

Implementierung eines Verfahrens zur Ableitung von Kenngrößen der atmosphärischen Turbulenz aus Doppler-Lidar-Messungen der Strukturfunktion

**Implementation of a procedure to derive turbulent wind field statistics
from Doppler lidar measurements of the structure function**

Masterarbeit im Fach Meteorologie
von

Peter Brugger

August 2014



**INSTITUT FÜR METEOROLOGIE UND KLIMAFORSCHUNG
KARLSRUHER INSTITUT FÜR TECHNOLOGIE (KIT)**

Referent:

Prof. Dr. Christoph Kottmeier

Korreferent:

Prof. Dr. Peter Knippertz

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundlagen	3
2.1	Die atmosphärische Grenzschicht	3
2.1.1	Aufbau der Atmosphäre	3
2.1.2	Aufbau der Grenzschicht	3
2.2	Statistische Grundlagen	5
2.3	Beschreibung der Turbulenz	8
2.3.1	Laminare und turbulente Strömungen	8
2.3.2	Bewegungsgleichung für atmosphärische Strömungen	8
2.3.3	Osborne Reynolds (1842-1912)	10
2.3.4	Ludwig Prandtl (1875-1953)	12
2.3.5	Lewis Fry Richardson (1881-1953)	12
2.3.6	Geoffrey Ingram Taylor (1886-1975)	12
2.3.7	Andrei Nikolajewitsch Kolmogorov (1903-1987)	13
2.3.8	Theodore von Kármán (1881-1963)	14
2.3.9	A.S. Monin (1921-2007) und A.M. Obukhov (1918-1989)	14
2.4	Doppler-Lidar-Messungen	15
2.4.1	Messprinzip	15
2.4.2	Erzeugung eines Laserpulses	16
2.4.3	Wechselwirkung mit der Atmosphäre	17
2.4.4	Signalauswertung	18
2.4.5	Beschränkungen von Lidar-Systemen	19
2.4.6	Räumliche Mittelung durch das Lidar	19
3	Verfahren zur Ableitung von Turbulenzparametern aus Lidarmessungen der Strukturfunktion	23
3.1	Von Kármán-Modell der Strukturfunktion	23
3.2	Von Kármán-Modell der Strukturfunktion für räumlich gemittelte Daten	24
3.3	Die Turbulenzparameter Varianz, Längenskala und Dissipationsrate	25
3.4	Anwendung des Verfahrens auf Lidarmessungen	27
3.4.1	Messmuster zur Messung der Strukturfunktion	27

3.4.2	Berechnung der Autokovarianz aus Lidarmessungen	28
3.4.3	Berechnung der Strukturfunktion aus Lidarmessungen	28
3.4.4	Anpassung des von Kármán-Modells der Strukturfunktion an die gemessene Strukturfunktion	29
4	Vergleichsmessung für die Überprüfung des Ableitungsverfahrens	31
4.1	Messgeräte	31
4.2	Messaufbau und Zeitraum	31
4.3	Rohdaten	32
4.4	Meteorologische Wettersituation	34
4.5	Entfernen von Ausreißern	34
5	Vergleich statistischer Kenngrößen der Zeitreihen	37
5.1	Mittelwerte	37
5.2	Varianz	39
5.3	Korrelation	40
6	Vergleich der integralen Längenskala aus Zeitreihen	45
6.1	Berechnung der integralen Längenskala	45
6.2	Einfluss der räumlichen Mittelung auf die integrale Längenskala	46
7	Überprüfung des Verfahrens zur Ableitung von Varianz, Längenskala und Dissipationsrate	51
7.1	Zeitreihen der Radialgeschwindigkeiten	51
7.1.1	Überprüfung des von Kármán-Modells	52
7.1.2	Überprüfung der Korrektur der räumlichen Mittelung	55
7.1.3	Untersuchung des Einflusses der Auswerterichtung	58
7.2	Räumliche Lidar-Messdaten	61
8	Einfluss der Mittelungslänge auf das Ableitungsverfahren	63
9	Anwendung des Ableitungsverfahrens auf Messungen der Vertikalstruktur aus dem HOPE Experiment	69
10	Verfahren zur Ableitung von Turbulenzparametern aus Lidarmessungen der Autokovarianz	75
11	Zusammenfassung	81
A	Zwischenrechnungen	83
A.1	Rechenweg von Gl. 2.38 zu Gl. 2.39	83
A.2	Rechenweg von Gl. 3.6 zu Gl. 3.7	83
A.3	Rechenweg von Gl. 3.9 zu Gl. 3.10	84
A.4	Rechnung zu Gleichung 10.4	85

B Auswahl des Bereiches der Separationen für das Ableitungsverfahren	87
C Abbildungen für das Ultraschallanemometer zu Kapitel 7.1.1	91
Abbildungsverzeichnis	93
Tabellenverzeichnis	97
Literaturverzeichnis	99

1. Einleitung

Der Erdboden hat für die Atmosphäre große Bedeutung (Stull, 2009). Er ist Umsatzfläche für einen Großteil der Strahlung, die aufgrund des Ungleichgewichts zwischen Tropen und Polen der Antrieb für die globale Zirkulation ist. Er ist Quelle und Senke für Feuchte, die zum Beispiel für konvektive Wettersysteme von Bedeutung ist. Die Reibung zwischen Atmosphäre und Erdoberfläche bewirkt eine Übertragung von Impuls und beeinflusst die Entwicklung von synoptischen Wettersystemen. Als Quelle und Senke für Aerosole und Spurengase hat der Erdboden auch Einfluss auf die Wolkenbildung und die Luftqualität.

Direkt über dem Erdboden schließt sich die atmosphärische Grenzschicht an, durch die alle Transporte von Energie, Masse und Impuls zwischen freier Atmosphäre und Erdboden führen. Ein Verständnis der Prozesse innerhalb der Grenzschicht ist wegen der Kopplung von Atmosphäre und Erdboden von großem Interesse.

Messungen der Vorgänge innerhalb der atmosphärischen Grenzschicht waren lange Zeit auf Mastmessungen am Boden sowie Flugzeugmessungen oder Sonden an Ballonen und Drachen begrenzt. Fernerkundungsgeräte, die ein großes Volumen der Grenzschicht vermessen können, haben daher ein großes Interesse in der Meteorologie erfahren. Doppler-Lidare sind dabei von besonderem Interesse, da sie mit großer Reichweite (bis zu 10 km), schneller Messfrequenz (ca. 10 Hz) und genauer räumlicher Auflösung ($\Delta x \approx 50$ m) die Windkomponente in Richtung des Laserstrahls messen können. Mithilfe von Doppler-Lidaren ist es möglich, Windstrukturen in der Grenzschicht direkt zu beobachten.

Damit ist das Potential von Doppler-Lidaren noch nicht ausgereizt. Messfrequenz und räumliche Auflösung ist bei Doppler-Lidaren gut genug, um Turbulenzparameter, d.h. statistischen Kennzahlen der Turbulenz, direkt ableiten zu können. Allerdings unterliegen die Ergebnisse für diese Turbulenzparameter systematischen Fehlern durch eine messprinzipbedingte räumliche Mittelung. Es wurden von Frehlich et al. (1998) ein Auswerteverfahren formuliert, mit welchem es möglich ist, die Auswirkung der räumlichen Mittelung auf diese Turbulenzparameter zu korrigieren. Das Verfahren basiert auf einem von Kármán-Turbulenzmodell, das einen vereinfachten Zusammenhang zwischen Turbulenzparametern und dem turbulenten Windfeld beschreibt. Das Turbulenzmodell wurde von Frehlich et al. (1998) um die räumliche Mittelung des Doppler-Lidars erweitert. Dadurch sollen aus Messdaten des Lidars Turbulenzparameter wie Längenskalen und Varianzen korrekt abgeleitet werden können. Damit ist es möglich aus Lidarmessungen genaue Informationen über Ausbreitungs- und Austauschprozesse innerhalb der Grenzschicht über große Bereiche zu erhalten. Erste Anwendungen dieses Verfahrens sind in Davies et al. (2004) und Frehlich et al.

(2006) gezeigt.

Am Institut für Meteorologie und Klimaforschung - Forschungsbereich Troposphäre (IMK-TRO) des Karlsruher Institut für Technologie (KIT) sind mehrere Doppler-Lidare mit unterschiedlicher Auflösung und Reichweite vorhanden. Die Kombination dieser Geräte erlaubt eine hochaufgelöste Abtastung der Strömungsverhältnisse innerhalb der Grenzschicht (Stawiarski, 2014). Als Bestandteil des KITcubes (System von in-situ-Messgeräten und Fernerkundungssystemen zur Vermessung eines ca. 1000 km³ Volumens der Atmosphäre) werden die Doppler-Lidare zur Messung von Turbulenz und Konvektion in der Grenzschicht eingesetzt.

Ziel dieser Arbeit ist es, das Verfahren von Frehlich et al. (1998) zur Ableitung von Turbulenzparametern aus Lidarmessungen zu implementieren. Dabei sollen grundlegende Fragestellungen zu Auswirkungen von Lidareinstellungen, Messmustern und Eigenschaften des Verfahrens erforscht werden. Es soll überprüft werden, ob die Turbulenzparameter Varianz und Längenskala mit einem von Kármán-Modell zuverlässig abgeleitet werden können, indem sie über alternative Methoden berechnet werden. Der Erfolg der Korrektur der räumlichen Mittelung soll anhand einer Referenzmessung durch ein Ultraschallanemometer überprüft werden. Die Arbeit fügt sich damit in eine Reihe von Forschungsarbeiten in der Arbeitsgruppe „Kohärente Strukturen“ ein, mit dem Ziel die Erkundung der Grenzschicht mit Doppler-Lidaren zu verbessern.

2. Grundlagen

2.1 Die atmosphärische Grenzschicht

2.1.1 Aufbau der Atmosphäre

Die Atmosphäre ist eine Gashölle, die den gesamten Planeten umspannt. Sie setzt sich zu einem großen Teil aus Stickstoff, Sauerstoff und einem variablen Anteil von Wasserdampf zusammen (Tab.2.1). Die physikalischen und chemischen Wechselwirkungen machen die Atmosphäre zu einem höchst komplexen thermodynamischen System (Kraus, 2008).

Die Atmosphäre wird anhand ihres mittleren, vertikalen Temperaturgradienten in Schichten eingeteilt (Abb. 2.1). Das täglich erlebte Wettergeschehen findet in der Troposphäre statt. Sie wird nach oben durch die Tropopause von der Stratosphäre abgegrenzt. Nach unten ist sie durch den Erdboden und die Grenzschicht begrenzt.

2.1.2 Aufbau der Grenzschicht

Die atmosphärische Grenzschicht ist die Schicht zwischen Erdoberfläche und freier Atmosphäre, die durch den Erdboden direkt beeinflusst wird (Stull, 2009). Vertikale Struktur und Höhe der Grenzschicht sind räumlich und zeitlich sehr variabel. Die vertikale Erstreckung hängt von der Rauigkeit des Bodens und der Stabilität der Schichtung ab. Sie reicht über Land von wenigen hundert Metern für eine stabile nächtliche Grenzschicht bis mehreren Kilometern unter konvektiven Bedingungen. Nach oben wird die Grenzschicht häufig durch eine Inversion begrenzt. Strömungen innerhalb der Grenzschicht sind überwiegend turbulent. Insbesondere der vertikale Transport von Eigenschaften innerhalb der Grenzschicht findet hauptsächlich turbulent statt. Im Gegensatz zur restlichen Atmosphäre unterliegt die Grenzschicht einem Tagesgang.

Tabelle 2.1: Zusammensetzung der Atmosphäre für eine bodennahe Luftschicht ohne Aerosole (Kraus, 2004). Der Anteil ist in Volumenprozent angegeben.

Gas	Anteil
Stickstoff	78%
Sauerstoff	21%
Wasserdampf	Variabel
Argon	0,9%
Spurengase	0,1%

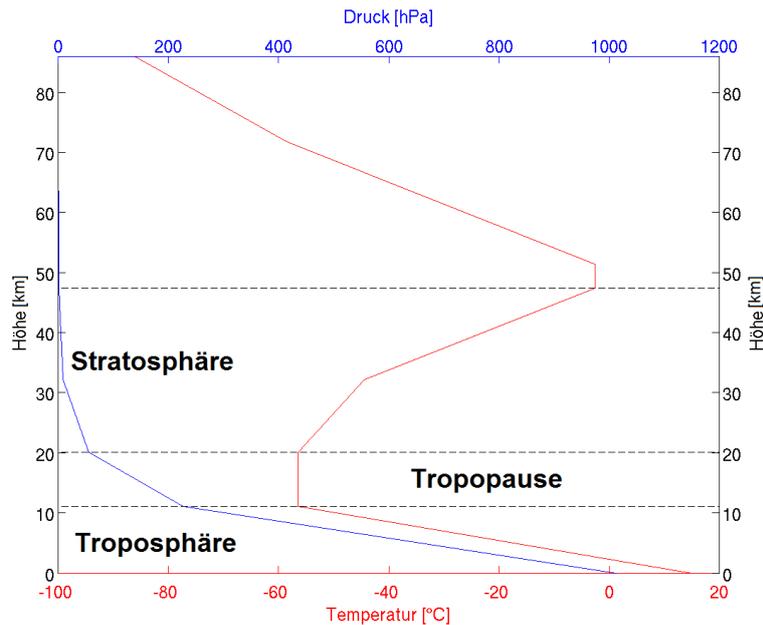


Abbildung 2.1: Die mittleren Vertikalprofile für Temperatur (rot) und Druck (blau) nach der U.S. Standard Atmosphäre von 1976. Zahlenwerte von Kraus (2004) entnommen und können näherungsweise als Jahresmittel für die mittleren Breiten betrachtet werden.

