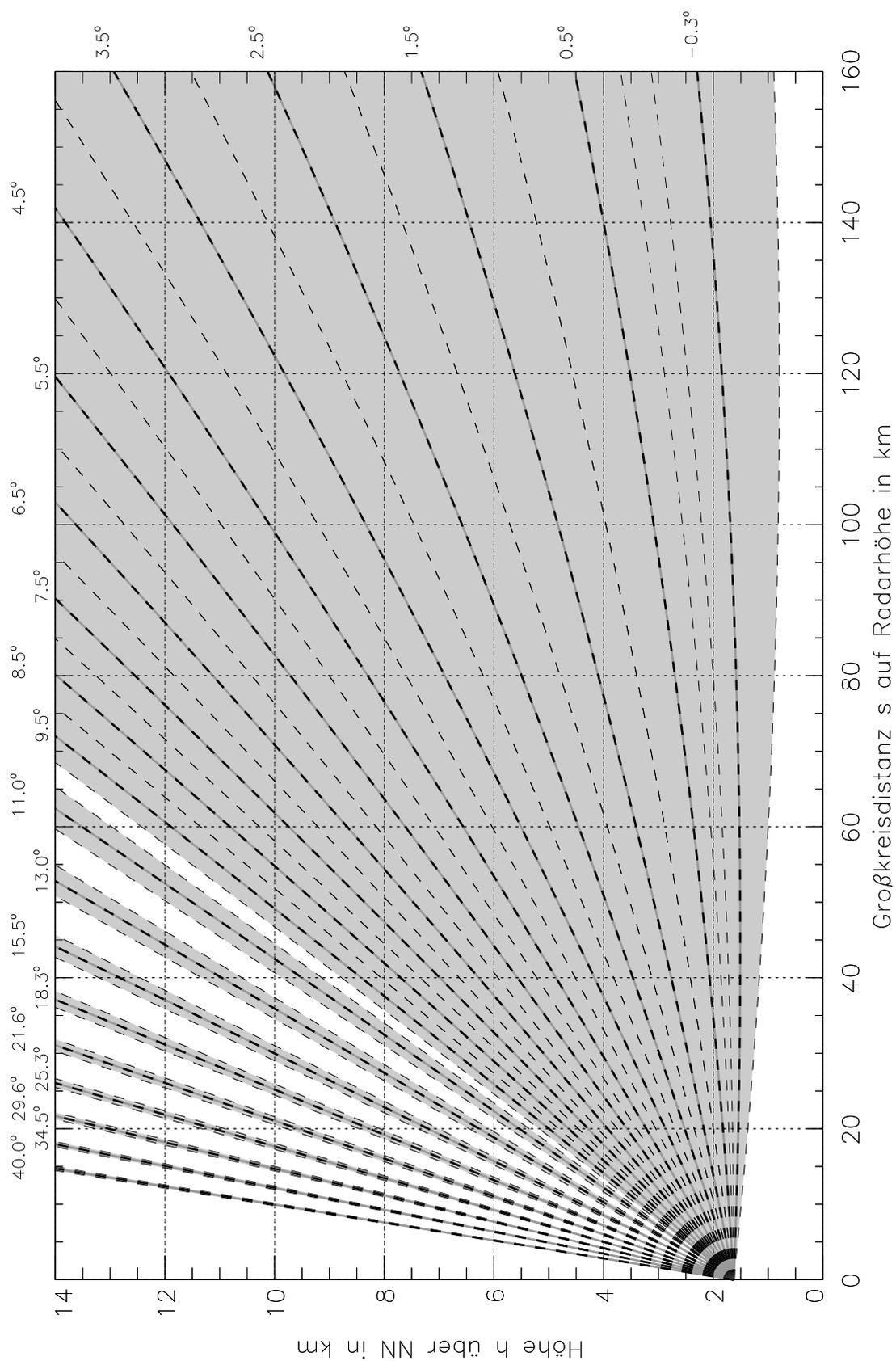
Das Radar S-Pol hat während MAP abwechselnd verschiedene Scanstrategien angewendet. Die dabei jeweils vorliegenden Elevationsabstände sind nachfolgend in den Abbildungen G.2 bis G.5 in Vertikalschnitten graphisch dargestellt. Auf einen Übersichtsscan (Rundum-Volumenscan der Scan-Strategie C nach Abbildung G.4 oder D nach Abbildung G.5) zur jeden vollen Stunde (Meßzeit 10 min) folgten abwechselnd 5-minütige 120°-PPI-Sektor Scans in der Niederschlagsverteilung angepaßten Azimutsektoren (Scan-Strategie A nach Abbildung G.2 oder B nach Abbildung G.3) und 5-minütige RHI-Scans (aneinandergereihte Vertikalschnitte über einen Azimutsektor von typischerweise 120°) bis zur nächsten

$i_\epsilon$	$\epsilon$	$r_{max}$	$\Omega_\alpha$	Dauer	$\Delta t_{step}$	$f_{PRF}$	$v_{nyquist}$
	[°]	[km]	[RPM]	[s]	[s]	[Hz]	[m s <sup>-1</sup> ]
0	-0.3	230	3	20	1.4	600	8.27
1	1.5	230	3	20	1.4	600	8.27
2	3.5	162	4	15	1.4	800	11.03
3	5.5	112	4	15	1.4	800	11.03
4	7.5	85	6	10	1.4	1200	16.54
5	9.5	68	6	10	1.7	1200	16.54
6	13.0	51	6	10	2.0	1200	16.54
7	18.3	37	6	10	2.2	1200	16.54
8	25.3	27	6	10	2.4	1200	16.54
9	34.5	20	6	10	4.2	1200	16.54
10	0.5	230	3	20	1.4	600	8.27
11	2.5	205	3	20	1.4	600	8.27
12	4.5	133	4	15	1.4	800	11.03
13	6.5	97	4	15	1.4	800	11.03
14	8.5	76	6	10	1.5	1200	16.54
15	11.0	59	6	10	1.9	1200	16.54
16	15.5	43	6	10	2.1	1200	16.54
17	21.6	31	6	10	2.3	1200	16.54
18	29.6	23	6	10	2.6	1200	16.54
19	40.0	18	6	10	4.5	1200	16.54

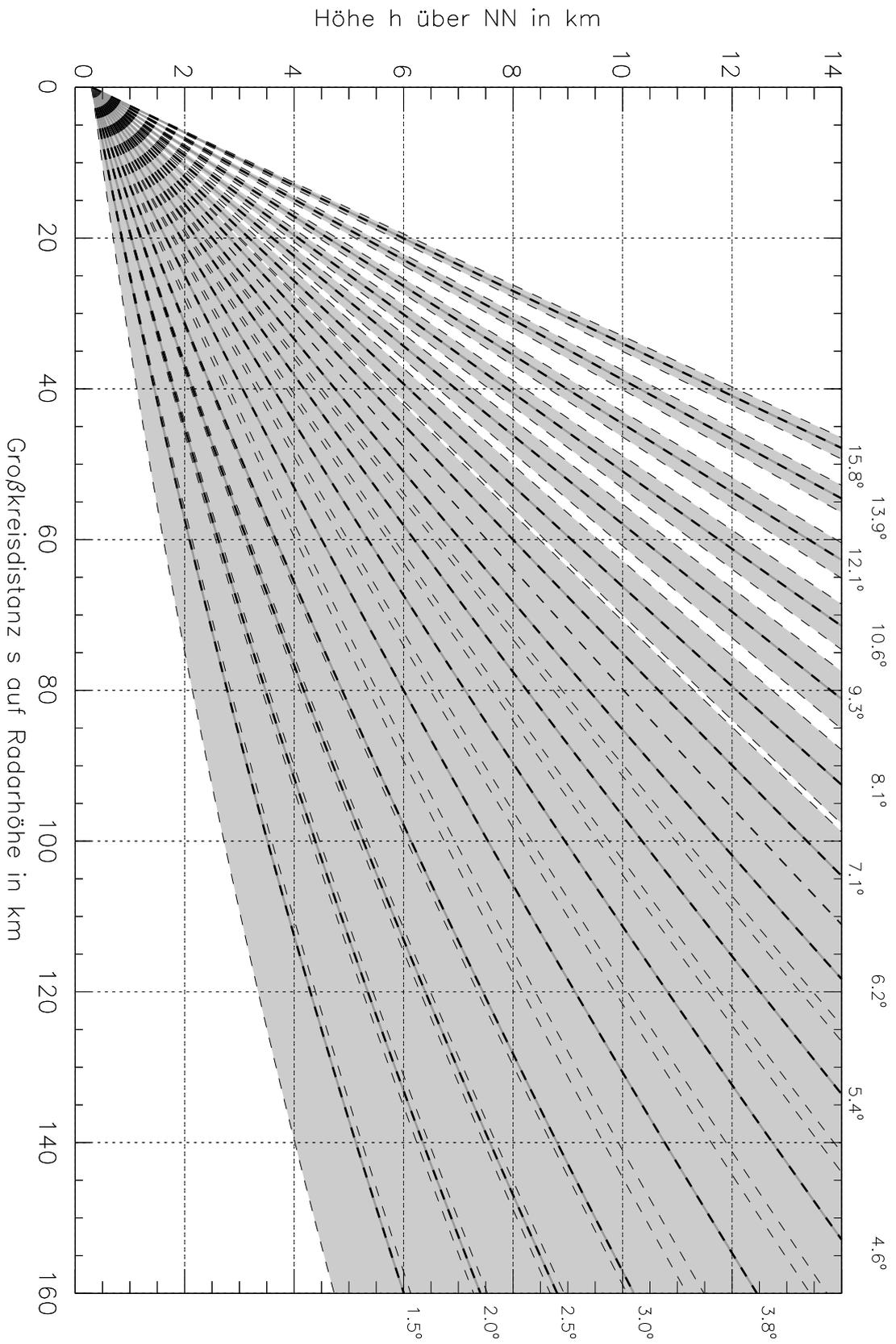
**Tab. G.4.:** Scanstrategie des Radar Lema. PPI-Scans in der Reihenfolge ihrer Aufzeichnung (Index  $i_\epsilon$ ).  $\epsilon$ : Elevation;  $r_{max}$ : maximal aufgezeichnete Entfernung;  $\Delta t_{step}$ : Zeit für den Wechsel in die nächste Elevation;  $v_{nyquist}$ : Eindeutigkeitsbereich der Radialgeschwindigkeit. Nach Joss et al. (1998).

vollen Stunde. Das Schema der Abfolge wurde dabei oft an die Niederschlagsituation angepaßt und modifiziert, was im Sinne eines Forschungsradars sinnvoll ist, jedoch die Auswertung etwas mühevoll macht. Für die Dual-Radar-Methode wurden in dieser Arbeit nur Übersichtsscans und  $120^\circ$ -PPI-Sektor-Scans verwendet. Diese Daten wurden immer mit derselben Pulswiederholfrequenz  $f_{PRF}$  und derselben Antennendrehgeschwindigkeit  $\Omega_\alpha$  aufgezeichnet. Die Elevationsstaffelung kann der Beschriftung bei den entsprechenden Abbildungen entnommen werden.

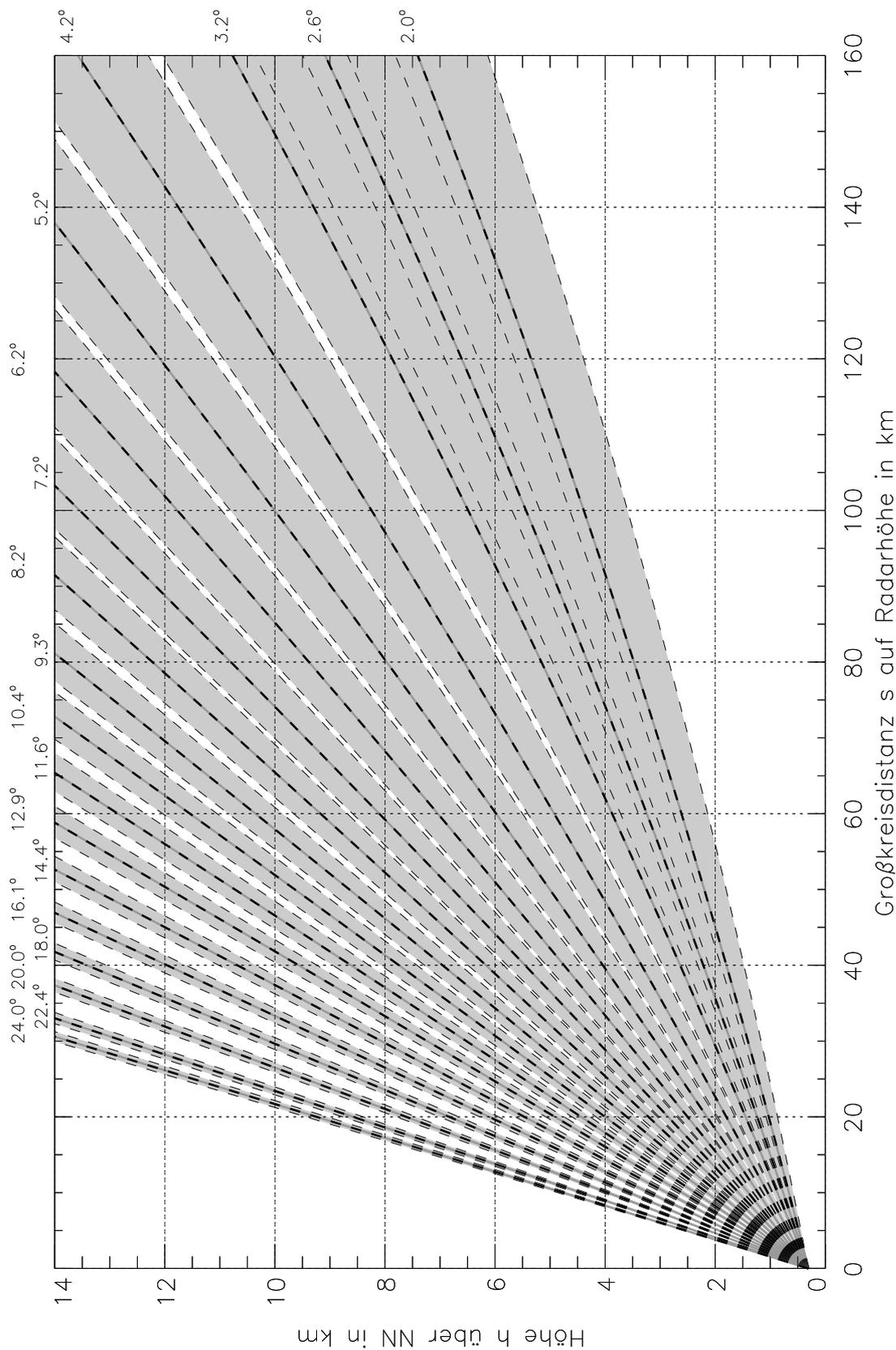
Die RHI-Scans sind für die vorliegende Arbeit schlechter geeignet, weil meist der lokale Zeitversatz zu den korrespondierenden Lema-Volumenscans ungünstiger verteilt ist als bei den horizontal orientierten Scan-Strategien, so daß die Zeitversatzkorrektur hier weniger erfolgreich sein konnte.



**Abb. G.1.: Scanstrategie des Radars Lema.** Die dunkelgrau-schwarz gestrichelten Linien stellen die Höhe der Strahlachsen über NN als Funktion der Bogenlänge  $s'$  auf Radarhöhe dar. Die  $\theta_3$ -Strahlengrenzen sind als schwarz gestrichelte dünne Linien dargestellt, wobei die Fläche zwischen Unter- und Obergrenze hellgrau hinterlegt wurde.



**Abb. G.2.: Scanstrategie A des Radars S-Pol.** Darstellung wie in Abbildung G.1. Diese Scanstrategie wurde während MAP bei 120°-Sektor-Scans angewendet.



**Abb. G.3.: Scanstrategie B des Radars S-Pol.** Darstellung wie in Abbildung G.1. Diese Scanstrategie wurde während MAP ebenfalls bei 120°-Sektor-Scans angewendet, aber seltener als die Strategie in Abbildung G.2.