Eine allgemeine Beschreibung der atmosphärischen Grenzschicht ist wegen der aufgezeigten Variabilität schwer möglich. Im Folgenden sollen daher nur grundlegende Charakteristiken der Grenzschicht herausgestellt werden.

Die atmosphärische Grenzschicht lässt sich anhand der Schichtungsstabilität in drei Typen kategorisieren (z.B. Kraus, 2008):

- **Dynamische Grenzschicht:** Dieser Typ der Grenzschicht wird vor allem durch dynamische Prozesse bestimmt. Die thermische Produktion von Turbulenz ist von geringer Bedeutung und sie wird vor allem durch die Windscherung erzeugt. Für diesen Typ findet sich aus der Theorie die Ekman-Spirale, als Darstellung des Windvektors in Abhängigkeit von der Höhe. Er ist in Reinform selten zu beobachten.
- **Stabile Grenzschicht:** Dieser Grenzschichttyp setzt ein stabiles vertikales Temperaturprofil voraus. Er kann in wolkenlosen Nächten oder bei Überströmung eines kalten Bodens mit warmer Luft auftreten. Die Turbulenz ist in diesem Grenzschichttyp sehr schwach ausgeprägt und nimmt schnell mit der Höhe ab. Der Abbau von Turbulenz durch die Stabilität ist größer als die dynamische Erzeugung.
- **Konvektive Grenzschicht:** Eine konvektive Grenzschicht ist durch eine starke Durchmischung geprägt. Die Erzeugung der Turbulenz findet hauptsächlich thermisch statt.

Eine scharfe Abgrenzung dieser Typen ist in der realen Grenzschicht nicht immer möglich. Ein typischer Tagesgang der Grenzschicht über Land bei Strahlungswetter, beinhaltet im Verlauf eines

Tages Elemente von mehreren Grenzschichttypen (Abb. 2.2) und hat Schichten mit typischen Eigenschaften (Stull, 2009):

- Viskose/Laminare Randschicht: Eine schmale Schicht (< 1 mm), die sich direkt an die Oberfläche anschließt. In dieser Schicht spielen die molekularen Transportvorgänge eine wichtige Rolle.
- Prandtl-Schicht (engl. surface layer): Die Prandtl-Schicht liegt über der viskosen Randschicht. Sie nimmt ca. 10% der gesamten Grenzschichthöhe ein. Der mittlere Wind nimmt in dieser Schicht ohne Richtungsänderung nahezu logarithmisch mit der Höhe zu. Turbulente Flussdichten werden in der Prandtl-Schicht-Theorie als konstant angenommen.
- Mischungsschicht (engl. mixed layer): Die Turbulenz in der Schicht ist oft durch Konvektion bestimmt. In ihr erzeugen thermische Auf- und Abwinde eine starke Durchmischung von Feuchte, Wärme und Aerosolen. Die Profile von Feuchte und potentieller Temperatur sind näherungsweise konstant mit der Höhe.
- Randzone (engl. entrainment zone): Ein stabiler Übergangsbereich zwischen der turbulenten Mischungsschicht und der laminaren freien Atmosphäre. In ihr finden Einmischprozesse von der freien Atmosphäre in die Grenzschicht statt. Die vertikale Erstreckung der Randzone ist sehr variabel, aber beträgt typischerweise 30% der Mischungsschicht. Die Höhe der Grenzschicht ist je nach Definition unterschiedlich, aber immer innerhalb der Randzone (Träumner, 2013).

2.2 Statistische Grundlagen

Statistik ist ein mächtiges Werkzeug um zum Beispiel große Datenmengen auf wenige Kennzahlen zu reduzieren. In dieser Arbeit verwendete statistische Maßzahlen und Methoden werden im Folgenden eingeführt.

Mittelwert und Varianz

Der arithmetische Mittelwert \bar{x} der Werte x_i mit $i = 1 \dots N$ ist gegeben durch (siehe z.B. Schlittgen und Streitberg, 2001):

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i. \quad (2.1)$$

Es gibt räumliche, zeitliche und Ensemble-Mittelwerte. Die Annahme, dass diese Mittelwerte identisch sind wird Ergodizität genannt. Dies gilt bei homogener und statistisch stationärer Turbulenz (Stull, 2009).

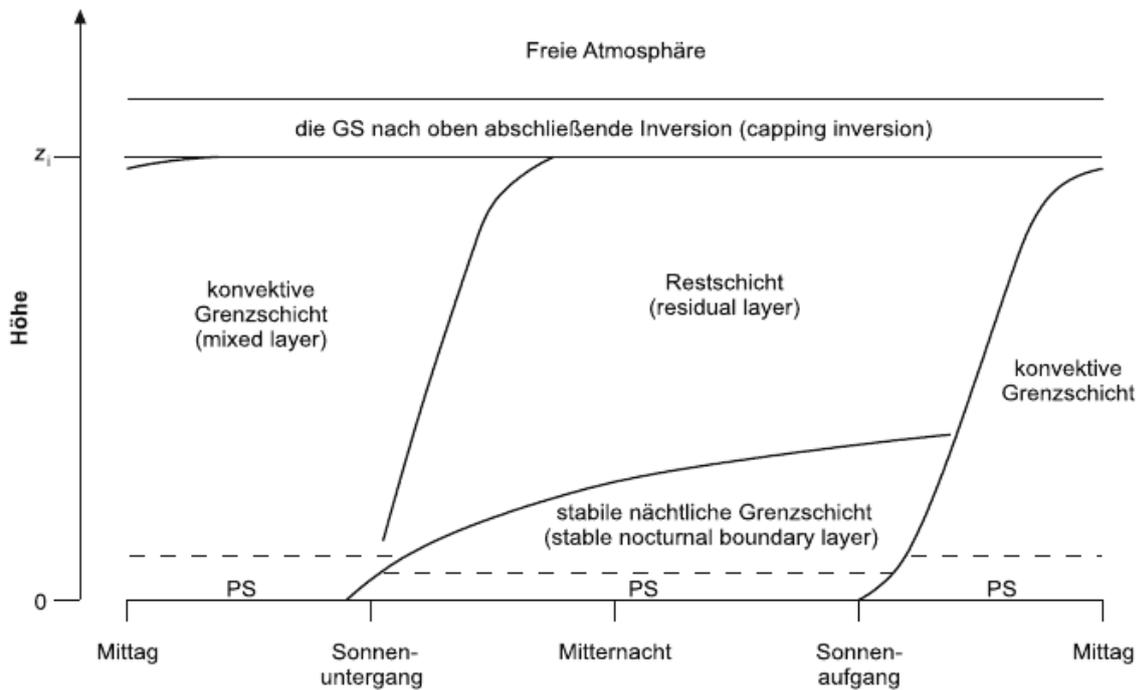


Abbildung 2.2: Schematischer Tagesgang der Grenzschicht für einen Strahlungstag nach Stull (2009). Abbildung aus Kraus (2008) entnommen.

Die Streuung der Messwerte um den Mittelwert \bar{x} wird durch die Stichprobenvarianz σ_x^2 beschrieben (Schlittgen und Streitberg, 2001):

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2. \quad (2.2)$$

Die Wurzel der Varianz ist die Standardabweichung σ_x . Im Folgenden wird für eine Mittelung die Notation $\langle \rangle$ verwendet.

Kovarianz und Korrelationskoeffizient

Die Kovarianz von x und y ist durch

$$B_{xy} = \langle (x - \langle x \rangle)(y - \langle y \rangle) \rangle \quad (2.3)$$

gegeben (Schlittgen und Streitberg, 2001). Normierung der Kovarianz mit den Standardabweichungen σ_x und σ_y ergibt den Korrelationskoeffizient nach Bravais-Pearson (Schlittgen und Streitberg, 2001):

$$r_{xy} = \frac{B_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}. \quad (2.4)$$

Er quantifiziert die lineare Abhängigkeit zweier Datenreihen. Der Wertebereich des Korrelationskoeffizienten ist $[-1, 1]$. Je größer der Betrag des Korrelationskoeffizienten ist, desto stärker die

lineare Abhängigkeit. Dabei ist zu beachten, dass eine lineare Abhängigkeit durch weit entfernt liegende Ausreißer vorgetäuscht werden kann. Der Korrelationskoeffizient ist dann nicht robust. Außerdem muss geprüft werden, ob der berechnete Korrelationskoeffizient signifikant ist oder zufällig zustande kommen kann.

Zur Prüfung der Robustheit wurde ein Jackknife-Verfahren verwendet (Albers et al., 2009). Aus den beiden Datenreihen werden nacheinander $i = 1 \dots N$ Wertepaare weggelassen. Es wird immer das Wertepaar entfernt, das den Betrag des Korrelationskoeffizienten am meisten verringert. Als Maß für die Robustheit wird das Verhältnis der entfernten Wertepaare zur Gesamtmenge, bis der Betrag des Korrelationskoeffizienten halbiert wurde, verwendet. Der Korrelationskoeffizient ist umso robuster, je größer der Anteil ist.

Das Konfidenzintervall für ein gegebenes Signifikanzniveau von z.B. 95% wurde durch ein Bootstrap-Verfahren berechnet (Albers et al., 2009). Es werden aus der Datenreihe zufällig N Werte mit Zurücklegen gezogen. Für jede gezogene Datenreihe wird der Korrelationskoeffizient berechnet. Häufiges wiederholen ergibt eine Verteilung der Korrelationskoeffizienten, aus deren Perzentilen das Konfidenzintervall bestimmt wird. Es wurden in dieser Arbeit tausend Datenreihen gezogen.

Der Korrelationskoeffizient wird in Abbildungen oft in Zusammenhang mit einer linearen Regression angegeben und wird in der Form $r(a - b, c), y = mx$ dargestellt. Dabei ist r der Wert des Korrelationskoeffizienten, a und b sind die Grenzen des Konfidenzintervalls, c das Maß für die Robustheit und m die Steigung einer linearen Regression.

Autokovarianz und Autokorrelation

Die Autokovarianz einer Datenreihe x_i mit äquidistanten Werten ist definiert als (Schlittgen und Streitberg, 2001):

$$B_x(s) = \langle (x_i - \bar{x})(x_{i+s} - \bar{x}) \rangle \quad (2.5)$$

Die Autokovarianz für eine Verschiebung $s = 0$ entspricht der Varianz σ_x^2 . Analog zu Varianz und Mittelwert kann eine Autokovarianz sowohl räumlich, zeitlich oder für ein Ensemble berechnet werden. Die Autokorrelationsfunktion $R_x(s)$ ist die normierte Autokovarianz (Schlittgen und Streitberg, 2001):

$$R_x(s) = \frac{B_x(s)}{\sigma_x^2} = \frac{\langle (x_i - \bar{x})(x_{i+s} - \bar{x}) \rangle}{\langle x - \langle x \rangle \rangle^2}. \quad (2.6)$$

Die Autokorrelation und Autokovarianz sind ein Maß dafür, wie ähnlich die um s verschobene Zeitreihe zur Unverschobenen ist. Die Autokovarianz beinhaltet alle Informationen über die Datenreihe.

Für Feldgrößen x können die Separationen s der Autokovarianz und Autokorrelation in verschiedene Richtungen gebildet werden. Für vektorielle Feldgrößen \boldsymbol{x} können zusätzlich unterschiedliche Komponenten von \boldsymbol{x} zur Berechnung der Varianz oder Korrelation verwendet werden. Sind die Richtung von s und die Komponenten von \boldsymbol{x} parallel, heißt die Autokovarianz longitudinal. Stehen sie senkrecht zueinander, heißt sie transversale Autokovarianz.

Strukturfunktion

Die Strukturfunktion ist definiert als (Frehlich, 1997):

$$D_x(s) = \langle (x_i - x_{i+s})^2 \rangle. \quad (2.7)$$

Die Strukturfunktion beinhaltet die gleichen Informationen wie die Autokovarianz und kann in diese umgerechnet werden, wenn die Varianzen x_i^2 und x_{i+s}^2 als identisch angenommen werden:

$$D_x(s) = \langle x_i^2 - 2x_i x_{i+s} + x_{i+s}^2 \rangle \quad (2.8a)$$

$$= \langle 2x_i^2 - 2x_i x_{i+s} \rangle \quad (2.8b)$$

$$= 2[B_x(0) - B_x(s)] \quad (2.8c)$$

Analog gibt es für Vektorfelder \boldsymbol{x} transversale und longitudinale Strukturfunktionen.

2.3 Beschreibung der Turbulenz

Um das in dieser Arbeit verwendete Verfahren zur Ableitung von Turbulenzparametern zu verstehen und richtig anzuwenden, ist es notwendig, sich mit der Beschreibung von Turbulenz zu befassen. Im folgenden Kapitel werden dafür wichtige wissenschaftliche Entdeckungen der Turbulenzforschung hin zum aktuellen Forschungsstand zusammengefasst. Allgemeinere Einführungen sind in vielen Lehrbüchern zu finden (z.B. Kraus, 2008).

2.3.1 Laminare und turbulente Strömungen

Strömungen werden grundsätzlich in zwei Kategorien unterschieden: Laminare und turbulente Strömungen (Abbildung 2.3). Laminare Strömungen haben glatte und parallele Stromlinien und eine geringe Durchmischung quer zur Strömungsrichtung. Turbulente Strömungen haben ein unregelmäßiges, verwirbeltes Strömungsbild und eine starke Vermischung quer zur Strömung. Sie sind grundsätzlich dreidimensional und zeitabhängig (Oertel jr et al., 1996). Der phänomenologische Unterschied zwischen beiden Strömungstypen wurde nach Kraus (2008) schon im Jahr 1839 von Hagen beschrieben.

2.3.2 Bewegungsgleichung für atmosphärische Strömungen

Eine mathematische Beschreibung einer Strömung liefern Bewegungsgleichungen. Aus der Verallgemeinerung des Newton'schen Impulssatzes für ein materielles Flüssigkeits- oder Gasvolumen durch A.L. Cauchy ergibt sich die allgemeinste Bewegungsgleichung für Strömungen (Pichler, 1997):

$$\rho \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \rho \boldsymbol{f} + \nabla \cdot \boldsymbol{T}. \quad (2.9)$$

Dabei ist $\rho(\boldsymbol{x}, t)$ die Dichte, $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x}, t)$ der dreidimensionale Geschwindigkeitsvektor, \boldsymbol{T} ist der Spannungstensor und \boldsymbol{f} sind angreifende Volumenkräfte. Der Spannungstensor ist ein Tensor zweiter

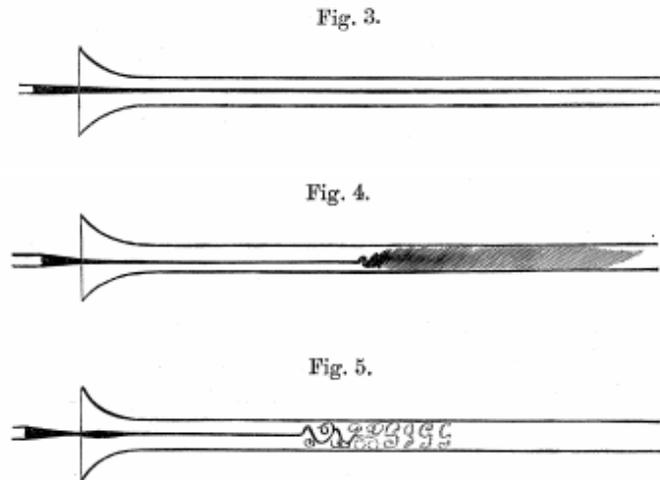


Abbildung 2.3: Zeichnung der Ergebnisse von Reynolds Farbfaden Experiment. Oben: Laminare Strömung, Mitte: Übergangsbereich, Unten: Turbulente Strömung. Bilder stammen aus der Arbeit von Reynolds (1883).

Stufe und beschreibt die Oberflächenkräfte. Diese spalten sich in Normalspannungen durch den Druck und Tangentialspannungen durch molekulare Reibung auf (Pichler, 1997):

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{E} + \mathbf{P}. \quad (2.10)$$

Es ist $p(\mathbf{x}, t)$ der Druck, \mathbf{E} die Einheitsmatrix und \mathbf{P} der viskose Reibungstensor. Mit dem Ansatz von G.G. Stokes für den Reibungstensor wird die Divergenz des Spannungstensors (Pichler, 1997) zu

$$\nabla \cdot \mathbf{T} = -\nabla p + \nabla \cdot \mathbf{P} \quad (2.11)$$

$$= -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \left(\lambda + \frac{\mu}{3} \right) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}). \quad (2.12)$$

Darin treten die dynamische Viskosität μ und die Volumenviskosität λ auf. Im Allgemeinen sind diese materialspezifischen Größen abhängig von Druck und Temperatur, doch für meteorologische Anwendungen können sie als Konstanten betrachtet werden (Pichler, 1997). Werden die Massenkräfte auf die Schwerkraft der Erde beschränkt und die Gleichungen in ein rotierendes Koordinatensystem transformiert, ergeben sich die Navier-Stokes-Gleichungen für atmosphärische Strömungen (Pichler, 1997):

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot (\nabla \mathbf{v}) \right) = -\nabla p - \rho \nabla \phi - 2\rho \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \left(\lambda + \frac{\mu}{3} \right) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) \quad (2.13)$$

Es ist ϕ das Geopotential und Ω die Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation. Für ein inkompressibles Fluid ($\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$) vereinfachen sich die Navier-Stokes-Gleichungen zu (Pichler, 1997):

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p - \rho \nabla \phi - 2\rho \Omega \times \mathbf{v} + \mu \nabla^2 \mathbf{v}. \quad (2.14)$$

Die Navier-Stokes-Gleichung ist eine partielle, nicht lineare Differentialgleichung. Ihre allgemeine Lösung ist unbekannt und eines der Millennium-Probleme des Clay Mathematics Institute (Carlson et al., 2006).

Für Turbulenz ist der nichtlineare Term $\mathbf{v} \cdot (\nabla \mathbf{v})$ von zentraler Bedeutung. In turbulenten Strömungen verursachen die nichtlinearen Wechselwirkungen auf unterschiedlichen Skalen ein deterministisch-chaotisches Verhalten (Pichler, 1997).

Ein Merkmal von chaotischen Systemen ist, dass kleine Änderungen der Anfangsbedingungen ein vollständig anderes Verhalten des Systems zur Folge haben können. Ein einfaches Beispiel für derartige Systeme ist der Lorenz-Attraktor (Pichler, 1997). Einige wesentliche Fortschritte in der stochastischen Beschreibung von Turbulenz werden im folgenden dargestellt.

2.3.3 Osborne Reynolds (1842-1912)

Die ersten Ansätze zur mathematischen Beschreibung der Turbulenz stammen von Reynolds (1883) aus Untersuchungen von Rohrströmungen. Er erkannte, dass der Übergang von laminaren zu turbulenten Strömungen von der Strömungsgeschwindigkeit v , der Zähigkeit des Fluids ν und der Strömungsgeometrie abhängt. Die nach ihm benannte dimensionslose Reynoldszahl charakterisiert diesen Zusammenhang:

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu}. \quad (2.15)$$

Es ist $\nu = \mu/\rho$ die kinematische Viskosität und d eine charakteristische Längenskala (z.B. Durchmesser eines Rohres oder umströmten Gegenstandes). Die Reynoldszahl gibt das Verhältnis von Trägheitskraft zur molekularen Reibungskraft an (Stull, 2009). Eine Strömung wird turbulent, wenn Re einen kritischen Wert übersteigt.

O. Reynolds zweiter wichtiger Beitrag zur Beschreibung von Turbulenz ist die Reynoldszerlegung: Das Zerlegen einer Zustandsgröße in einen Mittelwert und eine Abweichung davon:

$$x = \bar{x} + x'. \quad (2.16)$$

Der Mittelwert \bar{x} sollte ein Ensemblemittel sein, muss aber in der Meteorologie durch ein zeitliches oder räumliches Mittel ersetzt werden (Kap. 2.2). Für die Mittelwerte gelten folgende Re-

chenregeln:

$$\overline{\bar{x}} = \bar{x} \quad (2.17a)$$

$$\overline{x'} = 0 \quad (2.17b)$$

$$\overline{cx} = c\bar{x}, \text{ wenn } c=\text{konst.} \quad (2.17c)$$

$$\overline{x + y} = \bar{x} + \bar{y} \quad (2.17d)$$

$$\overline{xy} = \bar{x}\bar{y} + \overline{x'y'}. \quad (2.17e)$$

Diese Zerlegung, angewendet auf die Zustandsgrößen in den inkompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen, unter Vernachlässigung turbulenter Dichtefluktuationen, erlaubte die Formulierung der Reynoldsgleichungen (Etling, 2008):

$$\bar{\rho} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_k \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \right) = -\epsilon_{ijk} f_j \bar{u}_k \bar{\rho} - \bar{\rho} g \delta_{i3} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_k^2} - \bar{\rho} \frac{\partial \overline{u'_k u'_i}}{\partial x_k}. \quad (2.18)$$

In den Gleichungen für die gemittelte Windgeschwindigkeit treten mit $\overline{u'_k u'_i}$ neue Unbekannte in den Gleichungen auf. Diese Kovarianzen der turbulenten Fluktuationen sind statistische Momente, die die Turbulenz kennzeichnen und aus dem nichtlinearen Term der Navier-Stokes-Gleichungen resultieren. Das Gleichungssystem hat durch die neuen Terme mehr Unbekannte als Gleichungen und ist nicht mehr geschlossen. Um das Schließungsproblem zu umgehen, müssen die neuen Unbekannten auf bekannte Größen zurückgeführt werden. Dieses Vorgehen wird als Parametrisierung bezeichnet.

Da der neue Term formale Ähnlichkeit zur molekularen Reibung hat, wird er auch als turbulente Reibung bezeichnet. Analog zur molekularen Reibung kann die turbulente Reibung als die Divergenz des Reynoldsen Spannungstensors beschrieben werden (Etling, 2008):

$$\tau_{ki} = -\overline{\rho u'_k u'_i}. \quad (2.19)$$

Ebenfalls analog zur molekularen Diffusion bewirken die turbulenten Kovarianzen einen Transport, der als turbulente Diffusion bezeichnet wird, dessen Wirkung am Beispiel in Abbildung 2.3 zu sehen ist. Die Parametrisierung erfolgt in Analogie zum Stokes'schen Ansatz (Gl. 2.18) beispielsweise durch K-Ansätze (Etling, 2008):

$$\overline{u'_k u'_i} = -K \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} + \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_i} \right). \quad (2.20)$$

Damit sind die turbulenten Fluktuationen über die Gradienten der Mittelwerte und den turbulenten Diffusionskoeffizient K beschrieben. Die Gestalt von K ist Gegenstand von Turbulenztheorien und es wird in Kapitel 2.3.9 eine moderne Beschreibung vorgestellt. Für viele Anwendungen wird K auch als konstant angenommen.

2.3.4 Ludwig Prandtl (1875-1953)

Der Begriff der Grenzschicht wurde 1904 von Ludwig Prandtl eingeführt (Prandtl, 1904). Er erkannte, dass eine Strömung über einer reibungsbehafteten Oberfläche in zwei Bereiche aufgeteilt werden kann. Eine Grenzschicht innerhalb der die Strömung vom Rand beeinflusst wird und die Reibung nicht vernachlässigt werden kann. Zum anderen die freie Strömung außerhalb der Grenzschicht, in der die Reibung vernachlässigt werden kann.

Die Strömung in der Grenzschicht kann in Abhängigkeit von der Reynoldszahl laminar oder turbulent sein. Die Strömungsgeschwindigkeit verschwindet direkt an der Oberfläche und nimmt am Rand der Grenzschicht den Wert der freien Strömung an. Die Profile für Temperatur, Feuchte oder andere Eigenschaften innerhalb der Grenzschicht hängen ebenfalls von den Randbedingungen und den Eigenschaften der freien Strömung ab.

Auch in der Atmosphäre bildet sich über der Erdoberfläche eine Grenzschicht aus. Grundlegendes zum Aufbau und den Eigenschaften der atmosphärischen Grenzschicht sind in Kapitel 2.1.2 beschrieben.

Außerdem wurde von Prandtl das Konzept des Mischungsweges eingeführt (Kraus, 2008). Es ist eine anschauliche Turbulenztheorie zur Parametrisierung der turbulenten Kovarianzen.

2.3.5 Lewis Fry Richardson (1881-1953)

Richardson prägte mit seiner Vorstellung der Turbulenz als eine Kaskade von Wirbeln das heutige physikalische Verständnis. Die größten Wirbel beziehen ihre Energie aus der mittleren Strömung und zerfallen in immer kleinere Wirbel, bis sie auf den kleinsten Skalen durch molekulare Viskosität in Wärme dissipiert werden (Richardson, 1920). Dieser Vorgang ist als Energiekaskade bekannt.