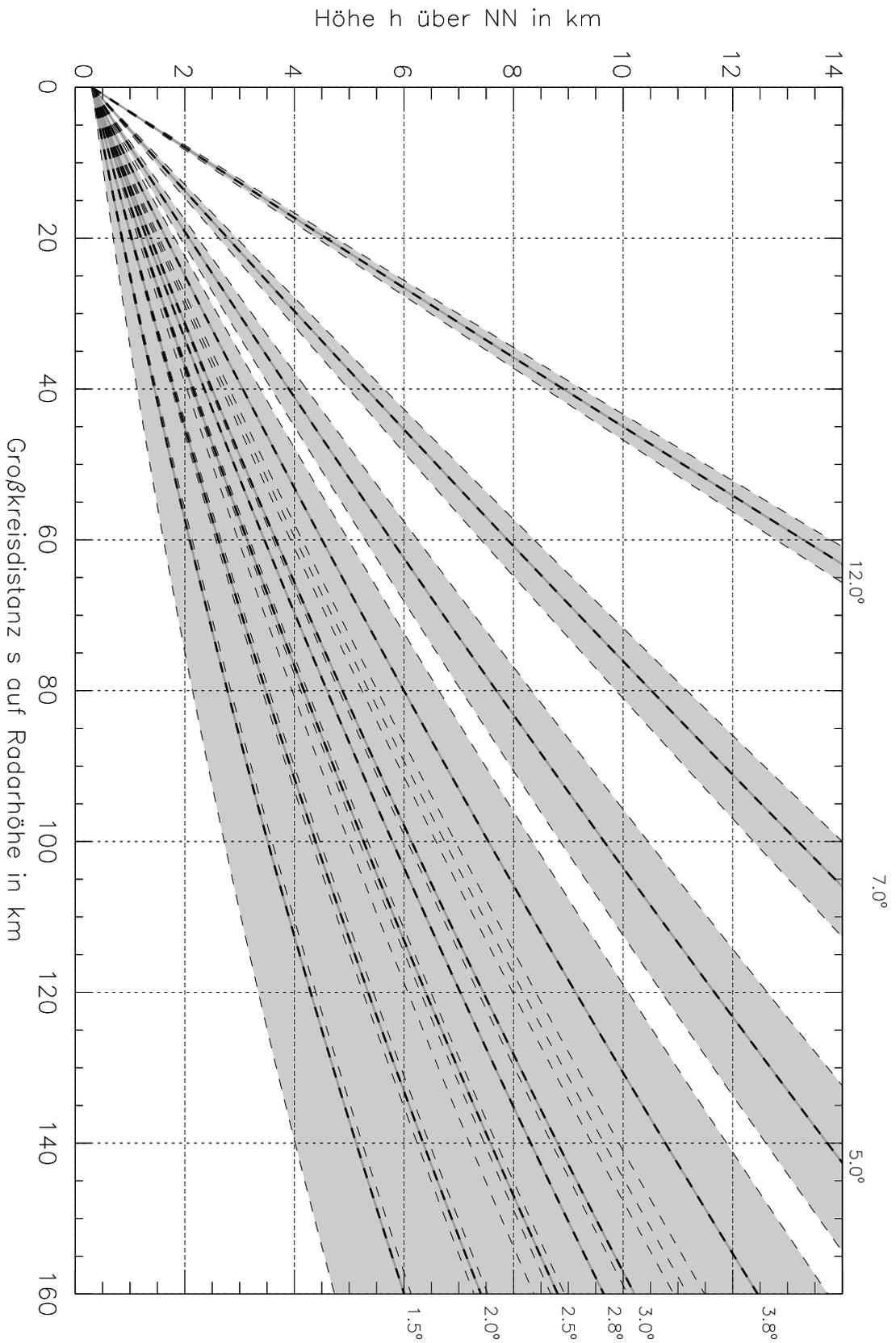
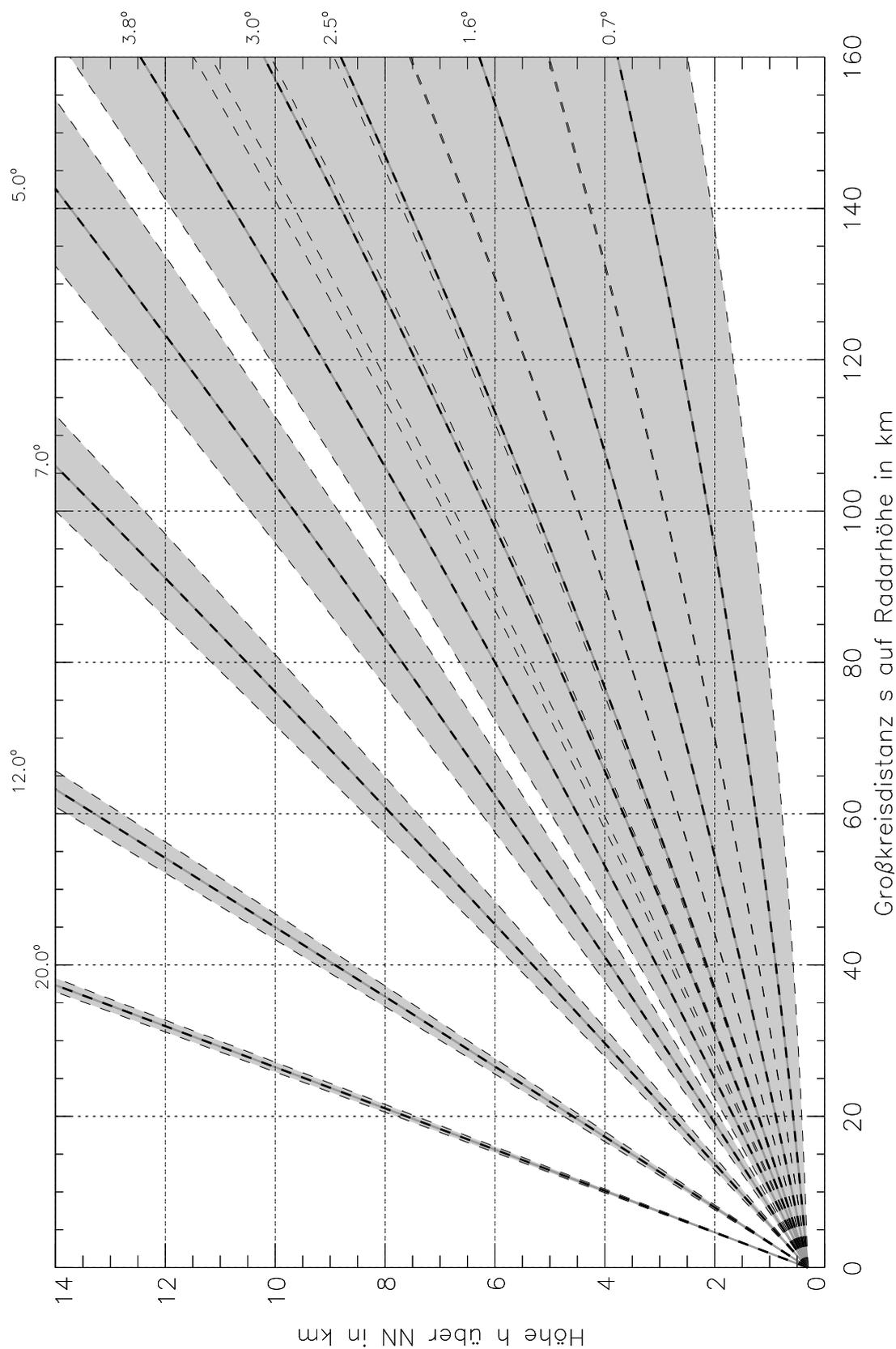


Abb. G.4.: Scanstrategie C des Radars S-Pol. Darstellung wie in Abbildung G.1. Diese Scanstrategie wurde während MAP bei 360°-Volumenscans angewendet.



**Abb. G.5.: Scanstrategie D des Radars S-Pol.** Darstellung wie in Abbildung G.1. Diese Scanstrategie wurde während MAP ebenfalls bei 360°-Volumenscans angewendet, aber seltener als die Strategie in Abbildung G.4.



## Anhang H. Bestimmung von abschattungsbeeinflussten Bereichen innerhalb eines Volumendatensatzes

Effekte durch Bodenechos und Strahl(teil)abschattung an Hindernissen (z.B. Berge) wirken bei einer Radarmessung störend. Bei der in dieser Arbeit angewendeten Dual-Radar-Methode zur Bestimmung von Dämpfungsparametern sind sie sogar nicht nur störend, sondern absolut inakzeptabel. Zwar fällt der Einfluß der Strahlteilabschattung im Bereich nach dem Hindernis als konstanter Faktor aus der differentiellen Formel für den Dämpfungskoeffizienten  $k_2$  heraus, führt aber bei der Untersuchung der strahlintegrierten Dämpfung  $PIA$  zu einer systematischen Unterschätzung. Alle Zonen des Überlappungsbereiches der beiden Radargeräte, die davon betroffen sind, dürfen nicht für eine Auswertung herangezogen werden. Dies schließt Gebiete mit direkten Bodenechos ein genauso wie Zonen im „Radar(teil)schatten“ eines Hindernisses, weil dort die Reflektivitätswerte gestört und die Messungen der beiden Radargeräte am selben Ort nicht mehr vergleichbar sind. Eine Korrektur dieses Effekts wie z.B. bei Hannesen (1998) für das IMK-Radar dürfte wegen der sehr variablen Orographie im Überlappungsgebiet von Radar Lema und Radar S-Pol bei wechselnden Strahlausbreitungsbedingungen für die vorliegende Arbeit nicht genau genug sein.

Die Aufgabe besteht nun darin, für jeden einzelnen Strahl der Scanstrategien beider Radargeräte festzustellen, ob und gegebenenfalls nach welcher Schrägentfernung  $r$  eine Beeinflussung durch Strahlabschattung zu erwarten ist. Dazu werden in dieser Arbeit Daten des frei zugänglichen digitalen Elevationsmodells (DEM) GTOPO30 des U.S. Geological Survey (USGS) verwendet (U.S. Geological Survey, 2003), die im geographischen Koordinatensystem mit einer Auflösung von 30 Bogensekunden (geographische Länge und Breite) vorliegen. Am Äquator entspricht dies in etwa einer Fläche von  $1 \times 1 \text{ km}^2$ . Zu den Polen hin nimmt die Ausdehnung entlang der Breitenkreise ab. Der jeder Gitterzelle zugehörige Höhenwert ist als ein Mittelwert über die Fläche der Zelle zu verstehen.

Für die hier vorliegende Aufgabe ist diese Auflösung eigentlich zu grob, denn das Überlappungsgebiet der Meßbereiche von Radar Lema und Radar S-Pol liegt teilweise in den Südalpen mit Erhebungen von bis über 4000 m (Monte Rosa, 4634 m NN). In solchen Regionen kann die mittlere Höhe einer Gitterzelle bis zu mehreren 100 Metern niedriger sein als die höchste darin befindliche Erhebung. Dies hängt von der lokalen Variabilität der Orographie ab. Beispielsweise wird der Mont Blanc (4805 m NN) mit 4536 m NN um fast 300 m erniedrigt wiedergegeben. Eine Bestimmung von lokalen Höhenwerten durch bilineare Interpolation aus dem GTOPO30-Datensatz erscheint aufgrund dieses Glättungseffekts nicht angebracht.

Das in dieser Arbeit angewendete Verfahren zur Bestimmung der durch Abschattung beeinflussten Radarmesswerte berücksichtigt den räumlichen Mittelwertcharakter der Höhenwerte, indem zu jedem Höhenwert ein gewisser Zuschlag addiert wird, der aus dem Mittelwert eine Schätzung für das lokale Orographie-Maximum machen soll. Dieser Zuschlag sollte im Sinne einer konservativen Abschätzung gewählt werden (eher zu groß als zu klein), damit abschattungseinflußte Radarwerte auch bei wechselnden Strahlausbreitungsbedingungen auf jeden Fall erfaßt werden. Für die hier vorliegende Radarkonfiguration erscheint ein Zuschlag von 100 m angebracht, der als konstanter Wert für alle Höhenwerte verwendet wird. Darüberhinaus vergrößert eine räumlich sechsfache Überabtastung<sup>1</sup> (englisch: over-

<sup>1</sup>Zur Verbesserung der Auflösung der Höhendaten werden in jeder Gitterbox des DEM  $6 \times 6$  räumlich äquidistante Zwischenwerte eingeführt, die mit dem für die Gitterbox repräsentativen Höhenwert belegt werden. Diese Zwischenpunkte bilden dann ein Hilfsgitter mit künstlich erhöhter räumlicher Auflösung.

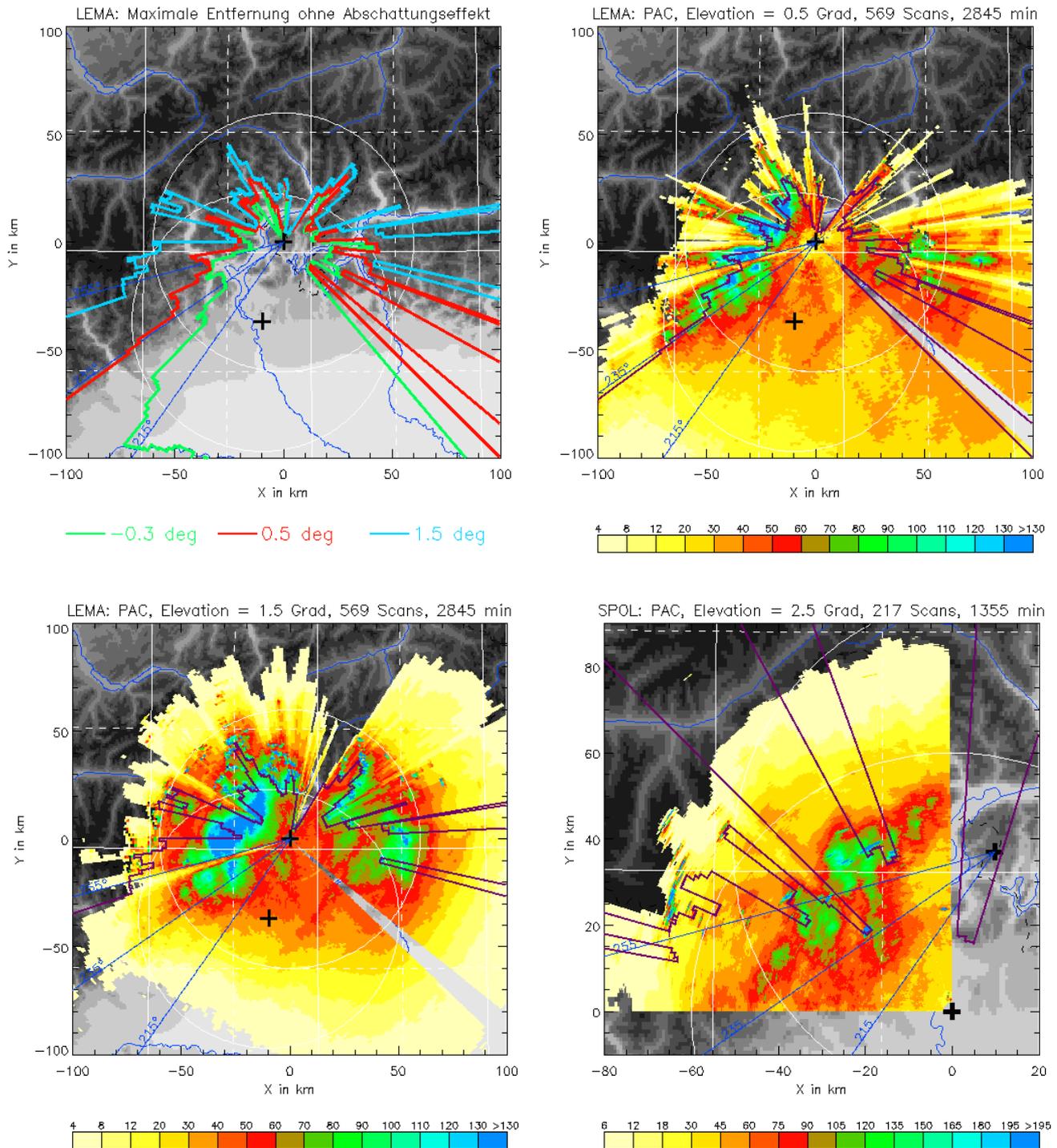


linken Abbildungsteil. Befindet sich mindestens ein Punkt der überabgetasteten Orographie innerhalb dieses Volumens, wird der jeweilige Radarmesswert als orographiebeeinflusst angesehen. Im Beispiel der Abbildung H.1 würde also der Messwert als abschattungsbeeinflusst eingestuft, obwohl keiner der überabgetasteten Geländepunkte direkt in die 10-dB-Hauptkeule hineinragt. Zusammen mit dem oben erwähnten Höhenzuschlag ergibt sich ein Verfahren, bei dem eher zu viele als zu wenige Messwerte als abschattungsbeeinflusst erkannt werden, ganz im Sinne einer konservativen Abschätzung.