Außerdem erkannte er aus Untersuchungen der nächtlichen Grenzschicht, dass die Stärke von Turbulenz von der Windscherung und der Temperaturschichtung abhängen (Richardson, 1923). Dieser Zusammenhang wird in der Richardsonzahl verwendet um zu bestimmen, ob die Strömung turbulent ist. In der Gradientenform ist die Richardsonzahl durch

$$Ri = \frac{g}{\Theta_v} \frac{\frac{\partial \overline{\Theta_v}}{\partial z}}{\left(\frac{\partial v_h}{\partial z}\right)^2} \quad (2.21)$$

gegeben mit v_h dem Horizontalwind und Θ_v der potentiellen Temperatur (Stull, 2009). Eine Strömung wird laminar, wenn die Richardsonzahl einen kritischen Wert Ri_c unterschreitet und turbulent, wenn sie einen kritischen Wert Ri_T überschreitet. Stull (2009) gibt als Werte für $Ri_c = 0,25$ und $Ri_T = 1,0$ an.

2.3.6 Geoffrey Ingram Taylor (1886-1975)

Taylor formulierte die Hypothese, dass unter bestimmten Voraussetzungen eine simultane Messung an mehreren Orten durch eine Zeitreihe an einem festen Ort ersetzt werden kann. Seine

Worte aus der Arbeit von 1938 waren (Taylor, 1938):

„If the velocity of the air stream which carries the eddies is very much greater than the turbulent velocity, one may assume that the sequence of changes in u at the fixed point are simply due to the passage of an unchanging pattern of turbulent motion over the point[.]”

Damit kann die Zeitreihe einer Größe in eine Funktion des Ortes x in Richtung des mittleren Windes \bar{v} überführt werden:

$$t \rightarrow \frac{x}{\bar{v}}. \quad (2.22)$$

Die Anwendung von Taylors Hypothese der „eingefrorenen“ Turbulenz (engl. frozen turbulence) in der Atmosphäre ist für bestimmte Bedingungen erlaubt und wird zur Interpretation von Messungen in der Atmosphäre genutzt (Willis und Deardorff, 1976).

2.3.7 Andrei Nikolajewitsch Kolmogorov (1903-1987)

Kolmogorov legte durch seine Ähnlichkeitshypothesen wichtige Grundsteine für die moderne mathematische Beschreibung der Turbulenz. Er betrachtete turbulente Größen innerhalb eines materiellen Volumens als Zufallsvariablen mit einer Verteilungsfunktion. Darauf basierend definierte er die Begriffe der homogenen und isotropen Turbulenz (Kolmogorov, 1941):

- Turbulenz ist homogen, wenn die Verteilungsfunktion unabhängig von Ort und Zeit ist.
- Turbulenz ist isotrop, wenn sie homogen ist und die Verteilungsfunktion invariant gegenüber Rotation und Spiegelung des Koordinatensystems ist.

Weiter formulierte er die Ähnlichkeitshypothesen, die den universellen Charakter der Turbulenz beschreiben (Kolmogorov, 1941):

1. Ähnlichkeitshypothese: Für isotrope Turbulenz ist die Verteilungsfunktion durch die kinematische Viskosität ν und die Dissipationsrate der turbulenten, kinetischen Energie in Wärme $\epsilon = \nu \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \right)^2$ festgelegt.
2. Ähnlichkeitshypothese: Wenn die Längenskalen im Vergleich zur (heute nach ihm benannten) Kolmogorov-Mikroskala $\lambda = \nu^{3/4} \epsilon^{-1/4}$ groß sind, dann ist die Verteilung nur durch die Energiedissipationsrate ϵ bestimmt.

Die zweite Hypothese definiert den Inertialbereich der Turbulenz. Für den Inertialbereich folgerte er eine Proportionalität der Strukturfunktion $D(s)$ zur Energiedissipationsrate ϵ und der Separation s (Kolmogorov, 1941):

$$D(s) \sim C \bar{\epsilon}^{2/3} s^{2/3}.$$

Die Proportionalitätskonstante wurde mit $C = 2$ bestimmt (Frehlich et al., 2006). Dass Turbulenz innerhalb bestimmter Skalen allgemeinen stochastischen Regeln folgt, ist zentraler Ansatzpunkt für moderne Beschreibungen des Turbulenzproblems.

2.3.8 Theodore von Kármán (1881-1963)

Theodore von Kármán formulierte in seiner Arbeit von 1948 universelle Funktionen für die longitudinale Autokorrelation $R_l(s, t)$ und die transversale Autokorrelation $R_t(s, t)$ (von Kármán, 1948):

$$R_l(s, t) = \frac{v_i(\mathbf{x}, t)v_i(\mathbf{x} + s\mathbf{e}_i, t)}{v_i^2} \quad (2.23)$$

$$R_t(s, t) = \frac{v_i(\mathbf{x}, t)v_i(\mathbf{x} + s\mathbf{e}_j, t)}{v_i^2}. \quad (2.24)$$

Es sind s die Separationen, v_i eine beliebige Windkomponente, \mathbf{e}_i ein Einheitsvektor parallel zu v_i und \mathbf{e}_j ein Einheitsvektor senkrecht zu v_i . Für die Herleitung des Turbulenzmodells machte von Kármán (1948) mehrere Annahmen, unter anderem homogene und isotrope Turbulenz. Die universellen Funktionen für $R_l(\frac{s}{L})$ und $R_t(\frac{s}{L})$ sind in Abhängigkeit einer Längenskala L formuliert (von Kármán, 1948, Gl.17):

$$R_l\left(\frac{s}{L}\right) = \frac{2^{2/3}}{\Gamma(1/3)} \left(\frac{s}{L}\right)^{1/3} K_{1/3}\left(\frac{s}{L}\right) \quad (2.25)$$

und

$$R_t\left(\frac{s}{L}\right) = \frac{2^{2/3}}{\Gamma(1/3)} \left(\frac{s}{L}\right)^{1/3} \left[K_{1/3}\left(\frac{s}{L}\right) - \frac{s}{2L} K_{2/3}\left(\frac{s}{L}\right) \right]. \quad (2.26)$$

Es sind $\Gamma(x)$ die Gammafunktion, $K_{1/3}(x)$ und $K_{2/3}(x)$ die modifizierten Besselfunktionen der Ordnung $1/3$ und $2/3$ (I.N. Bronstein und K.A. Semendjaew, 2013):

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt \text{ für } \operatorname{Re}(x) > 0, \quad (2.27a)$$

$$K_p(x) = \frac{\pi(I_{-p}(x) - I_p(x))}{2 \sin(p\pi)} \text{ für } x \in (0, \infty), \quad (2.27b)$$

$$I_p(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k! \cdot \Gamma(p+k+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k+p}. \quad (2.27c)$$

Die Längenskala L bezeichnete er als eine Länge, die die Turbulenz charakterisiert. Eine genauere Definition ist in seiner Arbeit nicht gegeben oder zitiert. Mit diesem Modell kann homogene und isotrope Turbulenz auf die Turbulenzparameter L und σ^2 zurückgeführt werden.

2.3.9 A.S. Monin (1921-2007) und A.M. Obukhov (1918-1989)

Monin und Obukhov entwickelten auf Basis der Ähnlichkeitshypothesen von Kolmogorov eine Ähnlichkeitstheorie. Sie erlaubt es, die Profile der Mittelwerte von Temperatur, Wind und Konzentrationen von passiven Substanzen in der Prandtlschicht mit universellen Funktionen zu beschreiben. Die universellen Funktionen werden in Abhängigkeit von dimensionslosen Größen formuliert, welche aus Längen-, Temperatur-, und Geschwindigkeitsskalen sowie abhängigen Variablen des Problems gebildet werden. Ihre Theorie gilt sowohl für stabile als auch instabile

Schichtungen, wurde aber unter erheblichen Einschränkungen aufgestellt. Monin und Obukhov (1954) fanden für den turbulenten Austauschkoefizient für Impuls (vgl. Abschnitt 2.3.3):

$$K(z) = \frac{\kappa u_* z}{\varphi\left(\frac{z}{L_{Mo}}\right)}$$

Dabei ist $\kappa \approx 0,4$ die von Kármánkonstante, u_* die Schubspannungsgeschwindigkeit, z die Höhe, L_{Mo} die Obukhov-Länge und $\varphi(z/L_{Mo})$ eine Stabilitätsfunktion. Die Stabilitätsfunktion wurden in vielen Experimenten mit unterschiedlichen Ergebnissen bestimmt (Foken, 2006, S. 263).

Die Ähnlichkeitstheorie stellt derzeit den Stand der Forschung dar und wird in Wettermodellen zur Beschreibung der Wechselwirkung zwischen Oberfläche und Atmosphäre benutzt (European Centre for Medium-Range Weather Forecasts, 2013).

2.4 Doppler-Lidar-Messungen

Ein LIDAR (Light Detection And Ranging) ist ein aktives Fernerkundungsgerät. In der Meteorologie werden Lidare zur Messung von Windgeschwindigkeiten, Spurengasen und Aerosolen verwendet. Im Folgenden soll ein Doppler-Lidar zur Messung der Windgeschwindigkeit betrachtet werden.

2.4.1 Messprinzip

Das Messprinzip eines Doppler-Lidars ist schematisch in Abbildung 2.4 gezeigt. Das Lidar sendet einen gepulsten Laserstrahl mit der Frequenz f_0 und der Länge Δr in die Atmosphäre aus. Der Laserpuls wird von Aerosolen gestreut und erfährt dabei eine Dopplerverschiebung aufgrund der Bewegung der Aerosolteilchen mit dem Wind. Das gestreute Signal hat eine Frequenz von

$$f = f_0 \left(1 - 2 \frac{v_{rv}}{c}\right), \quad (2.28)$$

wobei v_{rv} die Windgeschwindigkeit in Strahlrichtung auf das Lidar zu und c die Lichtgeschwindigkeit im Medium Luft ist (Wandinger, 2005). Aus der Zeit Δt zwischen Senden des Laserpulses und Empfangen des rückgestreuten Signals kann die Entfernung r des Streuers vom Lidar bestimmt werden:

$$r = \frac{1}{2} c \Delta t. \quad (2.29)$$

Es wird nun die Dopplerverschiebung zwischen f_0 und f ausgewertet und daraus die radiale Windgeschwindigkeit am Ort r entlang des Strahls bestimmt. Die Strecke Δp , über die aus dem Streusignal der Radialwind berechnet wird, heißt Abstandsbereich (engl. Range Gate). Um den dreidimensionalen Windvektor zu bestimmen, müssen entweder unter der Annahme eines homogenen Windfeldes Messungen mit einem Lidar in drei verschiedene Richtungen gemacht werden oder ohne Annahme der Homogenität drei Lidare das gleiche Luftvolumen aus unterschiedlichen Richtungen abtasten.

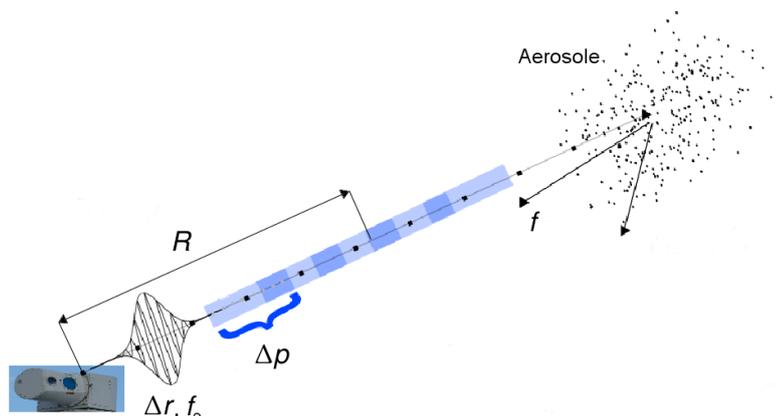


Abbildung 2.4: Messprinzip eines Doppler-Lidars (persönliche Kommunikation Dr. Stawiarski).

2.4.2 Erzeugung eines Laserpulses

Ein Laser (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) erzeugt einen stark fokussierten Strahl aus kohärentem und monochromatischem Licht.

Die Besetzungsverhältnisse von Molekülen im thermischen Gleichgewicht ist durch die Boltzmann-Verteilung beschrieben (Demtröder, 2005). Der Übergang zwischen Energieniveaus kann durch Absorption und Emission von Photonen stattfinden (Demtröder, 2005). Die Einsteinkoeffizienten beschreiben die Wahrscheinlichkeit für einen Übergang zwischen zwei Energieniveaus im Strahlungsgleichgewicht. Die Energie des absorbierten bzw. emittierten Photons $\hbar\omega$ muss genau der Energiedifferenz ΔE der beiden Zustände entsprechen (Gerthsen und Meschede, 2010):

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \hbar\omega. \quad (2.30)$$

Emission kann durch spontane und stimulierte Emission stattfinden. Bei stimulierter Emission kann ein einfallendes Photon, dessen Energie genau der Energiedifferenz der Zustände entspricht, die Emission stimulieren. Dabei hat das emittierte Photon die gleiche Richtung und Phasenlage wie das stimulierende Photon (Gerthsen und Meschede, 2010).

Erzeugt man durch Energiezufuhr eine Besetzungsinversion, d.h. es sind mehr Moleküle im angeregten Zustand E_2 als im Grundzustand E_1 , wird ein einfallendes Photon wahrscheinlicher eine stimulierte Emission verursachen, als absorbiert werden. Die entstehenden Photonen können wiederum selbst weitere Emissionen stimulieren.

Für Laser werden Drei- oder Vier-Niveau-Systeme verwendet (Abb. 2.5). Diese Systeme erleichtern die notwendige Besetzungsinversion dadurch, dass das unter Laserniveau E_1 schnell in einen Grundzustand E_0 zerfällt. Das Pumpen (Moleküle in einen höheren Zustand anregen) erfolgt bei Drei-Niveau-Systemen direkt in das obere Laserniveau, bei Vier-Niveau-Systemen in einen höheren Zustand.

Ein Vier-Niveau-Laser, wie er beim verwendeten Lidar zum Einsatz kommt, besteht aus einem aktiven Medium, einem Resonator und einer Pumpe (Abb. 2.6). Moleküle im aktiven Medium

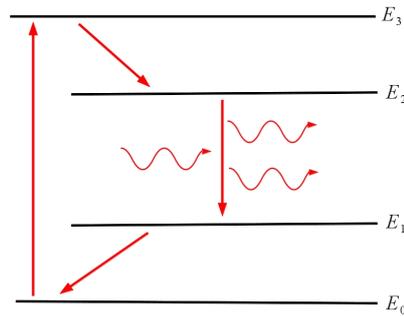


Abbildung 2.5: Prinzip eines Vier-Niveau-Lasers. Es sind die vier Energieniveaus E_0 bis E_3 (schwarz) und die Übergänge skizziert (rote Pfeile). Einfallende bzw. emittierte Photonen sind durch rote Wellen dargestellt. Abbildung nach Gerthsen und Meschede (2010).

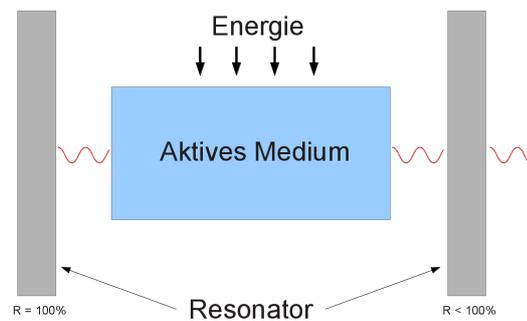


Abbildung 2.6: Schematischer Aufbau eines Lasers bestehend aus laseraktivem Medium, Resonatoren und Pumpe. Abbildung nach Demtröder (2005).

werden durch Hinzuführen von Energie (pumpen) auf ein angeregtes Energieniveau E_3 gehoben (Abb. 2.5) und durch stimulierte Emission wird der Laserstrahl erzeugt. Der Laserresonator unterstützt die stimulierte Emission, indem er das Licht durch Reflexion vielfach durch das aktive Medium leitet. Er ist so aufgebaut, dass unerwünschte Moden unterdrückt werden. Einer der beiden Resonatorspiegel ist teildurchlässig, wodurch ein Teil des Lichtes austreten kann und den Laserstrahl erzeugt.

2.4.3 Wechselwirkung mit der Atmosphäre

Die Leistung $P(R)$, die das Lidar aus der Entfernung R empfängt, hängt von dem ausgesendeten Laserpuls, der Wechselwirkung zwischen Licht und Materie in der Atmosphäre und den Empfängereigenschaften ab. Diese Abhängigkeiten werden durch die Lidargleichung beschrieben (Wandinger, 2005):

$$P(R) = KG(R)\beta(R)T(R) \quad (2.31)$$

Es ist K ein Faktor, der die Lidareigenschaften beschreibt, $G(R)$ ist der Geometriefaktor, $\beta(R)$ ist der Rückstreukoeffizient am Ort R und $T(R)$ die Transmission entlang des Strahlwegs.

In der Atmosphäre kann der Rückstreukoeffizient für eine Wellenlänge λ in Streuung durch Moleküle und Aerosole aufgeteilt werden (Wandinger, 2005):

$$\beta(R, \lambda) = \beta_{mol}(R, \lambda) + \beta_{aer}(R, \lambda) \quad (2.32)$$

Die molekulare Streuung wird vor allem durch Stickstoff und Sauerstoff verursacht. Der Aerosolanteil wird durch eine Vielzahl von festen und flüssigen Partikeln verursacht (z.B.: Staub, Pollen, Ruß, etc.). Der Rückstreukoeffizient ist bei Messungen in der Atmosphäre in der Regel unbekannt. Die Dopplerverschiebung durch den Wind bei der Streuung kann aus beiden Anteilen bestimmt werden. Allerdings ist das von Aerosolen gestreute Licht besser geeignet, weil es keine thermische Bewegung beinhaltet (Werner, 2005). Da sich die Rückstreuintensität bei Rayleigh-Streuung proportional zu λ^{-4} verhält, während sie bei Mie-Streuung proportional zu λ^{-2} bis λ^{+1} ist, sind Infrarotlaser für Doppler-Lidare von Vorteil, weil dadurch das Verhältnis von Molekül- zu Aerosolstreuung wegen längerer Wellenlängen im Infrarot sehr klein ist (Werner, 2005). Auch ist ein Infrarotlaser praktischer, wenn die Wellenlänge im augensicheren Bereich liegt, weil aufwändige Sicherheitsvorkehrungen entfallen.

2.4.4 Signalauswertung

Die Frequenzverschiebung durch den Dopplereffekt (Gl.2.28) liegt wegen des Verhältnisses der Lichtgeschwindigkeit zu atmosphärischen Windgeschwindigkeiten im Bereich vom 10^{-7} - bis 10^{-10} -fachen der Frequenz des Lasers. Derart kleine Frequenzverschiebungen können ohne Weiteres nicht direkt gemessen werden und es sind indirekte Verfahren wie Heterodyndetektion notwendig.

In der Heterodyndetektion wird das empfangene Signal $f_0 + \Delta f$ mit einem Signal aus einem lokalen Oszillator f_{Lo} überlagert. Für die Intensität I des überlagerten Signals ergibt sich (Werner, 2005):

$$I = (I_{sig} + I_{Lo})^2 \quad (2.33a)$$

$$\propto (E_{sig} \cos(2\pi(f_0 + \Delta f)) + E_{Lo} \cos(2\pi f_{Lo}))^2 \quad (2.33b)$$

$$= (E_{sig} \cos(2\pi(f_0 + \Delta f)))^2 \quad (2.33c)$$

$$+ E_{sig} E_{Lo} \cos(2\pi(f_{Lo} + (f_0 + \Delta f))) \quad (2.33d)$$

$$+ E_{sig} E_{Lo} \cos(2\pi(f_{Lo} - (f_0 + \Delta f))) \quad (2.33e)$$

$$+ (E_{Lo} \cos(2\pi f_{Lo}))^2 \quad (2.33f)$$

mit der Intensität I_{sig} des rückgestreuten Signals und der Intensität I_{Lo} des lokalen Oszillators. Liegt die Frequenz des lokalen Oszillators f_{Lo} in der Nähe der Frequenz des Lasers f_0 , können die hohen Frequenzen (Gl. 2.33c, 2.33d und 2.33f) herausgefiltert werden und nur die langsame Differenz der Frequenzen (Gl.2.33e) wird detektiert. Zur Auswertung muss die Differenz zwischen

f_0 und f_{Lo} genau bekannt sein.

Das Streusignal wird zur Detektion mit einer Frequenz von 250MHz abgetastet, was wegen der Propagation des Pulses einem Datenpunkt alle 0,6 m entspricht. Das detektierte Signal wird einer Fouriertransformation unterzogen um Δf zu bestimmen. Für die Fouriertransformation werden mehrere Datenpunkte benötigt, woraus eine räumliche Mittelung resultiert. Der Raumbereich über den die Datenpunkte verteilt sind, entspricht dem in Abschnitt 2.4.1 eingeführten Abstandsbereich.

Zur Reduzierung der Messfehler werden die Spektren mehrerer Pulse gemittelt und daraus die radiale Windgeschwindigkeit bestimmt (Frehlich et al., 2006).

2.4.5 Beschränkungen von Lidar-Systemen

Mit dem Messprinzip eines Doppler-Lidars sind grundsätzliche Beschränkungen verbunden. Von besonderer Bedeutung für diese Arbeit ist eine durch das Messprinzip bedingte räumliche Mittelung der Windgeschwindigkeit. Diese resultiert aus der räumlichen Ausdehnung des Laserpulses der Länge des Abstandsbereichs.

Durch diese Mittelung gehen Informationen über Prozesse auf Skalen kleiner als der Mittelungsbereich verloren. Beim Lidar tritt dieser Effekt im Inertialbereich der atmosphärischen Turbulenz, dem Bereich in dem die spektrale Energiedichte der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen dem (-5/3)-Gesetz folgt (Stull, 2009), ein (Abb. 2.7). In dem gezeigten Beispiel zeigt sich eine Abweichung ab Frequenzen von ca. 0.03 Hz. Dies entspricht einer Längenskala von 223 m für die Turbulenzwirbel, bei einer mittleren Windgeschwindigkeit von $6,69 \text{ m s}^{-1}$.

Wegen der besonderen Bedeutung der Turbulenz für die Grenzschicht ist es erstrebenswert, trotzdem Informationen über diese Skalen aus den Messungen zu gewinnen. Verfahren dafür beruhen darauf, dass der Effekt dieser Mittelung auf die statistischen Parameter der Turbulenz über Turbulenzmodelle berechenbar ist und damit prinzipiell korrigiert werden kann.

2.4.6 Räumliche Mittelung durch das Lidar

Um die Auswirkungen der räumlichen Mittelung des Lidars auf die Turbulenzparameter beschreiben zu können, wird eine mathematische Beschreibung der räumlichen Mittelung benötigt. Die räumliche Mittelung resultiert vor allem aus der Länge des Laserpulses und dem Abstandsbereich. Der Laserpuls eines Lidars ist in guter Näherung ein Gaußpuls mit einem Leistungsprofil

$$P_L(t) = P_0 \exp\left(-\frac{t^2}{\sigma_p^2}\right) \quad (2.34)$$

mit der maximalen Leistung des Lasers P_0 und der temporalen 1/e-Breite des Pulses σ_p gegeben (Frehlich et al., 1998). Häufig wird die Pulsbreite auch mit der räumlichen Halbwertsbreite $\Delta r = \sqrt{\ln 2} \sigma_p$ (Frehlich et al., 1998) angegeben. Die Zeit ist so definiert, dass $t = 0$ dem Zeitpunkt entspricht, an dem die Hälfte des Pulses vom Lidar abgestrahlt wurde. Die Gewichtungsfunktion

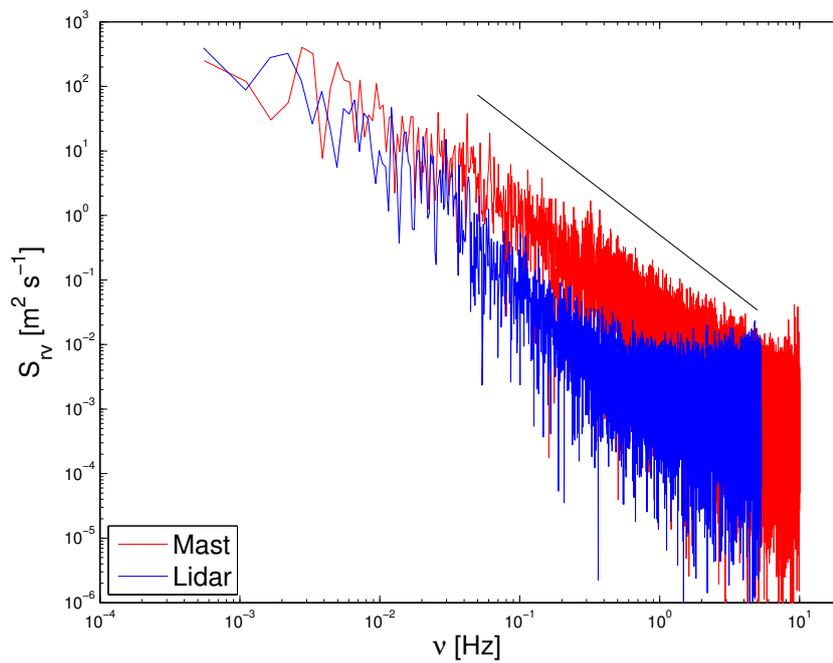


Abbildung 2.7: Spektrum der Energiedichte der Radialgeschwindigkeit eines Lidars (blau) im Vergleich zu einem Referenzspektrum von einem Ultraschallanemometer (rot) über ein 30 Minuten-Intervall in 100 m Höhe aus der in Kapitel 4 vorgestellten Messung am 22.02.2013 zwischen 14:30 und 15:00 Uhr (UTC). Auf der Ordinate ist die spektrale Dichte und auf der Abszisse die Frequenz ν aufgetragen. Zusätzlich ist in Schwarz eine gerade mit Steigung $(-5/3)$ eingezeichnet.

für die Mittelung durch den Gaußpuls ist durch

$$I_n(r) = \frac{P_L(\frac{2r}{c})}{\int_{-\infty}^{\infty} P_L(x) dx} = \frac{2}{\sqrt{\pi} c \sigma_p} \exp\left(-\frac{4r^2}{\sigma_p^2 c^2}\right) \quad (2.35)$$

gegeben (Frehlich et al., 1998). Dabei ist r der Abstand von der Mitte des Abstandsbereichs in Strahlrichtung.