Das Ergebnis der Abschattungsprüfung für die untersten drei Elevationen des Radars Lema findet sich in Abbildung H.2 links oben. Der Radarstandort des Lema ist durch das Kreuz im Nullpunkt markiert. Das andere Kreuz bezeichnet das Radar S-Pol. Der Bereich vom Radar Lema radial nach außen bis zum Erreichen der jeweiligen farbigen Linie ist dabei nicht abschattungsbeeinflusst. Zum Vergleich wurde die Orographie nach dem GTOPO30-Datensatz grau schattiert hinterlegt, wobei dunkle Bereiche höher liegen als helle. Man erkennt, daß die ungestörte Sichtbarkeit des nördlich vom Radar gelegenen Bereichs in den dargestellten drei Elevationen stark eingeschränkt ist. Die beiden weißen Kreise markieren für beide Radargeräte eine Bogenlängentfernung von 60 km.

Eine andere Möglichkeit der Analyse offensichtlich abgeschatteter Bereiche stellt die Analyse von über einen längeren Zeitraum akkumulierten Reflektivitäts- oder besser daraus abgeleiteter Niederschlagssummen auf einer Elevationsfläche dar, sogenannte PAC- (Precipitation Accumulated)-Darstellungen von Radardaten. Ist der Niederschlag über im Integrationszeitraum räumlich in etwa gleich- bzw. nicht allzu inhomogen verteilt, treten abschattungsbeeinflusste Bereiche als streifenartig vom Radar weg verlaufende Gebiete mit offensichtlich zu geringer Niederschlagssumme zu Tage. Ist zudem die Clutterunterdrückung nicht vollständig, finden sich häufig am Anfang solcher radialen Unterschätzungsgebiete einige Pixel mit viel zu hoher akkumulierter Menge, die durch die Bodenechos an der die Abschattung bewirkenden Erhebung verursacht werden.

In Abbildung H.2 rechts oben, links unten und rechts unten sind die Ergebnisse beider Methoden der Abschattungsbestimmung für zwei Lema- und eine S-Pol-Elevation jeweils in einem Bild gemeinsam dargestellt. die Grundlage bilden Radarscans, die während 8 Tagen der MAP-SOP aufgenommen worden sind (17.9., 19.9., 20.9., 30.9., 20.10., 21.10., 23.10. und 6.11.1999). Über die farblich kodierte Niederschlagssumme (Einheit mm) einer bestimmten Elevation, berechnet mit Hilfe der einfachen  $Z-R$ -Beziehung  $Z = 300R^{1.5}$ , wurde der mittels des DEM bestimmte, nicht abgeschattete Bereich darübergedruckt (lilafarbene Linie), so wie er für das Radar Lema bereits im linken oberen Teil der Abbildung gezeigt ist. So läßt dieser sich einerseits gut überprüfen und andererseits kann das PAC besser interpretiert werden. Im rechten oberen Bild sind die Verhältnisse für alle für diese Arbeit verwendeten 569 Scans der Elevation  $0.5^\circ$  des Radars Lema dargestellt, die während einer Zeitspanne von insgesamt 2845 Minuten aufgenommen worden sind (5 Minuten pro vollständigem Volumenscan). Der Einfluß von Strahlabschattung ist in Form von radialen Strukturen der Niederschlagssumme qualitativ deutlich zu erkennen. Die Übereinstimmung dieser Strukturen mit der durch das DEM ermittelten Abschattungseinflußgrenze ist meist sehr gut, was deren Anwendbarkeit unterstreicht. Die (teil-)abgeschatteten Radiale mit Azimut  $240^\circ$  und  $249^\circ$  bis  $255^\circ$  (Niederschlagssummen deutlich vermindert) können jedoch nicht durch das DEM erklärt werden. Es handelt sich hier um zwei Hindernisse in unmittelbarer Radarnähe, nämlich einen Masten und das große Gipfelkreuz des Monte Lema, die in dem DEM nicht enthalten sind. Siehe dazu auch die Abbildung 7.2 auf Seite 120. Bei der in dieser Arbeit durchgeführten Ableitung des Verlagerungsgeschwindigkeitsfeldes mittels einer Kreuzkorrelationsmethode mußte dieser Abschattungseffekt korrigiert werden, worauf in Abschnitt 7.6.3 schon näher eingegangen wurde. Im Vergleich zur linken unteren Abbildung (selbe Darstellung für die darüberliegende Elevation  $1.5^\circ$  des Radars Lema) ist die Niederschlagssumme im nicht abgeschatteten Bereich deutlich kleiner. Dies ist auf die Wirkung des Clutterunterdrückungsalgorithmus (siehe z.B. Joss et al., 1998) zurückzuführen, der sehr effektiv alle Messwerte eliminiert, die durch direkte Bodenechos oder auch Seitenkeulenechos gestört sind. Gerade in den untersten beiden Elevationen ( $-0.3^\circ$  und  $0.5^\circ$ ) werden sehr viele Messwerte



**Abb. H.2.:** Links oben: maximale Entfernung ohne Abschattungseffekt für 3 Elevationen des Radar Lema (schwarzes Kreuz im Nullpunkt), bestimmt mit Hilfe des GTOPO30-Orographiedatensatzes. Rechts oben: dasselbe nur für die Elevation  $0.5^\circ$  (violette Linie), zusammen mit der in dieser Elevation über den MAP-Datensatz akkumulierten Niederschlagssumme. Die Farbskala repräsentiert die Niederschlagssumme in mm, berechnet mittels der  $Z$ - $R$ -Beziehung  $Z = 300R^{1.5}$ ,  $Z$  in  $\text{mm}^6 \text{m}^{-3}$ ,  $R$  in  $\text{mm h}^{-1}$ . Links unten: dasselbe für die Lema-Elevation  $0.5^\circ$ . Rechts unten: dasselbe für die S-Pol-Elevation  $2.5^\circ$  im Azimutsektor  $270^\circ$  bis  $360^\circ$ . Man beachte die unterschiedliche Skalierung der Niederschlagssumme.

unterdrückt, die dann in der akkumulierten Summe fehlen. Bei der  $1.5^\circ$ -Elevation scheint das Problem nicht mehr so groß zu sein und die Niederschlagssumme fällt hier höher aus. Ganz vereinzelt erkennt man residualen Groundclutter, der durch die Maschen der Clutterunterdrückung geschlüpft ist, als vereinzelte Pixel mit sehr hoher Niederschlagssumme. Erfreulicherweise liegt dieser jedoch nicht innerhalb der lilafarbenen Linie. Der Abschattungseinfluß durch das Gipfelkreuz beim Azimut  $240^\circ$  tritt hier nicht mehr zutage, dafür wird deutlich, daß der vollständig geblockte Bereich in südöstlicher Richtung nicht mit Hilfe der Orographiedaten erklärt werden kann, wie es noch im rechten oberen Bild der Fall zu sein schien. Auch hier muß es sich um ein in unmittelbarer Radarnähe befindliches hohes Hindernis handeln, das aber dem Verfasser nicht bekannt ist.

Das rechte untere Bild in Abbildung H.2 stellt die Verhältnisse für die Elevation  $2.5^\circ$  des Radars S-Pol dar, dessen Standort sich diesmal im Nullpunkt des Koordinatensystems befindet. Dargestellt ist die Niederschlagssumme über alle vorliegenden 217 Scans der oben erwähnten 8 Tage in dieser Elevation, allerdings nur im Azimutsektor  $270^\circ$  bis  $360^\circ$ . Nicht alle Scans wurden über den vollen  $360^\circ$ -Azimutbereich gefahren, sondern die Mehrzahl der Scans überstreicht lediglich einen  $120^\circ$ -Sektor, wobei der dargestellte Azimutbereich in allen verwendeten Scans enthalten ist. Man erkennt wiederum die gute qualitative Übereinstimmung der Abschattungsstrukturen in der Niederschlagssumme mit dem durch das DEM bestimmten lilafarbenen Abschattungseinflußgrenze. Beim Radar S-Pol kommt zur Clutterunterdrückung ein herkömmlicher Dopplerfilter zur Anwendung, bei dem die Bodenechos weniger effektiv gefiltert werden als beim Radar Lema. Teilweise liegen einige isolierte und als offensichtliche Bodenechos erkennbare Strukturen innerhalb der lilafarbenen Linie — hierbei handelt es sich höchstwahrscheinlich um Seitenkeulenechos, weil hinter diesen Clutterpixeln meist keine signifikante Verringerung der Niederschlagssumme in Form einer radialen Struktur zu erkennen ist. Der mit Hilfe des DEM bestimmte Abschattungsbereich ist also auch hier anwendbar. Das gilt allgemein für alle Scans der beiden Radargeräte, wie eine entsprechende Untersuchung der hier nicht dargestellten Elevationen ergeben hat.

Für die vorliegende Arbeit konnten leider keine S-Pol-Scans in nord- bis südöstlicher Richtung verwendet werden, weil die unteren Elevationen durch einen Hügel so abgeschattet wurden, daß die Daten nicht verwendbar sind. Dieser Umstand wird hier in Form von Abbildungen nicht näher dargestellt. Es sei nur angemerkt, daß daher die Beschränkung der Datenanalyse auf den nordwestlichen Sektor in dieser Arbeit rührt.





mit den Daten des S-Band-Radars und die Abschattungsbeeinflussung auf einen Blick erkennen kann. Geht man dann Strahl für Strahl des C-Band-Radars durch, kann man diejenigen herausuchen, die eine hinreichend gute Überlappung bieten, eventuell auch nur in Entfernungsteilbereichen. Diese Strahlen definieren dann den Auswertebereich. Die Notation richtet sich im Folgenden nach der für die vorliegende Arbeit wichtigen Konfiguration aus den beiden Radargeräten Lema (C-Band) und S-Pol (S-Band), die Methodik ist aber allgemein anwendbar.

In Abbildung I.2 auf Seite 276 erkennt man ein Beispiel einer solchen Darstellung, hier für den Strahl des Radars Lema mit einem Azimutwinkel  $\alpha_{\text{Lema}} = 210.5^\circ$ , einer Elevation  $\epsilon_{\text{Lema}} = 0.5^\circ$  und bei Verwendung der Scanstrategie A aus Abbildung G.2 beim Radar S-Pol. Im oberen Schaubild sind die Elevationswinkel als Funktion der Bogenlängenentfernung  $s_{\text{Lema}}$  von Radar Lema dargestellt, unter denen die Strahlachse ( $\epsilon$ , schwarze gestrichelte Linie) und die 90-%-Grenzen der Strahlgewichtsfunktion des Lema-Strahls ( $\epsilon_u$  und  $\epsilon_o$ , durchgezogen) für das Radar S-Pol erscheinen, wenn die Refraktion durch das 4/3-Erde-Modell beschrieben werden kann.

Die Definition der hier dargestellten Größen geht aus der dreidimensionalen Skizze in Abbildung I.1 hervor. Dort erkennt man schematisch einen vom Radar Lema seitlich am S-Pol vorbeigesendeten Radarstrahl (Strahlachse und 90-%-Grenze  $\theta_{10,eff}^{(\text{Lema})}$ ) über der gekrümmten Erdoberfläche und die Sichtlinien des S-Pol auf einen Abschnitt dieses Strahls. Die Großkreisbogenlängen  $s_{\text{S-Pol}}$  und  $s_{\text{Lema}}$  sind jeweils senkrechte Projektionen der Lema-Strahlachse und der S-Pol-Sichtlinien auf ein Höhenniveau und werden, ebenso wie der horizontale Radarabstand  $d$  (ebenfalls auf einem Großkreis), in der Höhe  $h_{0,\text{S-Pol}}$  des Radars S-Pol über NN gemessen.  $\lambda_g$  und  $\phi_g$  bezeichnen jeweils geographische Längen bzw. Breiten.  $s_{\text{Lema}}$  und  $h_{\text{Lema}}$  werden nach dem 4/3-Erde-Modell aus  $r_{\text{Lema}}$  und  $\epsilon_{\text{Lema}}$  berechnet, woraus sich unter Verwendung des Radarstandorts  $\lambda_g^{(\text{Lema})}$ ,  $\phi_g^{(\text{Lema})}$  die Koordinaten  $\lambda_g$  und  $\phi_g$  gewinnen lassen. Damit kann  $s_{\text{S-Pol}}$  bestimmt werden, woraus sich schließlich unter Zuhilfenahme von  $h_{\text{Lema}}$  der Sichtwinkel  $\epsilon$  ergibt, unter dem die Strahlachse im Gesichtsfeld des Radars S-Pol erscheint (Annahme des 4/3-Erde-Modells). Analog wird mit den Strahlgrenzen verfahren, um die Winkel  $\epsilon_u$  und  $\epsilon_o$  zu gewinnen.

Doch zurück zu Abbildung I.2: Neben den Sichtelevationen von Strahlachse bzw. -grenzen sind im oberen Schaubild die bei Anwendung der S-Pol-Scanstrategie A nach Abbildung G.2 tatsächlich vorhandenen S-Pol-Elevationen als horizontale Linien (blau: Strahlmitte, dunkelgrau gestrichelt/hellgrau schattiert: -3-dB-Grenzen  $\theta_3$ ) eingezeichnet, die einen vollständigen Überblick über die Datenüberlappung bieten. Diejenigen Abschnitte der S-Pol-Strahlen, die sich nach der Auswertung der digitalen Höhendaten in Anhang H als abschattungsbeeinflusst herausgestellt haben, wurden zusätzlich grün schraffiert (jeweils Bereich zwischen den beiden  $\theta_3$ -Grenzen). Der Lema-Strahl ist in diesem Beispiel nicht abschattungsbeeinflusst — wäre dies der Fall, würden die beeinflussten Strahlbereiche rot schraffiert erscheinen. Man erkennt, daß die Überdeckung des Lema-Strahls mit S-Pol-Daten genügend dicht ist und allenfalls am Anfang des Lema-Strahls keine nichtabgeschatteten S-Pol-Daten zur Verfügung stehen. Auf der oberen Abszisse ist der zum jeweiligen Wert von  $s_{\text{Lema}}$  gehörende Azimutwinkel  $\alpha_{\text{S-Pol}}$  relativ zum Radar S-Pol angegeben. Dieser wird dann wichtig, wenn das S-Pol keinen vollständigen Rundumvolumenscan durchgeführt hat, sondern, wie es bei MAP häufig vorgekommen ist, nur einen bestimmten Azimutsektor überdeckt hat.

Im unteren Teil der Abbildung I.2 sind ergänzend die Höhe des Lema-Strahls (Achse und Grenzen) über NN (schwarz, linke Ordinate) und die Bogenlängenentfernung  $s_{\text{S-Pol}}$  (rot, rechte Ordinate) als Funktion von  $s_{\text{Lema}}$  in derselben Achsenskalierung wie im oberen Schaubild dargestellt. Anschaulich ist klar, daß der Sichtwinkel  $\epsilon$  umso größer ausfallen muß, je kleiner  $s_{\text{S-Pol}}$  ist.