Der Abstandsbereich Δp ist von der Anzahl der Datenpunkte M für ein Dopplerspektrum (SPG) und der Frequenz f_{obs} , mit der das Signal abgetastet wird, abhängig (Frehlich et al., 1998):

$$\Delta p = \frac{Mc}{2f_{\text{obs}}}. \quad (2.36)$$

Die Mittelung durch den Abstandsbereich wird als linear angenommen (Frehlich, 1997):

$$Y(r) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta p} & \text{für } -\frac{\Delta p}{2} < r < \frac{\Delta p}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}. \quad (2.37)$$

Die gesamte räumliche Mittelung $Q(r)$ des Lidars ist durch die Faltung der Gewichtungsfunktionen $Y(r)$ und $I_n(r)$ gegeben (Rechnung in Anhang A.1):

$$Q(r) = (I_n * Y)(r) \quad (2.38)$$

$$= \frac{1}{2\Delta p} \text{erf}\left(\frac{2}{\sigma_p c} \left(r + \frac{\Delta p}{2}\right), \frac{2}{\sigma_p c} \left(r - \frac{\Delta p}{2}\right)\right) \quad (2.39)$$

mit der Fehlerfunktion (I.N. Bronstein und K.A. Semendjaew, 2013):

$$\text{erf}(a, b) = \text{erf}(b) - \text{erf}(a) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_a^b e^{-\tau^2} d\tau. \quad (2.40)$$

Der Ausdruck für $Q(r)$ ist bis auf den Faktor $1/\sqrt{2}$ im Argument der Fehlerfunktion mit Gleichung (7) in Frehlich et al. (2006) identisch.

Die vom Lidar gemessene Windgeschwindigkeit v_{wgt} kann als Faltung der wahren Windgeschwindigkeit v mit der Gewichtungsfunktion $Q(r)$ des Lidars geschrieben werden (Frehlich, 1997). Für einen Abstandsbereich, dessen Mitte den Abstand R vom Lidar hat, gilt (Frehlich et al., 1998):

$$v_{wgt}(R, t) = (v * Q)(R, t) \quad (2.41)$$

$$= \frac{2}{\Delta p \sqrt{\pi} c \sigma_p} \int_{R-\Delta p/2}^{R+\Delta p/2} \int_{-\infty}^{\infty} v(x, t) \exp\left(-\frac{4(r-x)^2}{\sigma_p^2 c^2}\right) dx dr, \quad (2.42)$$

wobei beide Integrationen entlang des Lidarstrahls erfolgen. Das äußere Integral beschreibt eine Mittelung über den Abstandsbereich und das innere Integral gewichtet die wahre Windgeschwindigkeit mit dem Puls. Diese Beschreibung der räumlichen Mittelungseffekte des Lidars kann als eine pulsgewichtete Windgeschwindigkeit, gemittelt über den Abstandsbereich aufgefasst wer-

den.

Zur Reduzierung der Messfehler werden für einen Messwert mehrere Pulse gemittelt (Kap. 2.4.4). Dadurch findet eine zusätzliche räumliche Mittelung wegen der Bewegung der Atmosphäre während des Mittelungszeitraums statt. Dieser Effekt kann für ein stationär ausgerichtetes Lidar gegenüber der Mittelung aufgrund der Pulslänge und des Abstandsbereichs wegen der hohen Messfrequenz des Lidars vernachlässigt werden. Ebenfalls vernachlässigbar ist die Mittelung durch die Pulsbreite aufgrund der Strahldivergenz, da sie sehr klein ist.

3. Verfahren zur Ableitung von Turbulenzparametern aus Lidarmessungen der Strukturfunktion

Das im Folgenden verwendete Verfahren zur Bestimmung von statistisch definierten Parametern der Turbulenz aus Lidarmessungen wurde von Rod Frehlich entwickelt (Frehlich, 1997; Frehlich und Cornman, 2002; Frehlich et al., 2006). Die grundlegende Idee ist es, an die gemessene Strukturfunktion der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen eine über ein Turbulenzmodell beschriebene Strukturfunktion anzupassen. Das Turbulenzmodell ist in Abhängigkeit von Turbulenzparametern formuliert und um die Mittelung des Lidars erweitert (Frehlich, 1997). Damit kann die Auswirkung der Mittelung auf die Turbulenzparameter korrigiert werden.

3.1 Von Kármán-Modell der Strukturfunktion

Die Strukturfunktion der turbulenten Fluktuationen ist nach Kapitel 2.2 gegeben durch (Frehlich und Cornman, 2002):

$$D_v(s) = \langle [v'(r_0) - v'(r_0 + s)]^2 \rangle. \quad (3.1)$$

Es sind $v'(r_0)$ und $v'(r_0 + s)$ die turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen einer beliebigen Windkomponente am Ort r_0 und $r_0 + s$. Das auftretende Mittel ist ein Ensemble-Mittel (Frehlich et al., 1998). Mit der Annahme von homogener Turbulenz wird die Strukturfunktion unabhängig von der Wahl von r_0 und kann durch die Autokovarianz $B_v(s)$ oder Autokorrelation $R_v(s)$ von v' ausgedrückt werden (Frehlich, 1997):

$$D_v(s) = 2[B_v(0) - B_v(s)] = 2\sigma_v^2[1 - R_v(s)]. \quad (3.2)$$

Mit dem von Kármán-Modell für die Autokorrelation (Kap. 2.3.8) kann die longitudinale und transversale Strukturfunktion mit den Turbulenzparameter σ_v^2 und L_0 ausgedrückt werden (Frehlich und Cornman, 2002):

$$D_{l,v}(s) = 2\sigma_v^2[1 - R_{l,v}(s/L_0)] = 2\sigma_v^2\Lambda_l(s/L_0) \quad (3.3a)$$

$$D_{t,v}(s) = 2\sigma_v^2[1 - R_{t,v}(s/L_0)] = 2\sigma_v^2\Lambda_t(s/L_0) \quad (3.3b)$$

mit

$$\Lambda(x) = 1 - R(x). \quad (3.4)$$

Der Schritt von der Längenskala L zu L_0 wird in Kapitel 3.3 beschrieben.

Ein weiteres alternatives Modell ohne Unterscheidung zwischen longitudinaler oder transversaler Strukturfunktion folgt aus den Ähnlichkeitshypothesen von Kolmogorov (Kap. 2.3.7):

$$D_v(s) = C_v \epsilon^{2/3} s^{2/3} \quad (3.5)$$

mit der Proportionalitätskonstanten $C_v \approx 2$ (Frehlich et al., 2006). Für kleine Separationen sollten Gleichungen (3.3) und (3.5) identisch sein (Frehlich et al., 2006; von Kármán, 1948, Abb. 2 und 3).

3.2 Von Kármán-Modell der Strukturfunktion für räumlich gemittelte Daten

Die eingeführten Modelle der Strukturfunktion (Kap. 3.1) wurde von Frehlich (1997) um die räumliche Mittelung des Lidars erweitert.

Der in Kapitel 2.4.6 gefundene Ausdruck $Q(r)$ für die Mittelungseffekte des Lidars kann in die Autokovarianz einbezogen werden (Frehlich, 1997):

$$B_{wgt}(s, \Delta p, \Delta r) = \overline{((v' * Q)(r_0))((v' * Q)(r_0 + s))} \quad (3.6)$$

$$= (B_v * V)(s) \quad (3.7)$$

mit $V(x) = (Q^- * Q)(x)$ (Rechnung in Anhang A.2). $B_{wgt}(s, \Delta p, \Delta r)$ ist die Autokovarianz, wie sie vom Lidar aufgrund der räumlichen Mittelungseffekte gemessen wird. Die zusätzlichen Argumente der Autokovarianz sind die Parameter, die die räumliche Mittelung beschreiben. Für einen Gaußpuls ist $V(s) = \frac{1}{\Delta p} F(\frac{s}{\Delta p}, 2\pi\Omega)$ mit (Frehlich, 1997):

$$\begin{aligned} F(x, \mu) &= \frac{1}{2\sqrt{\pi}\mu} \{ \exp[-\mu^2(x+1)^2] + \exp[-\mu^2(x-1)^2] \} \\ &\quad + \frac{x}{2} \{ \operatorname{erf}[\mu(x+1)] + \operatorname{erf}[\mu(x-1)] - 2\operatorname{erf}(\mu x) \} \\ &\quad - \frac{1}{\sqrt{\pi}\mu} \exp(-\mu^2 x^2) + \frac{\operatorname{erf}[\mu(x+1)]}{2} - \frac{\operatorname{erf}[\mu(x-1)]}{2}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Durch Verwendung von $B_v(s) = \sigma_v^2 R_v(s)$ und der universellen Funktion $\Lambda(s/L)$ (Gl. 3.4) erhält man aus Gl. 3.6 als Modell für die Autokovarianz unter Berücksichtigung der räumlichen Mittelung (Frehlich, 1997):

$$B_{wgt}(y, \mu, \chi) = \sigma_v^2 (R_v * V)(s) \quad (3.9)$$

$$= \sigma_v^2 \int_{-\infty}^{\infty} F(x, \mu) [1 - \Lambda(\chi|y-x)] dx \quad (3.10)$$

mit $\chi = \frac{\Delta p}{L_0}$, $y = \frac{s}{\Delta p}$ und $\mu = \sqrt{2 \ln(2)} \Delta p / \Delta r$ (Rechnung in Anhang A.3). Insbesondere gilt für $s = 0$:

$$B_{wgt}(0, \mu, \chi) = \sigma_v^2 \int_{-\infty}^{\infty} F(x, \mu) [1 - \Lambda(\chi|x|)] dx \quad (3.11)$$

Daraus ergibt sich mit Gl.(2.8c) ein Modell der Strukturfunktion mit Berücksichtigung der räumlichen Mittelung (Frehlich, 1997):

$$D_{wgt}(y, \mu, \chi) = 2[B_{wgt}(0, \mu, \chi) - B_{wgt}(y, \mu, \chi)] \quad (3.12)$$

$$= 2\sigma_v^2 \int_{-\infty}^{\infty} F(x, \mu) [\Lambda(\chi|y-x|) - \Lambda(\chi|x|)] dx \quad (3.13)$$

Formale Ähnlichkeit zum ungemittelten Modell (Gl.(3.3)) wird durch Verwendung von

$$G(y, \mu, \chi) = \int_{-\infty}^{\infty} F(x, \mu) [\Lambda(\chi|y-x|) - \Lambda(\chi|x|)] dx \quad (3.14)$$

in Gl.(3.13) geschaffen (Frehlich et al., 2006):

$$\boxed{D_{wgt}(s, \sigma_v, L_0) = 2\sigma_v^2 G\left(\frac{s}{\Delta p}, \sqrt{2 \ln(2)} \frac{\Delta p}{\Delta r}, \frac{\Delta p}{L_0}\right)} \quad (3.15)$$

Es ist D_{wgt} das Modell der Strukturfunktion, wie sie das Lidar aufgrund der räumlichen Mittelung messen würde.

3.3 Die Turbulenzparameter Varianz, Längenskala und Dissipationsrate

Das Modell der Strukturfunktion (Gl.3.15) wurde in Abhängigkeit von der (engl.) ‘‘Outer scale of turbulence’’ L_0 und der Varianz σ_v^2 formuliert. In einem zweiten Schritt kann auch die Dissipationsrate ϵ der turbulenten kinetischen Energie berechnet werden. Im Folgenden werden diese drei Parameter kurz betrachtet.

Varianz

Die Varianz σ_v^2 einer Windkomponente v ist durch Gl. 2.2 definiert. Mit der Reynoldszerlegung ist die Varianz identisch zum gemittelten Quadrat der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen $\langle v'^2 \rangle$. Die turbulente kinetische Energie der v -Komponente eines Luftpakets mit der Masse m ist durch $E_{kin} = 0,5mv'^2$ gegeben. Die Varianz ist damit zur spezifischen, turbulenten, kinetische Energie verknüpft und ein Maß für die Intensität der Turbulenz (Stull, 2009).

Längenskalen

Das Kármán-Modell wurde in Abhängigkeit von einer nicht näher definierten Längenskala L formuliert, die die Turbulenz charakterisiert (Kap. 2.3.8). In Frehlich et al. (2006) ist diese Län-

genskala die “outer-scale of turbulence” L_0 . Die Längenskala L_0 wird als die Längenskala interpretiert, auf der die Turbulenzkaskade ihre Energie aus der mittleren Strömung bezieht, unterhalb derer aber keine Produktion mehr erfolgt. Damit charakterisiert diese Längenskala auch die Turbulenz, da in der Modellvorstellung die Turbulenz innerhalb des Inertialbereiches universellen statistischen Beschreibungen folgt.