Erstellt man eine solche Abbildung für jeden Lema-Strahl, dann kann man sich ein umfassendes Bild von der Meßkonfiguration der beiden Radargeräte machen. Es muß jedoch betont werden, daß Abschattungseffekte nur in dem Maße in die Darstellung eingehen, als wie sie von den digitalen Höhendaten aufgelöst werden. Für ein wirklich vollständiges Verständnis sind noch andere Quellen nützlich, wie

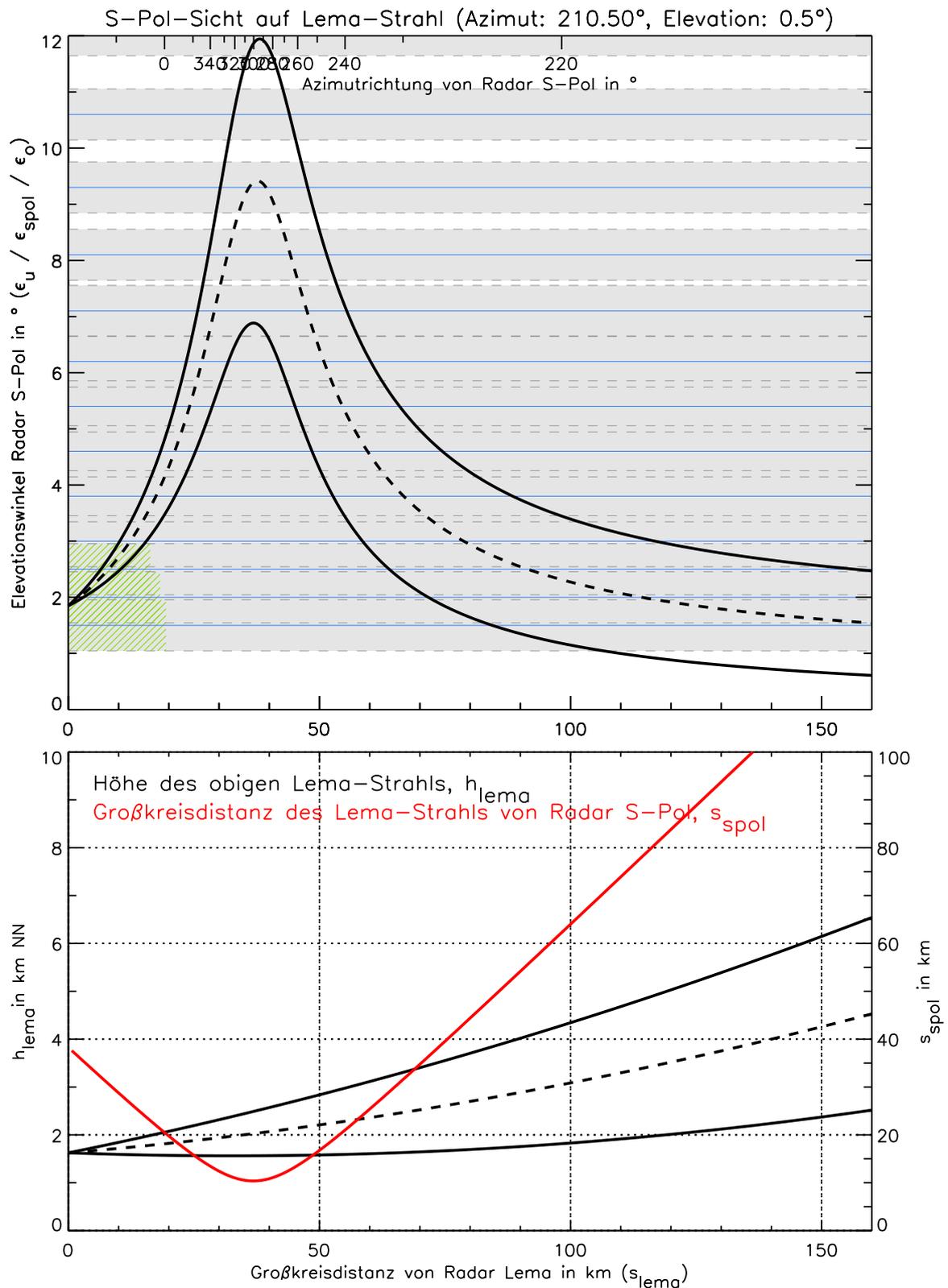
Abbildung Nr.	Scanstrategie Spol	$\alpha_{Lema}$	$\epsilon_{Lema}$
I.2	A (nach Abb. G.2)	210.5°	0.5°
I.3	A (nach Abb. G.2)	255.5°	0.5°
I.4	A (nach Abb. G.2)	225.5°	3.5°
I.5	A (nach Abb. G.2)	270.5°	3.5°
I.6	C (nach Abb. G.4)	225.5°	0.5°
I.7	C (nach Abb. G.4)	255.5°	0.5°
I.8	C (nach Abb. G.4)	245.5°	1.5°
I.9	C (nach Abb. G.4)	260.5°	1.5°

**Tab. I.1.:** Zuordnung der nachfolgenden Abbildungen zu S-Pol-Scanstrategie, Azimut und Elevation des dargestellten Lema-Strahls.

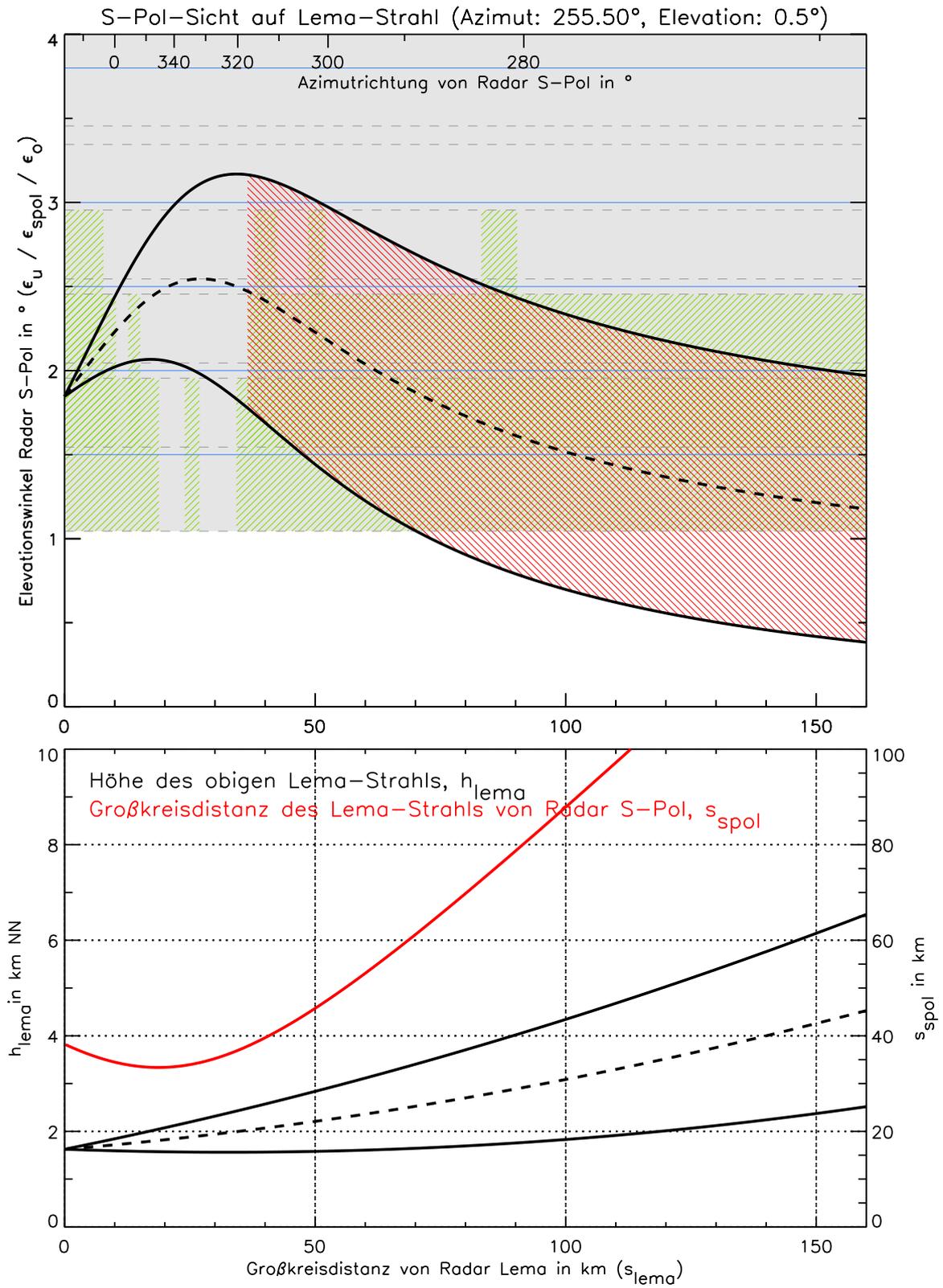
z.B. die flächige Darstellung von akkumulierten Niederschlagssummen über längere Zeiträume, die systematische Abschattungseffekte meist deutlich hervortreten lassen (z.B. verursacht durch Hindernisse in unmittelbarer Radarnähe).

Einige Beispiele der Darstellungsweise finden sich in den Abbildungen I.3 bis I.9. Die Tabelle I.1 gibt einen Überblick über die dort jeweils zugrunde gelegte S-Pol-Scanstrategie, den Azimut und die Elevation des Lema-Strahls. Man beachte jeweils die unterschiedliche Skalierung der Elevationsachse im oberen Schaubild der Abbildungen.

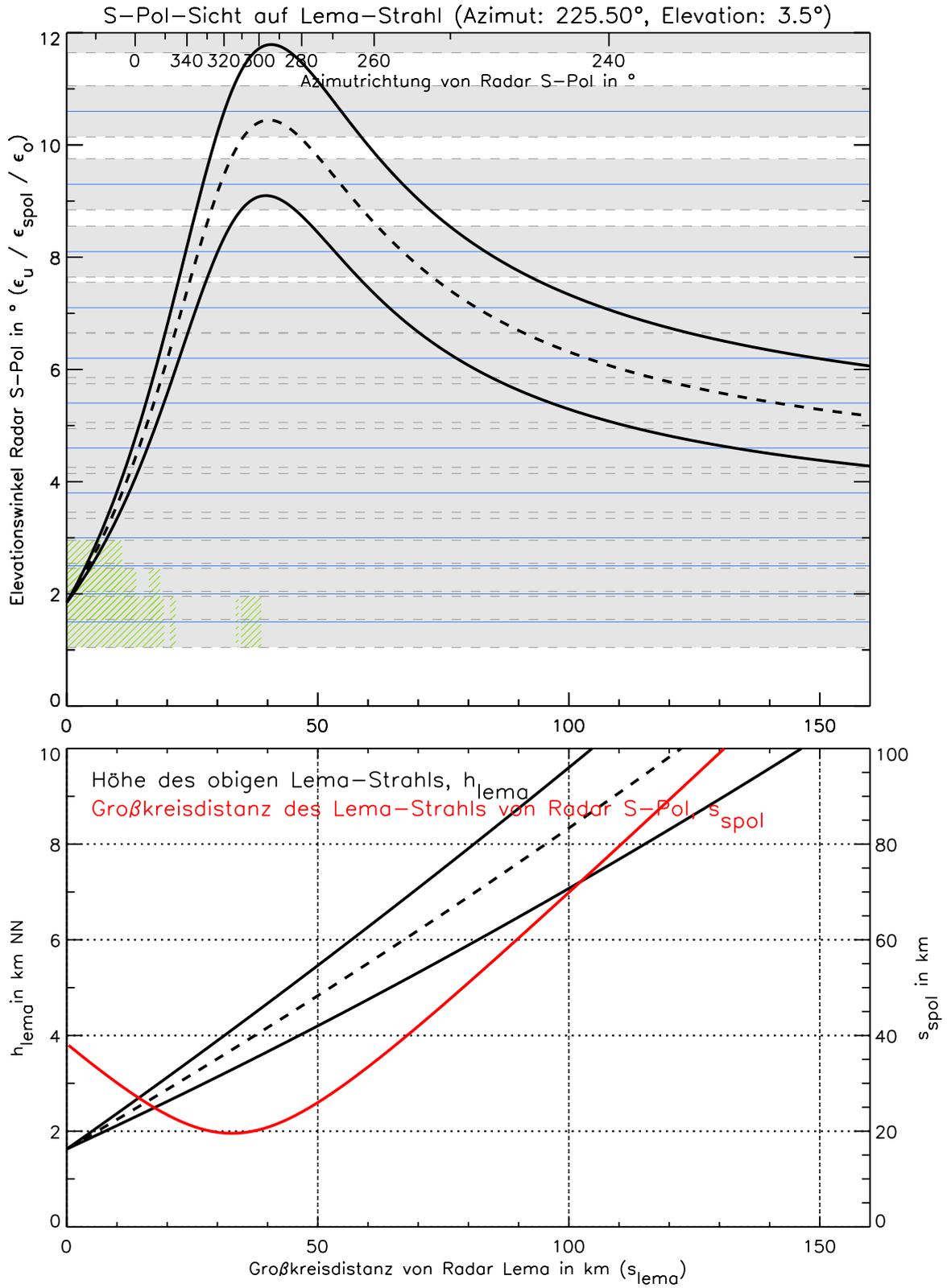
Bei diesen Darstellungen blieb der in Abschnitt 7.4.1 festgestellte Azimutfehler der Lema- und S-Pol-Daten unberücksichtigt. Dieser hat aber keinen besonders großen Einfluß auf das in Abschnitt 7.2 ermittelte Auswertgebiet.



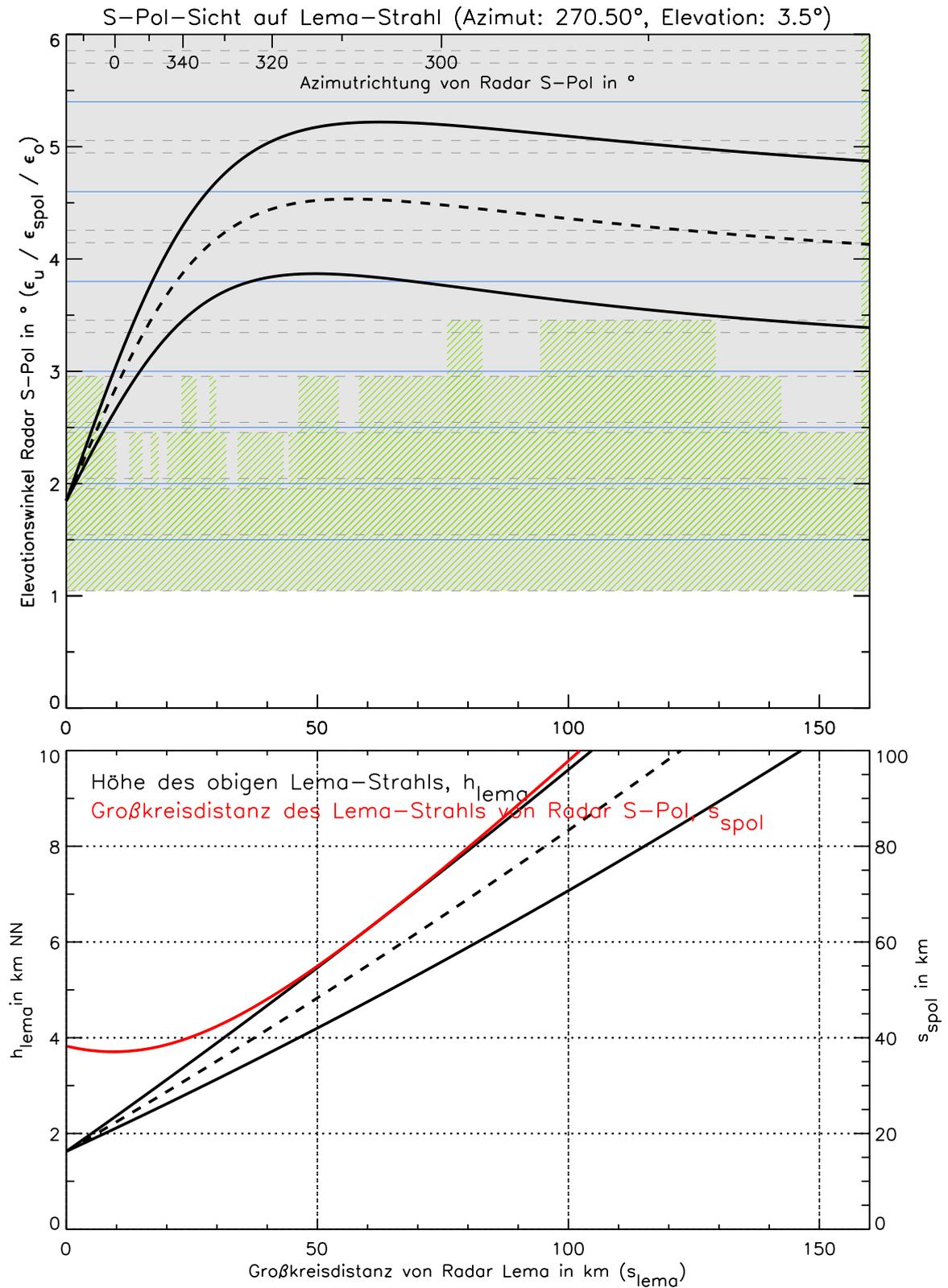
**Abb. I.2.:** Darstellung der Überdeckung des Lema-Strahls mit Azimut 210.5° und Elevation 0.5° mit Meßwerten des Radars S-Pol, wenn dieses mit der Scanstrategie A nach Abbildung G.2 (Seite 262) betrieben wird. Eine genaue Erklärung der Darstellungsweise findet sich im Text.



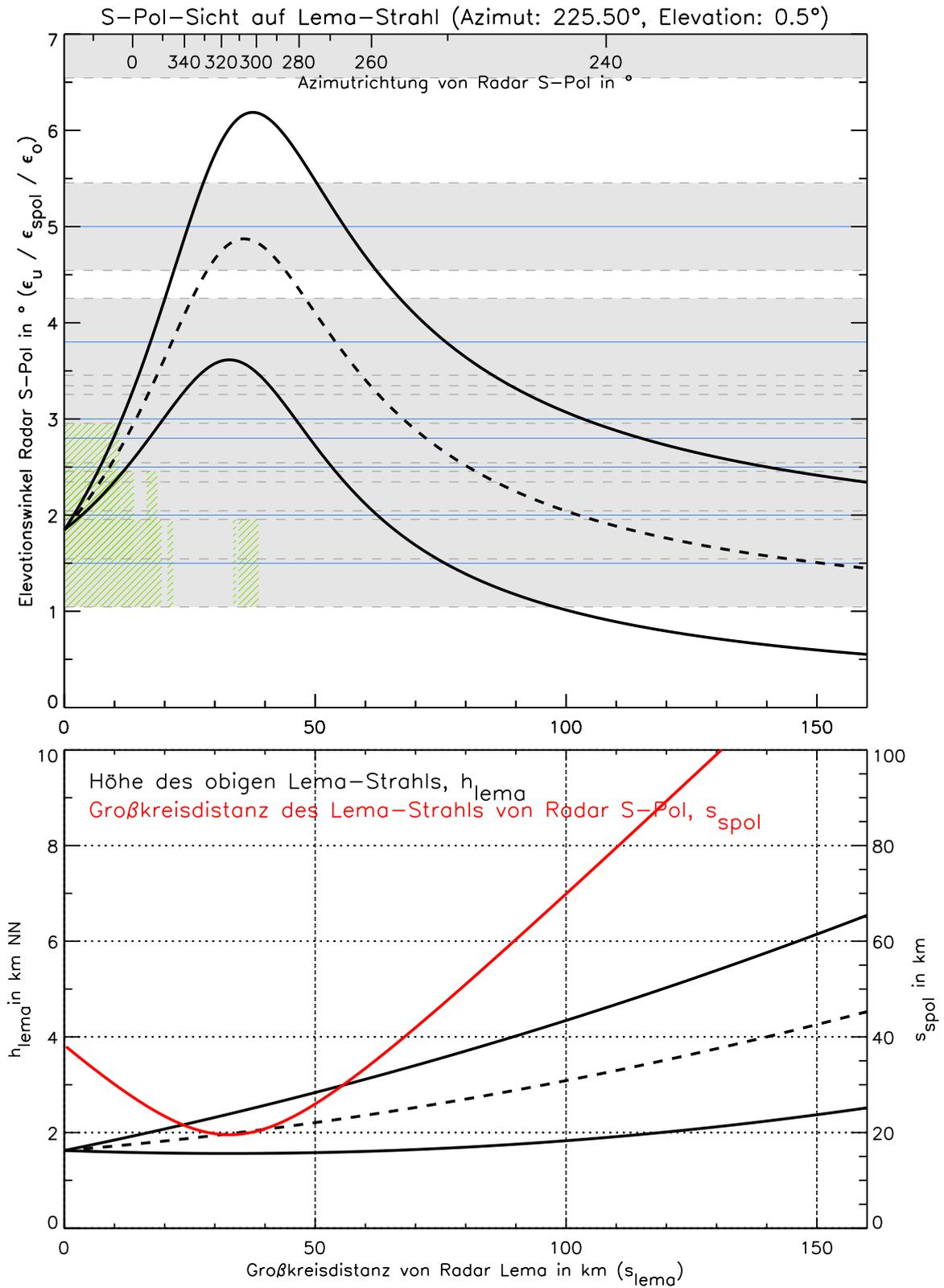
**Abb. I.3.:** Wie Abbildung I.2, jedoch für Azimut 255.5°



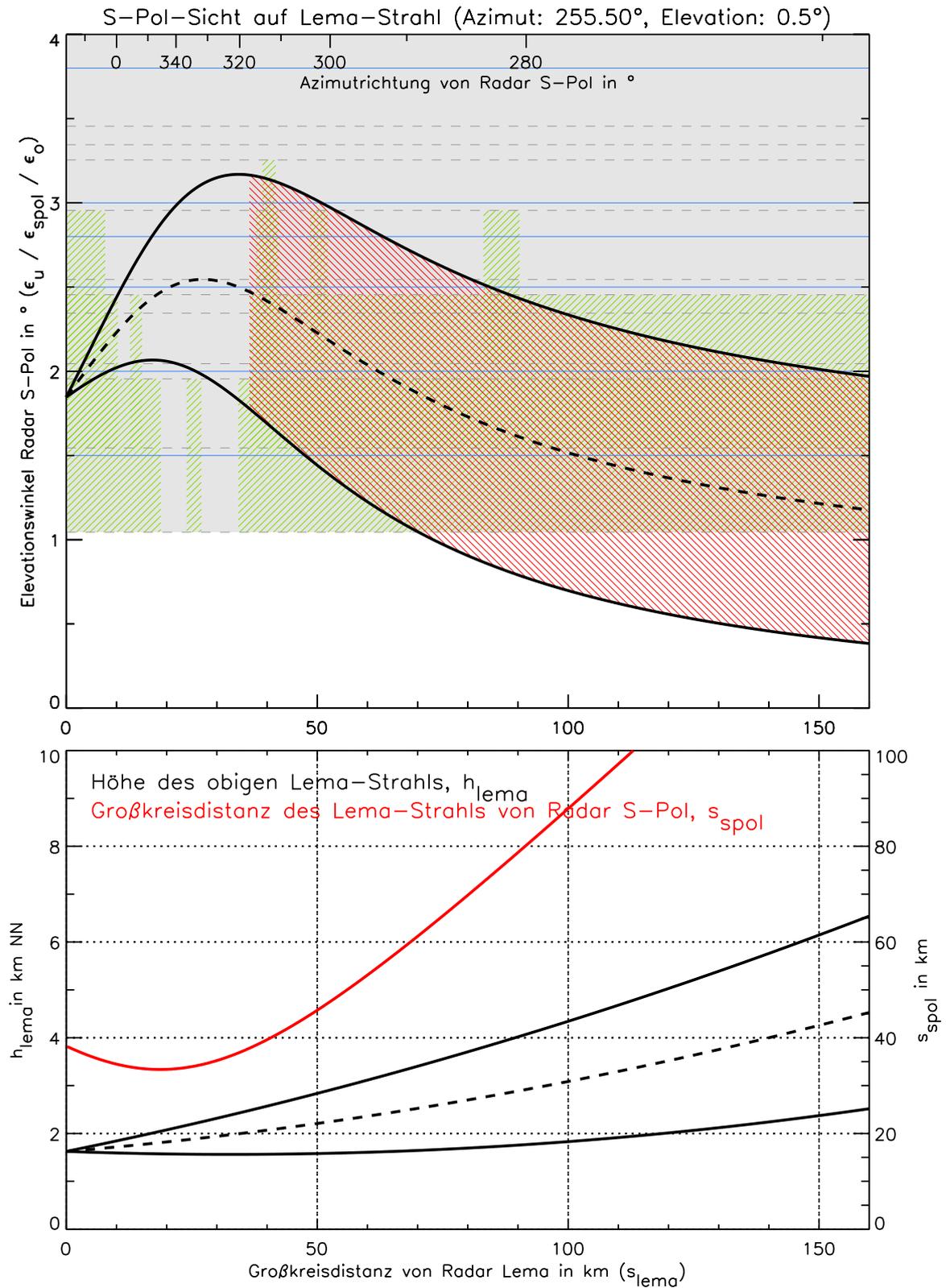
**Abb. I.4.:** Wie Abbildung I.2, jedoch für Azimut 225.5° und Elevation 3.5°.



**Abb. I.5.:** Wie Abbildung I.2, jedoch für Azimut 270.5° und Elevation 3.5°.



**Abb. I.6.:** Wie Abbildung I.2, jedoch für Azimut 225.5° und Elevation 0.5°, wenn das Radar S-Pol mit der Scanstrategie C nach Abbildung G.2 (Seite 262) betrieben wird.



**Abb. I.7.:** Wie Abbildung I.6, jedoch für Azimut 255.5°

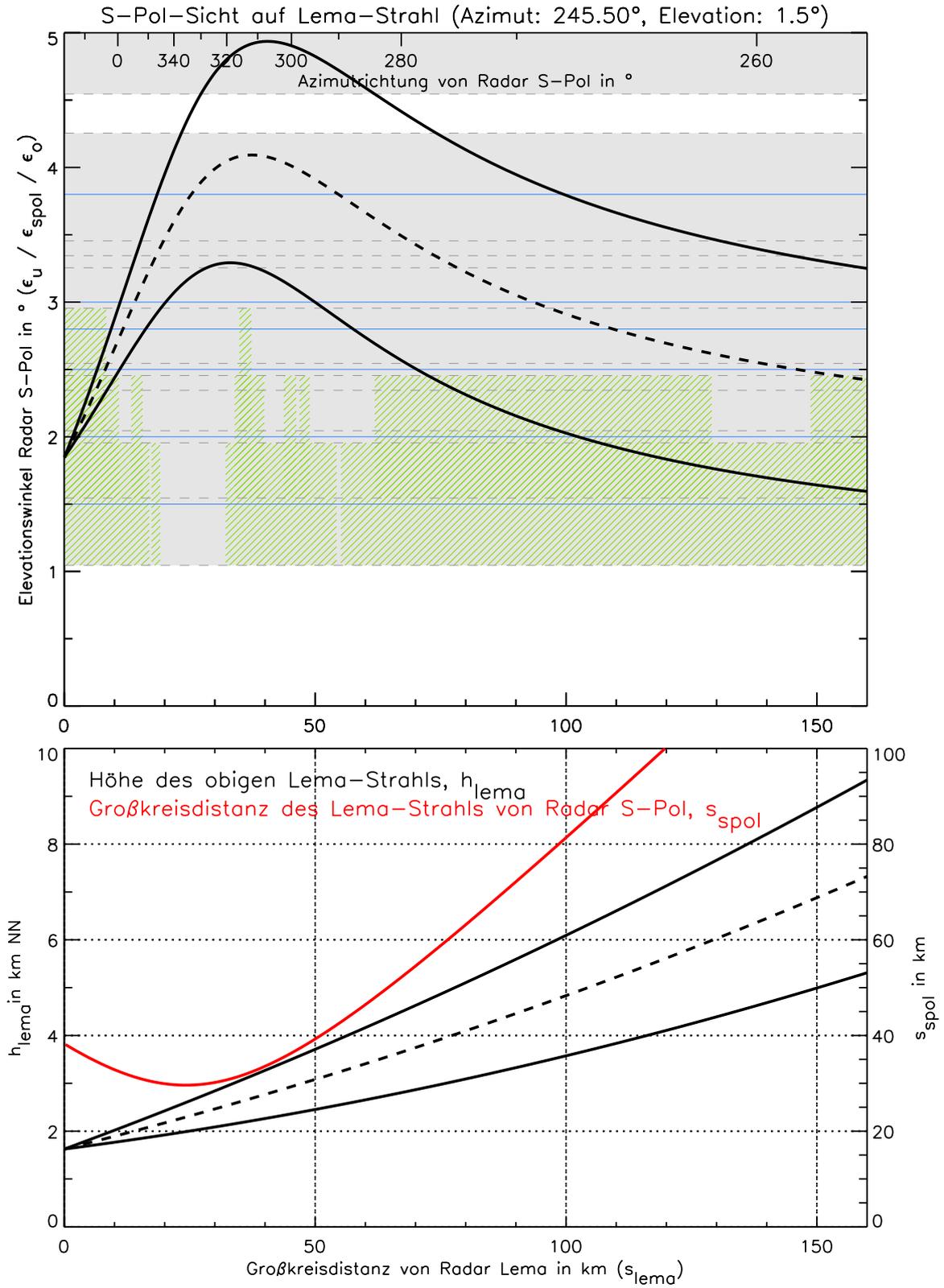


Abb. I.8.: Wie Abbildung I.6, jedoch für Azimut 245.5° und Elevation 1.5°.

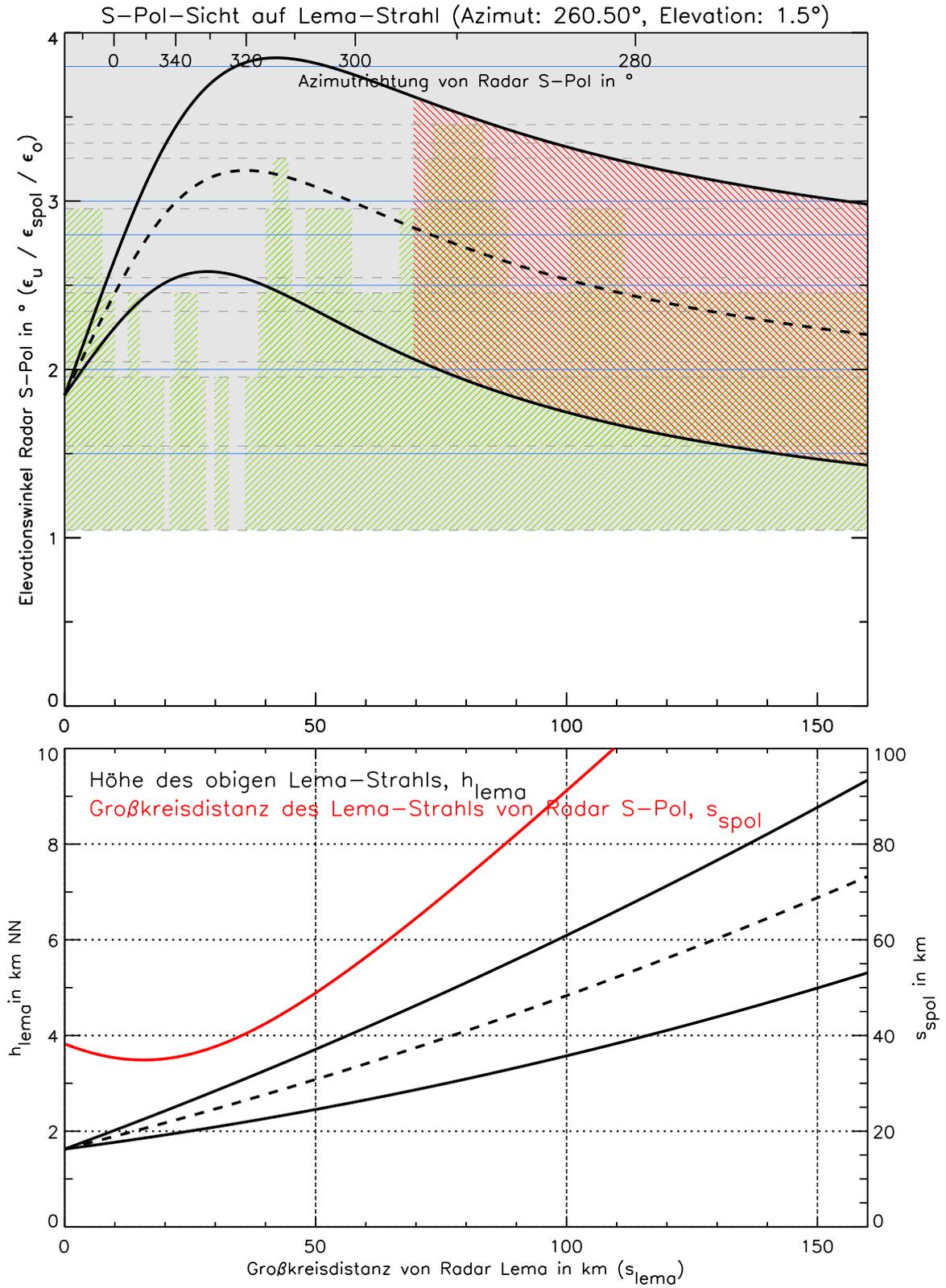
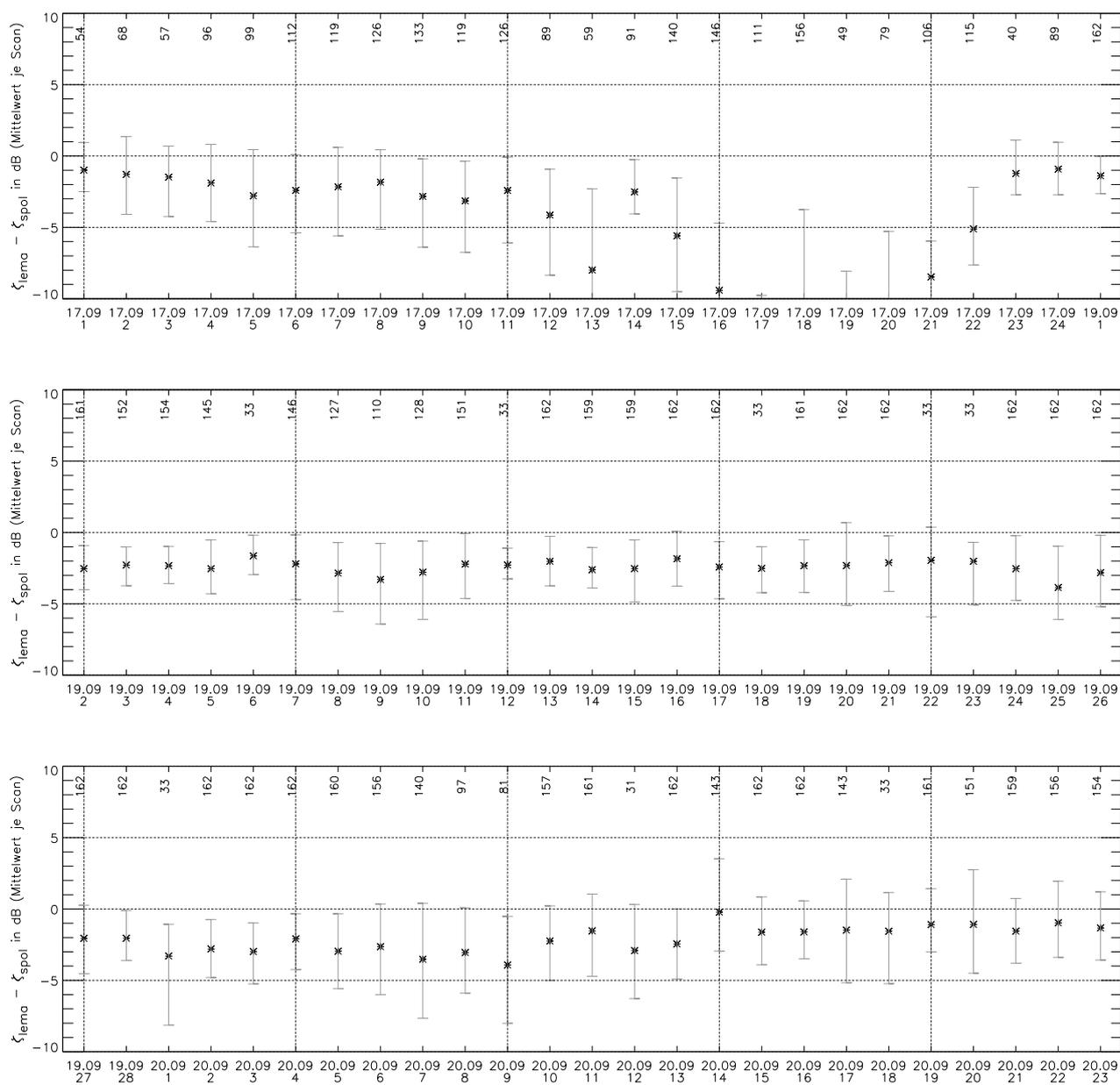