Eine Definition und formale Verbindung zwischen L und L_0 findet sich in der Arbeit von Kristensen und Lenschow (1987). Ihr Ausgangspunkt war eine generalisierte Form des von Kármán-Modells für das longitudinale Turbulenzspektrum $F_l(k)$ (Kristensen und Lenschow, 1987)¹:

$$F_l(k) = \frac{ML_0^{5/3}}{[1 + (L_0|k|)^2\mu]^{5/6}}. \quad (3.16)$$

Die darin enthaltene Längenskala ist durch

$$L_0 = \frac{\lambda_m}{2\pi} \left(\frac{3}{2}\right)^{1/2} \quad (3.17)$$

definiert (Kristensen und Lenschow, 1987). Die auftretende Wellenlänge λ_m ist als die Wellenlänge festgelegt, die dem Maximum des Turbulenzspektrums $kF_L(k)$ entspricht: $\lambda_m = \frac{2\pi}{k_{max}}$.

Die integrale Längenskala ist durch die Integration der longitudinalen Autokorrelationsfunktion definiert (Hinze, 1975):

$$L_i = \int_0^{\infty} R_l(s) ds. \quad (3.18)$$

Sie ist ein Maß für die Länge auf der v noch relativ gut mit sich selbst korreliert ist (Lothon et al., 2006) und wird auch als Größe der dominanten Wirbel interpretiert. Die integrale Längenskala wurde ebenfalls über das generalisierte von Kármán-Modell ausgedrückt (Kristensen und Lenschow, 1987):

$$L_i = \frac{\pi}{\sigma^2} F_L(0) \quad (3.19)$$

Durch Verwendung von $\sigma = \int_{-\infty}^{\infty} F_L(k) dk$ (Kristensen und Lenschow, 1987, Gl.54) wird die integrale Längenskala zu (Kristensen und Lenschow, 1987):

$$L_i = \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{1/2} \Gamma\left(\frac{5}{6}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{1}{3}\right)} \lambda_m \quad (3.20)$$

Gleichsetzen von Gl. 3.17 und Gl. 3.20 ergibt eine Relation zwischen L_i und L_0 :

$$L_i = \frac{\sqrt{\pi}\Gamma(5/6)}{\Gamma(1/3)} L_0 = 0,7468343 L_0 \quad (3.21)$$

Diese Abhängigkeit ist mit Gleichung (23) in Frehlich et al. (2006) identisch.

¹In Lenschow und Kristensen (1988) wurde ein Tippfehler in den Gleichungen (49),(53),(56),(57) und (59) in Kristensen und Lenschow (1987) angemerkt. Diese Fehler wurden im Folgenden korrigiert.

Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie

Gleichsetzen der Modelle für die Strukturfunktion von Kolmogorov (Gl. 3.5) und von Kármán (Gl. 3.3) liefern eine Beziehung für die Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie (Frehlich et al., 2006):

$$\epsilon = \left[\frac{2^{4/3} \pi}{\sqrt{3} \Gamma(1/3) \Gamma(4/4) C_v} \right]^{3/2} \frac{\sigma_v^3}{L_0} = 0,933668 \frac{\sigma_v^3}{L_0} \quad (3.22)$$

Diese Beziehung gilt wegen des beschränkten Gültigkeitsbereiches des Kolmogorov-Modells nur für $s \ll L_0$ (Gl. 3.5).

3.4 Anwendung des Verfahrens auf Lidarmessungen

Die Ableitung von statistischen Parametern der Turbulenz, unter Anwendung des vorgestellten Verfahrens (Gl. 3.15) unterliegt Beschränkungen. Die Einflüsse bestimmter Messmuster und von Fehlern des Lidars wird im Folgenden behandelt.

3.4.1 Messmuster zur Messung der Strukturfunktion

Doppler-Lidare können mit festen Azimut- und Höhenwinkel oder in einem abtastenden Modus betrieben werden. Da die Turbulenzmodelle nur für eine transversale oder longitudinale Strukturfunktion formuliert wurden, gibt es Beschränkungen bei der Bestimmung der Strukturfunktion aus Lidarmessungen.

Davies et al. (2004) verwendeten ein Doppler Lidar mit fixierter Strahlorientierung in annähernd horizontaler Ausrichtung. Die longitudinale Strukturfunktion für die Radialgeschwindigkeit wurde entlang der Strahlrichtung aus mehreren Abstandsbereichen bestimmt. Die kleinste Separation Δs ergibt sich aus den Abständen der Abstandsbereiche. Die größte Separation $(N_R - 1)\Delta s$ ist durch die Anzahl der verwendeten Abstandsbereiche bestimmt. Das Ensemble-Mittel der Strukturfunktionen wurde durch eine zeitliche Mittelung mehrerer, nacheinander gemessener Strukturfunktionen ersetzt.

Frehlich et al. (2006) verwendeten Messdaten aus kegelförmigen Scans mit fester Elevation (VAD-Scans) und zeigte zwei Varianten zur Bestimmung der Strukturfunktion. In der ersten Variante wurde die longitudinale Strukturfunktion für die Radialgeschwindigkeit entlang des Strahls berechnet. Die Separationen ergeben sich analog zum fixierten Lidar. Das Ensemble-Mittel wurde aus den einzelnen Messungen eines VAD-Scans gebildet. In der zweiten Variante wird ein Abstandsbereich in einer bestimmten Entfernung R vom Lidar verwendet und die transversale Strukturfunktion der Radialgeschwindigkeit entlang des Kreisbogens eines VAD-Scans gebildet. Die Separationen sind durch $\Delta s = R\Delta\phi$ gegeben, wobei $\Delta\phi$ der Winkel zwischen zwei Messungen im VAD-Scan ist.

Lothon et al. (2006) verwendeten ein senkrecht nach oben fixiertes Lidar. Es wurde die integrale Längenskala aus der Autokorrelation der Zeitreihen von w für jeden Abstandsbereich mit Taylors

Hypothese berechnet. Analog kann anstatt der Autokorrelation auch die Strukturfunktion berechnet werden. Das Vorgehen wird in Kap. 9 beschreiben.

3.4.2 Berechnung der Autokovarianz aus Lidarmessungen

Die Autokovarianz kann aus Lidarmessungen zu N_T Zeitpunkten mit N_R Abstandsbereichen pro Messung durch

$$\hat{B}_{raw}(k\Delta s) = \frac{1}{N_T(N_R - k)} \sum_{l=1}^{N_T} \sum_{j=1}^{N_R-k} v'(j\Delta s, l\Delta t) v'((j+k)\Delta s, l\Delta t) \quad (3.23)$$

berechnet werden mit Δs dem Abstand zwischen zwei Abstandsbereichen und Δt dem zeitlichen Abstand zweier Messungen. Die Geschwindigkeitsfluktuationen $v'(r, t)$ werden durch Entfernung eines linearen Trends von den Messwerten der Radialgeschwindigkeit entlang des Lidarstrahls berechnet.

Bei Verwendung von Zeitreihen mit Taylors Hypothese wird die Autokovarianz durch

$$\hat{B}_{raw}(j\bar{v}\Delta t) = \frac{1}{N_T} \sum_{l=1}^{N_T} v'(j\Delta t) v'((j+k)\Delta t) \quad (3.24)$$

mit der mittleren Windgeschwindigkeit \bar{v} berechnet. Die Geschwindigkeitsfluktuationen $v'(r, t)$ werden durch Entfernung eines linearen Trends aus der Zeitreihe berechnet. Die Autokovarianz wird nur berechnet, wenn nach der Filterung noch mindestens 75% der Messwerte in einem Intervall vorhanden sind.

Es gibt verschiedene Möglichkeiten den Fehler durch weißes Rauschen abzuschätzen (Frehlich und Cornman, 2002). In dieser Arbeit wurde eine Methode über die Autokovarianz benutzt. Die Intensität von weißem Rauschen ist über alle Frequenzen gleich verteilt. Die Autokovarianz von weißem Rauschen ist eine Dirac'sche Delta-Funktion am Punkt Null (Frehlich und Cornman, 2002). Dann entspricht die Differenz der Autokovarianz an der Stelle Null und dem Ergebnis einer linearen Extrapolation der Autokovarianz der nahen Umgebung nach Null der Varianz des Rauschens σ_e^2 . In dieser Arbeit wurden die zwei nächsten Separationen zu Null für die Berechnung der Varianz des Rauschens verwendet:

$$\sigma_e^2 = \hat{B}_{raw}(0) - [2\hat{B}_{raw}(\Delta s) - \hat{B}_{raw}(2\Delta s)]. \quad (3.25)$$

Die Varianz des Rauschens wird von $\hat{B}_{raw}(0)$ abgezogen, um das Rauschen zu korrigieren.

3.4.3 Berechnung der Strukturfunktion aus Lidarmessungen

Die Strukturfunktion berechnet sich aus Lidarmessungen durch (Frehlich und Cornman, 2002, Gl. 26 und Gl. 27):

$$\hat{D}_{wgt}(k\Delta s) = \hat{D}_{raw}(k\Delta s) - \sigma_e^2(k\Delta s) \quad (3.26)$$

mit

$$\hat{D}_{raw}(k\Delta s) = \frac{1}{N_T(N_R - k)} \sum_{l=1}^{N_T} \sum_{j=1}^{N_R - k} [v'(j\Delta s, l\Delta t) - v'((j+k)\Delta s, l\Delta t)]^2. \quad (3.27)$$

$\hat{D}_{raw}(k\Delta s)$ ist die Strukturfunktion, wie sie aus den Lidardaten berechnet wird und $\sigma_e^2(k\Delta s)$ eine Korrektur des Fehlers aufgrund zufälliger Fluktuationen im Lidarsignal, dessen Berechnung im vorherigen Kapitel beschrieben ist. Benennung der Variablen und Vorgehen ist analog zur Berechnung der Autokovarianz.

Bei Verwendung von Zeitreihen mit Taylors Hypothese und der mittleren Windgeschwindigkeit \bar{v} wird die Strukturfunktion durch

$$\hat{D}_{raw}(j\bar{v}\Delta t) = \frac{1}{N_R - k} \sum_{j=1}^{N_R - k} [v'(j\Delta t) - v'((j+k)\Delta t)]^2 \quad (3.28)$$

berechnet. Die Geschwindigkeitsfluktuationen $v'(r, t)$ werden durch Entfernung eines linearen Trends aus der Zeitreihe berechnet.

3.4.4 Anpassung des von Kármán-Modells der Strukturfunktion an die gemessene Strukturfunktion

Die Anpassung des Modells (Gl. 3.15) an die gemessene Strukturfunktion (Gl.3.26) des Lidars für ein 30 Minuten-Intervall wurde über die Methode der kleinsten Fehlerquadrate durchgeführt. Der Wertebereich der Separationen der Strukturfunktion darf dabei den Gültigkeitsbereich des Modells nicht verlassen. Das bedeutet, dass die Strukturfunktion in einem Luftvolumen mit homogener und isotroper Turbulenz gemessen werden muss. Dies ist in der atmosphärischen Grenzschicht nur näherungsweise möglich und wegen der Variabilität nicht allgemein bestimmbar. Als Anpassungsbereich wurde von Davies et al. (2004) Separationen zwischen 100 m und 3000 m verwendet und der Bereich von 300 m bis 1500 m empfohlen. Von Frehlich und Cornman (2002) und Frehlich et al. (2006) wurden Separationen zwischen 10 m und 500 m verwendet. In dieser Arbeit wurde, nach Überprüfung mehrerer Bereiche, $s_{min} = 10$ m und $s_{max} = 1500$ m als Anpassungsbereich des Modells verwendet (siehe Anhang B).

Bei der Anpassung des von Kármán-Modells der Strukturfunktion an die gemessene Strukturfunktion kam es vor, dass Anpassung für manche 30 Minuten-Intervalle nicht konvergierten. Das Problem liegt vermutlich in der Abhängigkeit des Modells von der Längenskala (Abb. 3.1). Für sehr große und kleine Werte der Längenskala wird das Modell unabhängig von ihr und konvergiert nicht mehr. Zur Umgehung des Problems wurde der Parameterraum und die Anzahl der Iterationen begrenzt. Die Varianz wurde auf $0 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ bis $10 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$, die Längenskala auf 0 m bis 2000 m und die Anzahl der Iterationen wurde auf 50 begrenzt. Anschließend wurden alle Intervalle verworfen für die $L_0 > 1999$ m oder $L_0 < 10$ m war.