Abb. I.9.: Wie Abbildung I.6, jedoch für Azimut 260.5° und Elevation 1.5°.



## Anhang J. Relativer Kalibrierungsunterschied Lema – S-Pol als Funktion der Zeit



**Abb. J.1.:** Mittlerer Reflektivitätsunterschied am Lema-Strahlanfang  $\overline{\Delta\zeta}$  in dB (siehe Abschnitt 7.6.1) für die auf der Ordinate angegebenen S-Pol-Scans (Datum und fortlaufende Nummer, chronologisch von links oben nach rechts unten). Die Fehlerbalken symbolisieren für jeden S-Pol-Scan die 10%- und 90%-Perzentile der einzelnen für jeden Lema-Strahl bestimmten Unterschiede  $\Delta\zeta_j$ . Zugrunde liegen die mit dem Verfahren 4 aus Abschnitt 6.4 ermittelten Vergleichsdaten.

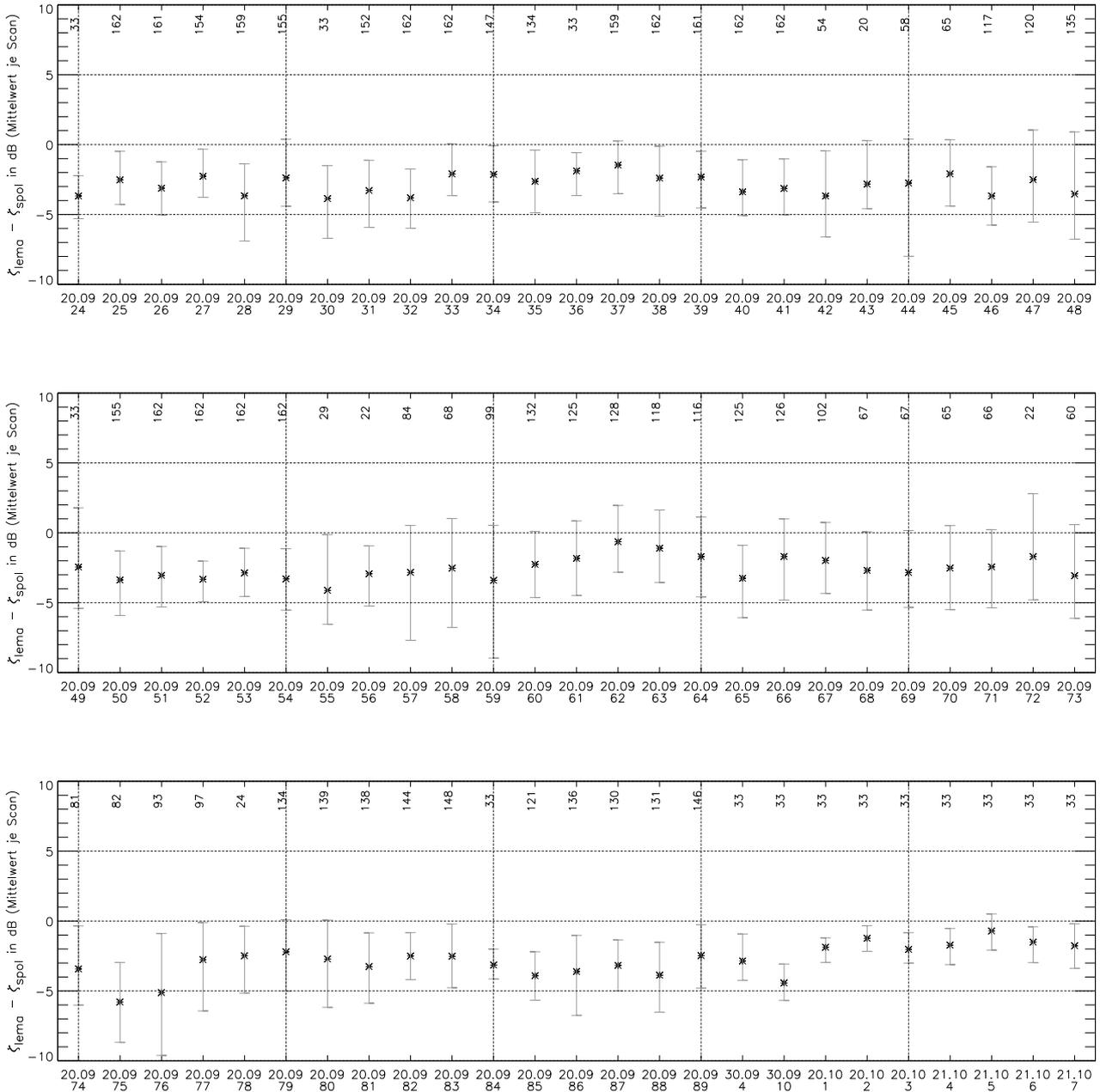


Abb. J.2.: Fortsetzung von Abbildung J.1.

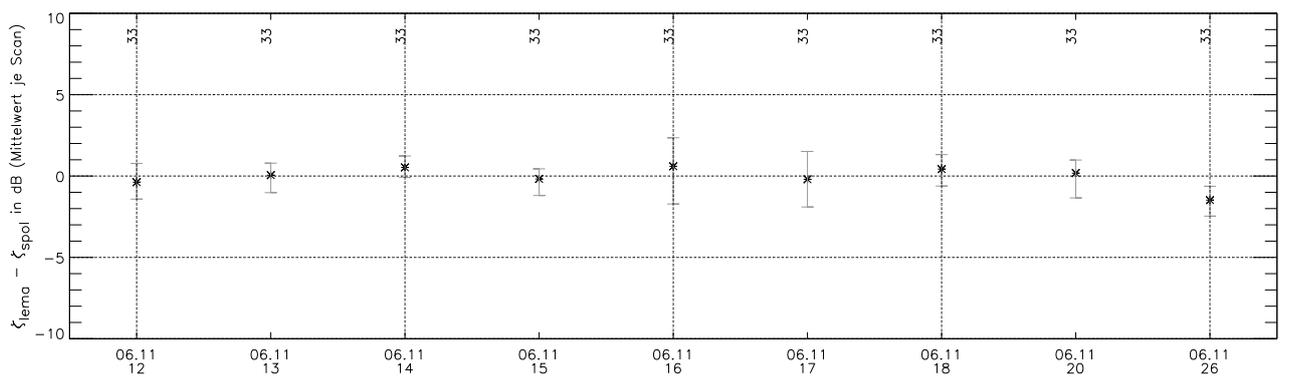
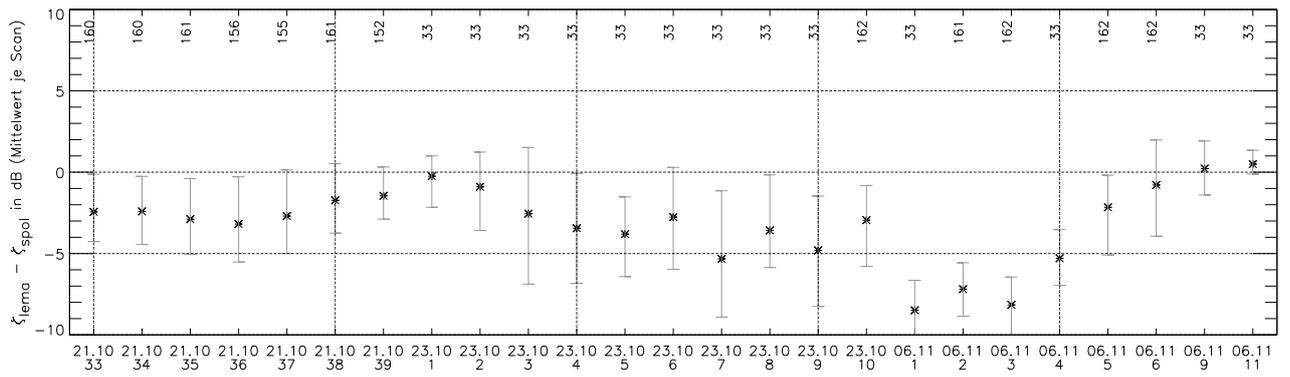
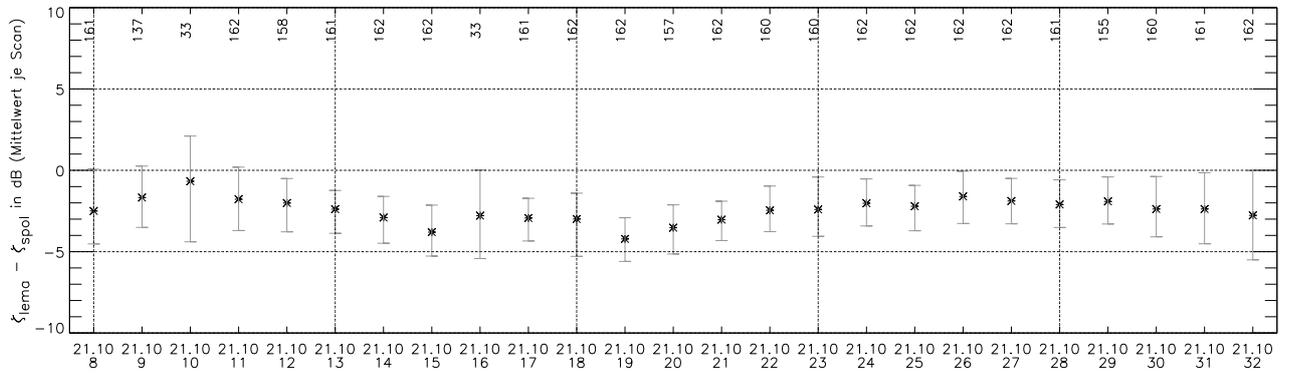


Abb. J.3.: Fortsetzung von Abbildung J.2.



## Literaturverzeichnis

- Andsager, K., K. V. Beard und N. F. Laird, 1999: Laboratory measurements of axis ratios for large raindrops, *J. Atmos. Sci.*, 56, 2673–2683.
- Atlas, D. (Hrsg.), *Radar in Meteorology*, Amer. Meteor. Soc., Boston, 1990.
- Atlas, D., R. C. Srivastava und R. S. Sekhon, 1973: Doppler Radar characteristics of precipitation at vertical incidence, *Rev. Geophys. Space Phys.*, 11, 1–35.
- Austin, P. M. und A. C. Bemis, 1950: A quantitative study of the bright band in radar precipitation echoes, *J. Meteor.*, 7, 145–151.
- Barnes, S. L., 1964: A technique for maximizing details in numerical weather map analysis, *J. Appl. Meteor.*, 3, 396–409.
- Barthazy, E., W. Henrich und A. Waldvogel, 1998: Size distribution of hydrometeors through the melting layer, *Atmos. Res.*, 47–48, 193–208.
- Barthazy, E. und J. Joss, 2000: Air motion, estimated by vertically pointing radars, *Phys. Chem. Earth (B)*, 25, 1209–1214.
- Barthazy, E. G. und R. Schefold, 2001: A new ground- based optical instrument to measure snowflakes, in: *Proc. 30. Int. Conference on Radar Meteorology*, American Meteorological Society, Munich.
- Battan, L. J., 1971: Radar attenuation by wet ice spheres, *J. Appl. Meteor.*, 10, 247–252.
- Battan, L. J., *Radar Observations of the Atmosphere*, The University of Chicago Press, Chicago, 1973.
- Battan, L. J. und C. F. Bohren, 1986: Attenuation of microwaves by spherical hail, *J. Clim. Appl. Meteor.*, 25, 1155–1159.
- Bean, B. R. und E. J. Dutton, *Radio Meteorology*, National Bureau of Standards Monograph Nr. 92, U.S. Government Printing Office, Washington D.C., 1966.
- Beard, K. V., 1976: Terminal velocity and shape of cloud and precipitation drops aloft, *J. Atmos. Sci.*, 33, 851–864.
- Beard, K. V., 1985: Simple altitude adjustments to raindrop velocities for Doppler radar analysis, *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 2, 468–471.
- Bellon, A., I. Zawadzki und F. Fabry, 1997: Measurements of melting layer attenuation at X-band-frequencies, *Radio Sci.*, 32, 943–955.
- Bergen, W. und S. Albers, 1988: Two- and three-dimensional dealiasing of Doppler radar velocities, *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 5, 305–319.
- Berry, E. X., 1974: Equations for calculating the terminal velocity of water drops, *J. Appl. Meteor.*, 13, 108–113.
- Binder, P., A. Rossa, P. Bougeault, J. Moore, D. Jorgensen und M. Bolliger, *MAP Implementation Plan*, MAP Data Center, ETH Zürich, 1999.

- Blahak, U., 2000: *Messung und Interpretation ausgewählter Vertikalprofile von Tropfenspektren*, Diplomarbeit im Fach Meteorologie, Institut für Meteorologie und Klimaforschung, Universität Karlsruhe / Forschungszentrum Karlsruhe.
- Blahak, U. und K. D. Beheng, 2001: Monte carlo simulations of randomly distributed falling rain drops: Properties of drop size spectra as measured by a vertically pointing FM-CW Doppler radar, in: *Proc. 30. Int. Conference on Radar Meteorology*, American Meteorological Society, Munich.
- Bohren, C. F., 1986: Applicability of effective-medium theories to problems of scattering and absorption by nonhomogeneous atmospheric particles, *J. Atmos. Sci.*, 43, 468–475.
- Bohren, C. F. und L. J. Battan, 1980: Radar backscattering by inhomogeneous precipitation particles, *J. Atmos. Sci.*, 37, 1821–1827.
- Bohren, C. F. und L. J. Battan, 1982: Radar backscattering of microwaves by spongy ice spheres, *J. Atmos. Sci.*, 39, 2623–2628.
- Bohren, C. F. und D. R. Huffman, *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*, John Wiley and Sons, Inc., 1983.
- Bougeault, P., P. Binder, A. Buzzi, R. Dirks, R. Houze, J. Kuettner, R. B. Smith, R. Steinacker und H. Volkert, 2001: The MAP Special Observing Period, *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 82, 433–462.
- Bronstein, I. N. und K. A. Semendjajew, *Taschenbuch der Mathematik*, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart, Leipzig, 25. Auflage, 1991.
- Bruggemann, D. A. G., 1935: Berechnung verschiedener physikalischer Konstanten von heterogenen Substanzen. I. Dielektrizitätskonstanten und Leitfähigkeiten der Mischkörper aus isotropen Substanzen, *Ann. Phys.*, 24, 636–679.
- Cannon, T. W., 1975: A photographic technique for measurements of atmospheric particles in situ from aircraft, *J. Appl. Meteor.*, 14, 1383–1388.
- Carte, A. E. und G. Held, 1978: Variability of hailstorms on the south african plateau, *J. Appl. Meteor.*, 17, 365–373.
- Chandrasekar, V. und V. N. Bringi, 1987: Simulation of radar reflectivity and surface measurements of rainfall, *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 4, 464–478.
- Cheng, L. und M. English, 1983: A relationship between hailstone concentration and size, *J. Atmos. Sci.*, 40, 204–213.
- Chong, M., J. Testud und F. Roux, 1983: Three-dimensional wind field analysis from dual-doppler radar data. Part II: Minimizing the error due to temporal variation, *J. Appl. Meteor.*, 22, 1216–1226.
- Chýlek, P., R. G. Pinnick und V. Srivastava, 1991: Effect of topology of water-ice mixture on radar backscattering by hailstones, *J. Appl. Meteor.*, 30, 954–959.
- Chýlek, P. und V. Srivastava, 1983: Dielectric constant of a composite inhomogeneous medium, *Phys. Rev. B*, 27, 5098–5106.
- Chýlek, P., V. Srivastava, R. G. Pinnick und R. T. Wang, 1988: Scattering of electromagnetic waves by composite spherical particles: Experiment and effective medium approximations, *Appl. Opt.*, 27, 2396–2404.
- Crane, R. K., 1974: The rain range experiment – propagation through an simulated rain environment, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-22, 321–328.

- Cressman, G. P., 1959: An operational objective analysis system, *Mon. Wea. Rev.*, 87, 367–374.
- Debye, P., *Polar Molecules*, New York (The Chemical Catalogue), 1929.
- Deirmendjian, D., *Electromagnetic Scattering on Spherical Polydispersions*, American Elsevier Publishing Company, New York, 1969.
- Deirmendjian, D., 1975: Far-infrared and submillimeter wave attenuation by clouds and rain, *J. Appl. Meteor.*, 14, 1584–1593.
- Delrieu, G., S. Caoudal und J. D. Creutin, 1997: Feasibility of using mountain return for the correction of ground-based X-band weather radar data, *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 14, 368–385.
- Delrieu, G., J. D. Creutin und H. Andrieu, 1995: Simulation of radar mountain returns using a Digitized Terrain Model, *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 12, 1038–1049.
- Delrieu, G., L. Hücke und J. D. Creutin, 1999a: Attenuation in rain for x- and c-band weather radar systems: Sensitivity with respect to the drop size distribution, *J. Appl. Meteor.*, 38, 57–68.
- Delrieu, G., S. Serrar, E. Guardo und J. D. Creutin, 1999b: Rain measurement in hilly terrain with X-band weather radar systems: Accuracy of path-integrated attenuation estimates derived from mountain returns, *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 16, 405–416.
- Diem, M., 1956: Messungen der Größe der Regentropfen in natürlichem Regen und bei künstlicher Beregnung, *Beiträge zur naturk. Forschung in Südwestdeutschland*, XV,2, 75–90.
- Doelling, I. G., J. Joss und J. Riedl, 1998: Systematic variations of Z-R-relationships from drop size distributions measured in northern Germany during seven years, *Atmos. Res.*, 47–48, 635–649.
- Dotzek, N. und K. D. Beheng, 2001: The influence of deep convective motions on the variability of Z-R-relations, *Atmos. Res.*, 59–60, 15–39.
- Doviak, R. J. und D. S. Zrnić, *Doppler Radar and Weather Observations*, Academic Press, Inc., San Diego, 2. Auflage, 1993.
- Fabry, F. und W. Szyrmer, 1999: Modeling of the melting layer. Part II: Electromagnetic, *J. Atmos. Sci.*, 56, 3593–3600.
- Fabry, F. und I. Zawadzki, 1995: Long-term radar observations of the melting layer of precipitation and their interpretation, *J. Atmos. Sci.*, 52, 838–851.
- Federer, B. und A. Waldvogel, 1975: Hail and raindrop size distributions from a Swiss multicell storm, *J. Appl. Meteor.*, 14, 91–97.
- Foote, G. B. und P. S. Du Toit, 1969: Terminal velocity of raindrops aloft, *J. Appl. Meteor.*, 8, 249–253.
- Fujiki, N. M., D. J. W. Geldart und P. Chýlek, 1994: Effect of air bubbles on radar backscattering by hailstones, *J. Appl. Meteor.*, 33, 304–308.
- Germann, U., 1999: Radome attenuation – a series limiting factor for quantitative radar measurements?, *Meteor. Zeitschr.*, N.F.8, 85–90.
- Gorgucci, E., G. Scarchilli, V. Chandrasekar, P. F. Meischner und M. Hagen, 1998: Intercomparison of techniques to correct for attenuation of C-band weather radar signals, *J. Appl. Meteor.*, 37, 845–853.

- Gosset, M. und I. Zawadzki, 2001: Effect of nonuniform beam filling on the propagation of the radar signal at X-band frequencies. Part I: Changes in the  $k(Z)$  relationship, *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 18, 1113–1126.
- Gunn, K. L. S. und T. W. R. East, 1954: The microwave properties of precipitation particles, *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 80, 522–545.
- Gunn, K. L. S. und J. S. Marshall, 1958: The distribution with size of aggregate snowflakes, *J. Meteor.*, 15, 452–461.
- Gunn, R. und G. D. Kinzer, 1949: The terminal velocity of fall for water drops in stagnant air, *J. Meteor.*, 6, 243–248.
- Hannesen, R., 1998: *Analyse konvektiver Niederschlagssysteme mit einem C-Band Dopplerradar in orographisch gegliedertem Gelände*, Dissertation, Fakultät für Physik, Universität Karlsruhe.
- Hannesen, R. und H. Gysi, 2002: An enhanced precipitation accumulation algorithm for radar data, in: *Proc. of the 2nd European Conference on Radar Meteorology*, Delft, Niederlande.
- Hardaker, P. J., A. R. Holt und C. G. Collier, 1995: A melting layer model and its use in correcting for the bright band in single-polarization radar echoes, *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 121, 495–525.
- Hartree, D. R., J. G. L. Michel und P. Nicolson, 1946: Practical methods for the solution of the equations of tropospheric refraction, in: *Meteorological factors in radio wave propagation*, The Physical Society, London, 127–168.
- Herman, B. M. und L. J. Battan, 1961: Calculations of Mie back-scattering from melting ice spheres, *J. Meteor.*, 18, 468–478.
- Heymsfield, A. J. und M. Kajikawa, 1987: An improved approach to calculating terminal velocities of plate-like crystals and graupel, *J. Atmos. Sci.*, 44, 1088–1099.
- Hildebrand, P. H., 1978: Iterative correction for attenuation of 5 cm radar in rain, *J. Appl. Meteor.*, 17, 508–514.
- Hitschfeld, W. und J. Bordan, 1954: Errors inherent in the radar measurement of rainfall at attenuating wavelengths, *J. Meteor.*, 11, 58–67.
- Holt, A. R., 1982: The scattering of electromagnetic waves by single hydrometeors, *Radio Sci.*, 17, 929–945.
- Hucke, L., 1995: *Mésure de Précipitation par Radar Météorologique en Bande X: Étude de Sensibilité d'Algorithmes de Correction d'Atténuation par Simulation Numérique*, Mémoire de fin d'études und Diplomarbeit, Laboratoire d'étude des Transferts en Hydrologie et Environnement, Université Joseph Fourier de Grenoble, France, und Fakultät für Physik, Universität Karlsruhe.
- Hufford, G., 1991: A model for the complex permittivity of ice at frequencies below 1 THz, *Int. J. Infrared Millim. Waves*, 12, 677–682.
- van de Hulst, H. C., *Light Scattering by Small Particles*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1957.
- Illingworth, A. J. und T. M. Blackman, 2002: The need to represent raindrop size spectra as normalized gamma distributions for the interpretation of polarization radar observations, *J. Appl. Meteor.*, 41, 286–297.

- Illingworth, A. J. und C. J. Stevens, 1987: An optical disdrometer for the measurement of rain-drop size spectra in windy conditions, *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 4, 411–421.
- Jähne, B., *Digitale Bildverarbeitung*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo, 1989.
- James, C. N. und R. A. Houze, Jr., 2001: A real-time four-dimensional Doppler dealiasing scheme, *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 18, 1674–1683.
- Jameson, A. R., 1995: Using multiparameter radars to estimate the attenuation and water content of clouds, *J. Appl. Meteor.*, 34, 2046–2059.
- Johnson, B. C. und E. A. Brandes, 1987: Attenuation of a 5-cm wavelength radar signal in the Lahoma-Orienta storms, *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 4, 512–517.
- Joss, J., 1964: *Die Bestimmung der Rückstreu-Querschnitte von Eis-Wasser-Gemischen bei einer Wellenlänge von 5.05 cm*, Promotionsarbeit, ETH Zürich, Prom. Nr. 3461.
- Joss, J., 1993: The radar rainfall measurement problem, in: *Materialiensammlung zum Workshop Radar-Meteorologie*, DLR, Oberpfaffenhofen, 11./12. November.
- Joss, J. und A. N. Aufdermaur, 1965: Experimental determination of the radar cross sections of artificial hailstones containing water, *J. Appl. Meteor.*, 4, 723–726.
- Joss, J., R. Cavalli und R. K. Crane, 1974: Good agreement between theory and experiments for attenuation data, *J. Rech. Atmos.*, 8, 299–318.
- Joss, J. und E. Gori, 1978: Shapes of raindrop size distributions, *J. Appl. Meteor.*, 17, 1054–1061.
- Joss, J., B. Schädler, G. G. an R. Cavalli, M. Boscacci, E. Held, G. della Bruna, G. Kappenberger, V. Nespor und R. Spiess, *Operational Use of Radar for Precipitation Measurements in Switzerland*, Abschlußbericht des Nationalen Forschungsprogramms NRP 31 „Climate Changes and Natural Disasters“ des Schweizerischen Nationalfonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung, VDF Hochschulverlag Zürich, 1998.
- Joss, J. und A. Waldvogel, 1967: Ein Spektrograph für Niederschlagstropfen mit automatischer Auswertung, *Pure Appl. Geophys.*, 68, 240–246.
- Kabèche, A. und J. Testud, 1995: Stereoradar meteorology: A new unified approach to process data from airborne or ground-based meteorological radars, *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 12, 783–799.
- Keeler, R. J., J. Lutz und J. Vivekanandan, 2000: S-Pol: NCAR’s polarimetric Doppler research radar, in: *Preprints, International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, Honolulu.
- Kemnitzer, H., 1996: *Numerische Untersuchung der Refraktion in der Atmosphäre für Infrarot-Messungen*, Diplomarbeit im Fach Meteorologie, Institut für Meteorologie und Klimaforschung, Universität Karlsruhe / Forschungszentrum Karlsruhe.
- Kerker, M., *The Scattering of Light and Other Electromagnetic Radiation*, Academic Press, New York, San Francisco, London, 1969.
- Kessler, E., *On the Distribution and Continuity of Water Substance in Atmospheric Circulations*, Nummer 32 in Meteorol. Monogr. 10, Amer. Meteor. Soc., Boston, 1969.
- Klaassen, W., 1988: Radar observation and simulation of the melting layer of precipitation, *J. Atmos. Sci.*, 45, 3741–3753.
- Klenert, M., 1964: *Untersuchungen von Regen am Boden und in 150 m Höhe*, Diplomarbeit im Fach Meteorologie, Institut für Meteorologie und Klimaforschung, Universität Karlsruhe / Forschungszentrum Karlsruhe.

- Knollenberg, R. G., 1970: The optical array: An alternative to scattering or extinction for airborne particle size determination, *J. Appl. Meteor.*, 9, 86–103.
- Knollenberg, R. G., 1976: Three new instruments for cloud physics measurements, in: *Preprints, International Cloud Physics Conference*, American Meteorological Society, Boulder, Colorado.
- Kruger, A. und W. F. Krajewski, 2002: Two-dimensional video disdrometer: A description, *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 19, 602–617.
- Kunz, M., 1998: *Niederschlagsmessung mit einem vertikal ausgerichteten K-Band FM-CW Dopplerradar*, Diplomarbeit im Fach Meteorologie, Institut für Meteorologie und Klimaforschung, Universität Karlsruhe / Forschungszentrum Karlsruhe.
- Kyle, T. G., *Atmospheric Transmission, Emission and Scattering*, Pergamon Press, Oxford, 1991.
- Lhermitte, R., *Centimeter and Millimeter Wavelength Radars in Meteorology*, Lhermitte Publications, Florida, 2002.
- Lhermitte, R. M. und M. Gilet, 1975: Dual-doppler radar observation and study of sea breeze convective storm development, *JAM*, 14, 1346–1361.
- Li, L., 1994: *On the Use of Variational Analysis for Determining the Motion, Growth and Decay of Radar Echoes in Orographically Complex Regions*, Promotionsarbeit, ETH Zürich.
- Li, L., W. Schmid und J. Joss, 1995: Nowcasting of motion and growth of precipitation with radar over a complex orography, *J. Appl. Meteor.*, 34, 1286–1300.
- Lichtenecker, A., 1926: Die Dielektrizitätskonstante natürlicher und künstlicher Mischkörper, *Phys. Z.*, 27, 115–158.
- Liebe, H. J., G. A. Hufford und T. Manabe, 1991: A model for the complex permittivity of water at frequencies below 1 THz, *Int. J. Infrared Millim. Waves*, 12, 659–675.
- Locatelli, J. D. und P. V. Hobbs, 1974: Fall speeds and masses of solid precipitation particles, *J. Geophys. Res.*, 79, 2185–2197.
- Löffler-Mang, M. und U. Blahak, 2001: Estimation of the equivalent radar reflectivity factor from measured snow size spectra, *J. Appl. Meteor.*, 40, 843–849.
- Löffler-Mang, M. und J. Joss, 2000: An optical disdrometer for measuring size and velocity of hydrometeors, *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 17, 130–139.
- Longtin, D. R., C. F. Bohren und L. J. Battan, 1987: Radar backscattering by large, spongy ice oblate spheroids, *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 4, 355–358.
- Marshall, J. S. und W. Hitschfeld, 1953: Interpretation of the fluctuating echo form randomly distributed scatterers – Part I, *Can. J. Phys.*, 31, 962–994.
- Marshall, J. S. und W. McK. Palmer, 1948: The distribution of raindrops with size, *J. Meteor.*, 5, 165–166.
- Mätzler, C., 1998: Microwave properties of ice and snow, in: B. Schmitt et al. (Hrsg.), *Solar System Ices*, Band 227 von *Astrophysics and Space Science Library*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 241–257.
- Maxwell Garnett, J. C., 1904: Colors in metal glasses and in metallic films, *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, A203, 385–420.
- Mecklenburg, S., 2000: *Nowcasting Precipitation in an Alpine Region with a Radar Echo Tracking Algorithm*, Promotionsarbeit, ETH Zürich, Prom. Nr. 13608.

- Meneghini, R., 1978: Rain-rate estimates for an attenuating radar, *Radio Sci.*, 13, 459–470.
- Meneghini, R. und L. Liao, 2000: Effective dielectric constants of mixed-phase hydrometeors, *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 17, 628–640.
- Mie, G., 1908: Beiträge zur Optik trüber Medien, speziell kolloidaler Metallösungen, *Ann. Phys.*, 25, 377–445.
- Mitra, S. K., O. Vohl, M. Ahr und H. R. Pruppacher, 1990: A wind tunnel and theoretical study of the melting behavior of atmospheric ice particles. IV: Experiment and theory for snow flakes, *J. Appl. Meteor.*, 47, 584–591.
- Oguchi, T., 1983: Electromagnetic wave propagation and scattering in rain and other hydrometeors, *Proc. IEEE*, 71, 1029–1078.
- Ohtake, T., 1969: Observations of size distributions of hydrometeors through the melting layer, *J. Atmos. Sci.*, 26, 545–557.
- Oury, S., J. Testud und V. Marécal, 1999: Estimate of precipitation from the dual-beam airborne radars in TOGA COARE. Part 1: The K–Z relationships derived from stereo and quad-beam analysis, *J. Appl. Meteor.*, 38, 156–174.
- Perntner, J. M. und F. M. Exner, *Meteorologische Optik*, Verlag Wilhelm Braumüller, Wien und Leipzig, 2. Auflage, 1922.
- Pichler, H., *Dynamik der Atmosphäre*, Spektrum, Akad. Verlag, Heidelberg, Berlin, Oxford, 2. Auflage, 1997.
- Press, W. H., S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling und B. P. Flannery, *Numerical Recipes in Fortran 77: The Art of Scientific Computing*, Cambridge University Press, 2. Auflage, 2001.
- Probert-Jones, J. R., 1962: The radar equation in meteorology, *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 88, 485–495.
- Pruppacher, H. R. und J. D. Klett, *Microphysics of Clouds and Precipitation*, Band 18 von *Atmospheric and Oceanic Sciences Library*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London, 2. Auflage, 1997.
- Rajopadhyaya, D. K., P. T. May und R. A. Vincent, 1993: A general approach to the retrieval of raindrop size distributions from wind profiler Doppler spectra: Modelling results, *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 10, 710–717.
- Rasmussen, R. M. und A. J. Heymsfield, 1987: Melting and shedding of graupel and hail. Part I: Model physics, *J. Atmos. Sci.*, 44, 2754–2763.
- Rasmussen, R. M., V. Levizzani und H. R. Pruppacher, 1984: A wind tunnel and theoretical study on the melting behavior of atmospheric ice particles: III. Experiment and theory for spherical ice particles of radius  $> 500 \mu\text{m}$ , *J. Atmos. Sci.*, 41, 381–388.
- Ray, P. S., 1972: Broadband complex refractive indices of ice and water, *Appl. Opt.*, 11, 1836–1844.
- Rilling, B., S. Ellis, J. Vinson, J. Hurst und C. Burghart, 1999: S-Pol data users' guide: Introduction, S-Pol MAP Italy, 1999, online im Internet, URL: [http://www.atd.ucar.edu/rsf/MAP/SPOL/spol\\_map\\_intro.htm](http://www.atd.ucar.edu/rsf/MAP/SPOL/spol_map_intro.htm), Version vom Dezember 1999.
- Rilling, B., S. Ellis, J. Vinson, J. Hurst und C. Burghart, 2000: Panoramic photos, S-Pol MAP Italy, 1999, online im Internet, URL:

- [http://www.atd.ucar.edu/rsf/MAP/SPOL/info/site/pan\\_photos.html](http://www.atd.ucar.edu/rsf/MAP/SPOL/info/site/pan_photos.html), Version vom März 2000.
- Rinehart, R. E., 1981: A pattern-recognition technique for use with conventional weather radar to determine internal storm motions, *Atmos. Tech.*, 13, 119–134.
- Rinehart, R. E., *Radar for Meteorologists*, Dep. of Atm. Sci., Univ. of North Dakota, 1991.
- Rinehart, R. E. und E. T. Garvey, 1978: Three-dimensional storm motion detection by conventional weather radar, *Nature*, 273, 287–289.
- Rogers, R. R., D. Baumgardner, S. A. Ethier, D. A. Carter und W. L. Ecklund, 1993: Comparison of raindrop size distributions measured by radar wind profiler and by airplane, *J. Appl. Meteor.*, 32, 694–699.
- Sauvageot, H., *Radar Meteorology*, Artech House, Inc., Boston, London, 1992.
- Saxton, J. A., 1946: Anomalous dispersion of water at very high frequencies: II, in: *Meteorological factors in radio wave propagation*, The Physical Society, London, 292–305.
- Saxton, J. A. und J. A. Lane, 1946: Anomalous dispersion of water at very high frequencies: I, in: *Meteorological factors in radio wave propagation*, The Physical Society, London, 278–291.
- Sarchilli, G., E. Gorgucci, V. Chandrasekar und T. A. Seliga, 1993: Rainfall estimation using polarimetric techniques at C-band frequencies, *J. Appl. Meteor.*, 32, 1150–1160.
- Schaefer, V. J., 1941: A method for making snowflake replicas, *Science*, 7, 239–240.
- Segelstein, D. J., 1981: *The Complex Refractive Index of Water*, Diplomarbeit, Department of Physics, University of Missouri, Kansas City.
- Sekhon, R. S. und R. C. Srivastava, 1970: Snow size spectra and radar reflectivity, *J. Atmos. Sci.*, 27, 299–307.
- Sekhon, R. S. und R. C. Srivastava, 1971: Doppler radar observations of drop-size distributions in a thunderstorm, *J. Atmos. Sci.*, 28, 983–994.
- Sherman, C. A., 1978: A mass-consistent model for wind fields over complex terrain, *J. Appl. Meteor.*, 17, 312–319.
- Skolnik, M. I. (Hrsg.), *Radar Handbook*, McGraw-Hill, Inc., New York, 2 Auflage, 1990.
- Smith, P. L., 1984: Equivalent radar reflectivity factors for snow and ice particles, *J. Appl. Meteor.*, 23, 1258–1260.
- Smythe, G. R. und D. S. Zrnić, 1983: Correlation analysis of Doppler radar data and retrieval of the horizontal wind, *J. Appl. Meteor.*, 22, 297–311.
- Snyder, J. P., *Map Projections used by the U.S. Geological Survey*, Geological Survey Bulletin 1532, United States Government Printing Office, Washington, 1982.
- Srivastava, R. C. und L. Tian, 1996: Measurement of attenuation by a dual-radar method: Concept and error analysis, *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 13, 937–947.
- Straub, W., 2000: *Eigenschaften verschiedener Modellansätze zur Beschreibung von Tropfengrößenverteilungen*, Seminararbeit im Fach Meteorologie, Institut für Meteorologie und Klimaforschung, Universität Karlsruhe / Forschungszentrum Karlsruhe.
- Szyrmer, W. und I. Zawadzki, 1999: Modelling of the melting layer. Part I: Dynamics and microphysics, *J. Atmos. Sci.*, 56, 3573–3592.

- Tabary, P., G. Scialom und U. Germann, 2001: Realtime retrieval of the wind from aliased velocities measured by Doppler radars, *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 18, 875–882.
- Testud, J. und P. Amayenc, 1989: Stereoradar meteorology: A promising technique for observation of precipitation from a mobile platform, *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 6, 89–108.
- Testud, J., S. Oury, R. A. Black, P. Amayenc und X. Dou, 2001: The concept of "Normalized" distribution to describe raindrop spectra: A tool for cloud physics and cloud remote sensing, *J. Appl. Meteor.*, 40, 1118–1140.
- Tian, L. und R. C. Srivastava, 1997: Measurement of attenuation at C band in a convective storm by a dual-radar method, *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 14, 184–196.
- Trapp, R. J. und C. A. Doswell, 2000: Radar data objective analysis, *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 17, 105–120.
- Tuttle, J. D. und G. B. Foote, 1999: Determination of the boundary layer air flow from a single Doppler radar, *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 7, 218–232.
- Ulaby, F. T., R. K. Moore und A. K. Fung, *Microwave Remote Sensing*, Band I, Artech House, Norwood, 1981a.
- Ulaby, F. T., R. K. Moore und A. K. Fung, *Microwave Remote Sensing*, Band III, Artech House, Norwood, 1981b.
- U.S. Geological Survey, 2003: GTOPO30 documentation, online im Internet, URL: <http://edcdaac.usgs.gov/gtopo30/README.html>, Version vom November 2003.
- Vogel, H. und C. Gerthsen, *Physik*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 17. Auflage, 1993.
- Wakasugi, K., A. Mizutani, M. Matsuo, S. Fukao und S. Kato, 1987: Further discussion on deriving drop-size distribution and vertical air velocities directly from VHF Doppler radar spectra, *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 4, 170–179.
- Waldvogel, A., 1974: The  $N_0$  jump of raindrop spectra, *J. Atmos. Sci.*, 31, 1067–1078.
- Waldvogel, A., W. Schmid und B. Federer, 1978: The kinetic energy of hailfalls. Part I: Hailstone spectra, *J. Appl. Meteor.*, 17, 515–520.
- Wallace, P. R., 1953: Interpretation of the fluctuating echo from randomly distributed scatterers – Part II, *Can. J. Phys.*, 31, 995–1009.
- Warren, S. G., 1984: Optical constants of ice from the ultraviolet to the microwave, *Appl. Opt.*, 23, 1206–1225.
- Wiener, O., 1912: Die Theorie des Mischkörpers für das Feld der stationären Strömung. Erste Abhandlung. Die Mittelwertsätze für Kraft, Polarisierung und Energie, 32. Band der *Abhandlungen der mathematisch-physikalischen Klasse der Königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften*.
- Wiesner, I., 1895: Beiträge zur Kenntnis des tropischen Regens, *Sitz. Ber. Akad. Wiss. Wien, Math.-Nat. Klasse*, 104, 1397–1434.
- Willis, P. T., 1984: Functional fits to some observed drop size distributions and parameterization of rain, *J. Atmos. Sci.*, 41, 1648–1661.
- Wüest, M., U. Germann und W. Schmid, 2000: A variational De-Aliasing technique, *Phys. Chem. Earth (B)*, 25, 1179–1183.

- Yokoyama, T., H. Tanaka, K. Akaeda, T. Ohtani, N. Yoshizawa, M. D. Yamanaka, A. Mita, Y. Ishizaka und A. Ono, 1985: Observations on microphysical processes in the stratiform precipitations including melting layers at Mt. Fuji, *J. Meteor. Soc. Japan*, 63, 100–111.
- Zrnić, D. S. und R. J. Doviak, 1976: Effective antenna pattern of scanning radars, *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, AES-12, 551–555.

## Danksagung

Die vorliegende Arbeit wurde am Institut für Meteorologie und Klimaforschung der Universität Karlsruhe und des Forschungszentrums Karlsruhe durchgeführt. Die dazu nötigen Finanz- und Sachmittel wurden vom Forschungszentrum Karlsruhe bereitgestellt.

Für die reibungslose Bereitstellung der Daten des Radars Monte Lema danke ich dem Schweizer Wetterdienst MeteoSchweiz, hier besonders Marco Boscacci vom Osservatorio Ticinese di Locarno Monti, und dem Map Data Centre in Zürich, hier besonders Esther Häller. Die Daten des Radars S-Pol wurden vom National Center for Atmospheric Research in Boulder (Colorado) bereitgestellt. Die verwendeten Windprofiler-, Radiosonden- und Bodenniederschlagsdaten stammen wiederum vom Map Data Centre in Zürich.

Dank auch an den Deutschen Wetterdienst, der mir zu Beginn der Arbeit rohe Volumendaten des Radars Türkheim zur Verfügung stellte. Ursprünglich war nämlich geplant, die Dual-Radar-Auswertung zusammen mit unserem institutseigenen C-Band-Radargerät durchzuführen. Leider hat sich herausgestellt, daß die beiden Radargeräte dafür zu weit voneinander entfernt sind — eine Tatsache, die ich auch erst mühsam lernen mußte. Ich danke hier insbesondere Theo Mammen, der mir in Hamburg drei Tage lang das Herunterladen der Türkheim-Daten von Sicherungsbändern ermöglichte und mich dabei tatkräftig unterstützt hat.

Mein ganz besonderer Dank gilt aber Herrn Prof. Dr. Klaus D. Beheng, der mir ein sehr anspruchsvolles Thema anvertraut hat und ohne dessen tatkräftige Unterstützung und Rückendeckung diese Arbeit nicht möglich gewesen wäre. Seine offene und stets hilfsbereite Art und die Tatsache, daß er immer hinter mir gestanden hat, auch als sich die Extinktion als schwieriger zu behandeln als erwartet erwiesen hat, waren und sind mir eine große Hilfe. Er ermöglichte mir außerdem die Teilnahme an mehreren internationalen Konferenzen, von denen ich viel profitieren konnte. Besonders im Gedächtnis geblieben ist mir so manche gemeinsame Bergwanderung, wenn eine Konferenz nun gerade zufällig in alpiner Umgebung stattgefunden hat.

Herrn Prof. Dr. Christoph Kottmeier danke ich für die bereitwillige Übernahme des Korreferats.

Besonderer und herzlicher Dank gebührt auch Herrn Dr. Jürg Joss und seiner Frau Magi. In einer schwierigen Phase der Arbeit, als mir Kraft und Ideen auszugehen schienen, nahmen Magi und Jürg meine Lebensgefährtin Jutta Thürauf und mich bei sich zu Hause auf, im schönen Intragna am Lago Maggiore im Tessin. Während des einwöchigen Aufenthalts hat mir Jürg durch seine von langjähriger und gründlicher Erfahrung geprägte konstruktive Kritik und seine kreativen Ideen neue Wege aufgezeigt, die mich schließlich aus der Sackgasse befreit haben.

Einem anderen Wahl-Tessiner, Herrn Dr. Urs Germann, möchte ich ebenfalls ganz herzlich danken für so manchen Hinweis und so manche Idee bezüglich meiner Arbeit, die er mir bei Gesprächen und Diskussionen am Rande diverser Konferenzen gegeben hat.

Meinem langjährigen Kollegen Axel Seifert danke ich herzlich für die angenehmen atmosphärischen

Bedingungen in unserem gemeinsamen Büro und für die vielen anregenden Gespräche und Diskussionen, in denen er mich durch seine Kreativität immer wieder weitergebracht hat. Auch den anderen Kollegen aus der Arbeitsgruppe „Radarmeteorologie und Niederschlagsphysik“ hier am IMK, Ingo Bertram, Dr. Hermann Gysi, Dr. Jan Handwerker und Winfried Straub, danke ich für die überaus gute Arbeitsatmosphäre. Sehr genossen habe ich auch die „außerdienstlichen“ Arbeitsgruppenaktivitäten wie die alljährliche Skiausfahrt und so manchen Kegelabend.

Gabi Klinck und Jan Handwerker danke ich für die engagierte Administration unserer UNIX- und LINUX-Rechner und ihre stets prompte Hilfe bei Problemen. Jutta Thürauf, Axel Seifert, Jan Handwerker und Winfried Straub haben das Manuskript dieser Arbeit (zumindest in Teilen) korrekturgelesen, bevor es durch die gründliche Prüfung von Prof. Beheng den letzten Schliff erhielt (Zitat: „Ich les das Zeuch wirklich!“).

Nun bleibt mir noch, meiner Lebensgefährtin Jutta für ihr entgegengebrachtes Verständnis und ihre unendliche Geduld zu danken, womit sie mir immer wieder den Rücken gestärkt hat.

## Lebenslauf und Bildungsweg

<b>Name:</b>	Ulrich Christoph Blahak
<b>Geburtsdatum:</b>	13.08.1973
<b>Geburtsort:</b>	Göppingen, Deutschland
<b>Familienstand:</b>	ledig
<b>09/1981 – 08/1984:</b>	Grundschule Schlatt
<b>09/1984 – 05/1993:</b>	Freihofgymnasium Göppingen (neusprachlich)
<b>07/1993 – 06/1994:</b>	Wehrdienst Herzog-Albrecht-Kaserne Münsingen, Panzerartillerie
<b>07/1994 – 09/1994:</b>	Hilfsarbeiter Spindelfabrik Süssen
<b>10/1994 – 07/2000:</b>	Studium der Meteorologie an der Universität Karlsruhe
<b>03/1995 – 04/1998:</b>	In den Semesterferien Mitarbeiter im Versand der Schuler Pressen AG, Göppingen
<b>10/1996 – 09/1998:</b>	Ungeprüfte Hilfskraft am Institut für Meteorologie und Klimaforschung, Universität Karlsruhe/ Forschungszentrum Karlsruhe
<b>09/1998 – 12/1998:</b>	Praktikum am Geophysical Institute, University of Alaska, Fairbanks: Meereismodellierung, Satellitendatenauswertung
<b>08/2000 – 04/2002:</b>	PMTech AG Karlsruhe: Verfahrensentwicklung laser-optisches Disdrometer PARSIVEL
<b>11/2000 – 10/2003:</b>	Doktorand am Institut für Meteorologie und Klimaforschung, Universität Karlsruhe/ Forschungszentrum Karlsruhe
<b>seit 11/2003:</b>	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Meteorologie und Klimaforschung, Universität Karlsruhe/ Forschungszentrum Karlsruhe