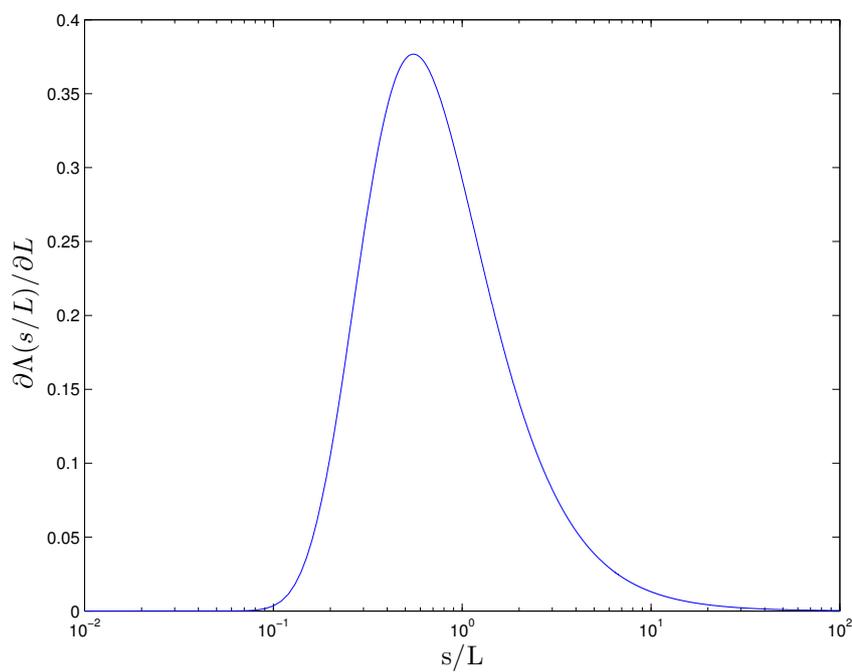


Abbildung 3.1: Ableitung der Funktion $\Lambda(s/L)$ aus dem von Kármán-Modell der Strukturfunktion (Gl.3.3) nach der Längenskala. Es ist s die Separation und L die Längenskala. Das von Kármán-Modell der Strukturfunktion ist unabhängig von Längenskalen, die eine Größenordnung kleiner oder größer als die Separation sind.

4. Vergleichsmessung für die Überprüfung des Ableitungsverfahrens

Um das Verfahren zur Ableitung von Turbulenzparameter aus Lidarmessungen (Kap. 3) zu überprüfen, werden Messungen von einem Doppler-Lidar und einem Ultraschallanemometer verwendet und es werden aus der Strukturfunktion der Radialgeschwindigkeit abgeleitete Turbulenzparameter verglichen.

4.1 Messgeräte

Lidar

Das verwendete Doppler-Lidar war ein WindTracer von Lockheed Martin Coherent Technologie (LMCT). Es verwendet einen gepulsten Infrarotlaser (Wellenlänge 2023 nm) mit einer Halbwertsbreite des Intensitätsprofils von 370 ns. Die räumliche Halbwertsbreite ist $\Delta r = 55,5$ m und wird im Folgenden als Pulslänge bezeichnet. Die Laserpulse werden mit einer Frequenz von 500Hz ausgesendet. Das empfangene Signal wird mit einer Abtastfrequenz von 250MHz aufgezeichnet. Es werden 50 Pulse für eine Schätzung der Windgeschwindigkeit in Strahlrichtung gemittelt, wodurch sich eine effektive Messfrequenz von ca. 10 Hz ergibt.

Ultraschallanemometer

Das verwendete Ultraschallanemometer (USA) war ein R2 von Gill Instruments (Seriennummer 0204R2). Die Messwerte für die drei Windkomponenten (u, v, w) liegen in einer Auflösung von 20 Hz mit einer Genauigkeit von 3% vor (Gill Instrument Ltd., 1995). Die Umweltbedingungen waren während der gesamten Messung innerhalb des in der Bedienungsanleitung empfohlenen Betriebsbereiches.

4.2 Messaufbau und Zeitraum

Für das Experiment wurde mit dem Lidar sehr nahe am Ultraschallanemometer vorbei gemessen. Das USA war in 100 m Höhe auf dem 200 m Mast des KIT installiert. Das Lidar stand ca. 1,45 km nördlich des Messmasts (Abb. 4.1). Der Lidarstrahl war auf das 100m-Niveau des Masts ausgerichtet (Azimut $az = 196,9^\circ$, Elevation $el = 4,16^\circ$). Die Messungen begannen am 20.02.2013



Abbildung 4.1: Übersichtskarte des KIT Campus Nord mit Position der Messgeräte für die Vergleichsmessung (Abbildung aus KIT Campusplan). Der Mast mit dem Ultraschallanemometer ist durch einen roten Kreis hervorgehoben. Die Position des Doppler-Lidars ist durch ein rotes Kreuz markiert.

um 11:30 UTC und endeten am 27.02.2013 um 7:45 UTC. Während der Messung wurde die Anzahl der Messpunkte pro Abstandsbereich (SPG = Samples per Gate) variiert (Tab. 4.1).

4.3 Rohdaten

Die Datenreihen beider Messgeräte haben fast keine Lücken. Das Signal-zu-Rausch-Verhältnis (SNR) zeigt mehrere Bereiche mit sehr kleinen Werten (Abb. 4.2), in denen das Messsignal im Rauschen unterging. Drei größere Bereiche mit niedrigem SNR traten direkt nach einer Änderung der Messeinstellungen auf und haben keine offensichtliche Erklärung durch die Umgebungsbedingungen. Daneben gab es Abschnitte mit niedrigem SNR bei Niederschlagsereignissen oder sehr niedrigen Taupunktdifferenzen, wodurch der infrarote Laserstrahl vermutlich zu stark absorbiert wurde.

Die Umrechnung des 3-dim Windvektors vom Ultraschallanemometer in die Radialgeschwindigkeit, die das LIDAR misst, erfolgte über Winkelfunktionen:

$$v_{r, \text{USA}} = u \cos(el) \sin(az) + v \cos(el) \cos(az) - w \sin(el) \quad (4.1)$$

SPG	Δp [m]	Startzeit (UTC)	Endzeit (UTC)	Position
17	10,2	21.02.2013 12:51:59	22.02.2013 14:27:36	1456.11
32	19,2	26.02.2013 15:44:31	27.02.2013 07:44:32	1450.61
50	30,0	22.02.2013 14:28:26	23.02.2013 14:56:36	1456.00
100	60,0	20.02.2013 11:27:20	21.02.2013 12:50:10	1450.49
150	90,0	23.02.2013 14:57:58	24.02.2013 12:58:53	1455.97
200	120,0	24.02.2013 12:59:30	25.02.2013 20:10:35	1455.96
256	153,6	25.02.2013 20:11:08	26.02.2013 15:43:31	1455.74

Tabelle 4.1: Verwendete Messeinstellung, Größe des Abstandsbereichs, Zeitraum für die Messeinstellungen und die Entfernung der Mitte des dem Ultraschallanemometer nächstgelegenen Abstandsbereichs vom Lidar.

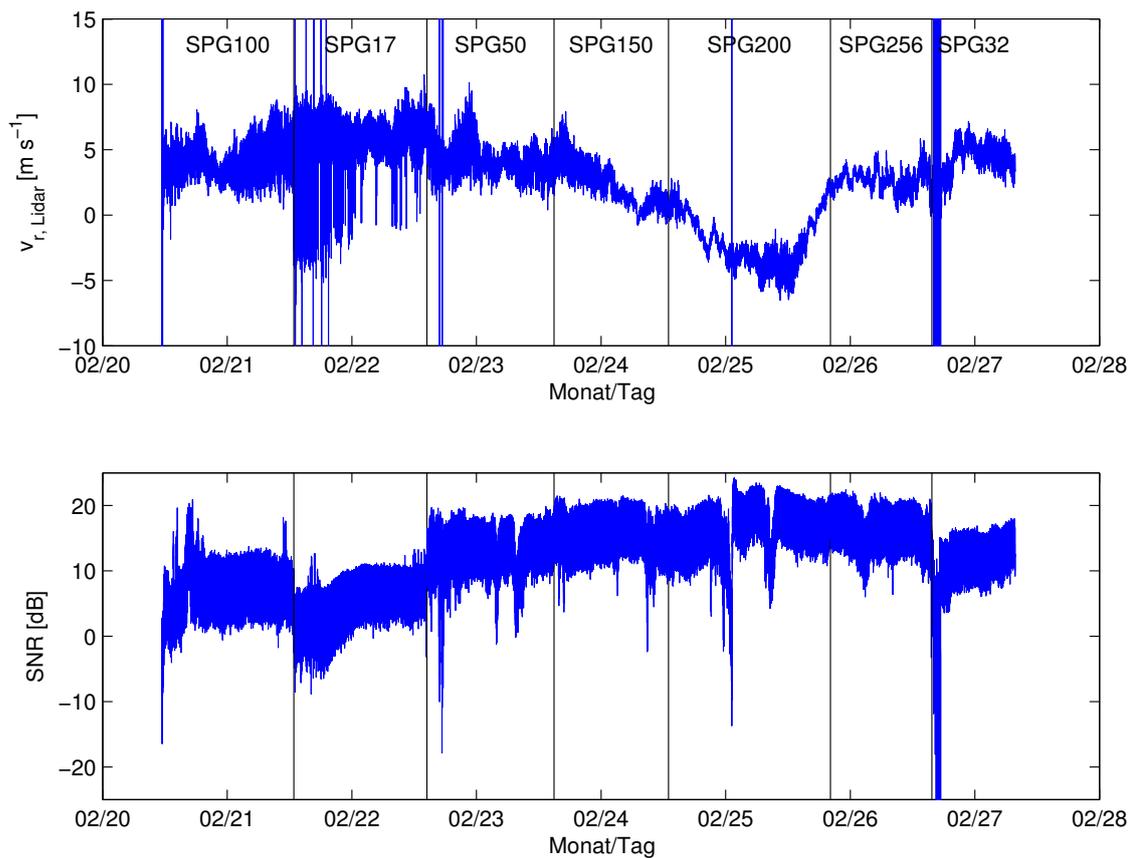


Abbildung 4.2: Zeitreihe der Radialgeschwindigkeit (oben) und des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses (unten) des Lidars vom 20. bis 27.02.2014.

4.4 Meteorologische Wettersituation

Die synoptische Situation über Europa während des Experimentzeitraums war durch das Abschnüren eines Trops über Mitteleuropa bestimmt (DWD Reanalysekarten, GFS). Der Kern des dazugehörigen Bodentiefs war über dem Golf von Genua, weshalb während des Experiments östliche Strömung vorherrschte. Diese östliche Strömung wurde lokal durch Kanalisierungseffekte des Rheintals überlagert, wodurch in den Messdaten überwiegend nördliche Windrichtungen dominieren (Abb. 4.3).

Das Wetter war während der Messungen meist bewölkt mit wenig Niederschlag (Abb. 4.3) bei schwachem bis mäßigem Wind. Die Temperaturen bewegten sich zwischen $-6\text{ }^{\circ}\text{C}$ und $5\text{ }^{\circ}\text{C}$ (Abb. 4.3). Die statische Stabilität der Schichtung wurde anhand der potentiellen Temperaturprofile vom 200m-Mast analysiert (Stull, 2009). Sie war für die ersten fünf Messeinstellungen in der Nacht leicht stabil und am Tag leicht labil. Während der beiden letzten Messeinstellungen mit SPG256 und SPG32 war die Schichtung in der Nacht deutlich stabiler. Typische Profile der potentiellen Temperatur für die drei Situationen sind in Abb. 4.4 gezeigt.

4.5 Entfernen von Ausreißern

Für Zeitreihenvergleiche des Lidars mit dem Ultraschallanemometer wurden aus der Datenreihe des Lidars alle Messwerte mit einem $\text{SNR} < 2,9034\text{ dB}$ entfernt. Diese Grenze entspricht dem Mittelwert des SNR minus einer Standardabweichung. Damit wurden alle offensichtlichen Ausreißer entfernt, nur für die Messeinstellung SPG17 verblieben mehrere fragliche Messwerte. Die Messdaten des Ultraschallanemometers wurden unverändert verwendet. In der Zeitreihe des USA waren am 21.02.2013 zwischen 14:18:48 UTC und 14:18:49 UTC mehrere Messwerte mit denselben Zeitstempeln. Diese Messungen wurden im Folgenden ignoriert, da es nur einen sehr kleinen Zeitraum betrifft. Die Datenbasis für die Zeitreihenvergleiche ist in Abbildung 4.5 gezeigt.

Werden mehrere Abstandsbereiche des Lidars betrachtet, ist dieses Verfahren ungeeignet, weil das SNR für entfernte Abstandsbereich allgemein schlechter ist. Daher wurde bei Verwendung mehrerer Abstandsbereiche ein Filter von $\text{SNR} < -4\text{ dB}$ verwendet. Diese subjektive Grenze hat sich als guter Kompromiss zwischen Datenqualität und Datenmenge erwiesen. Hatte für eine Messung einer der verwendeten Abstandsbereiche ein zu niedriges SNR, wurde die Messung für die Berechnung Strukturfunktion nicht verwendet, weil die entstehende Lücke relativ groß ist.

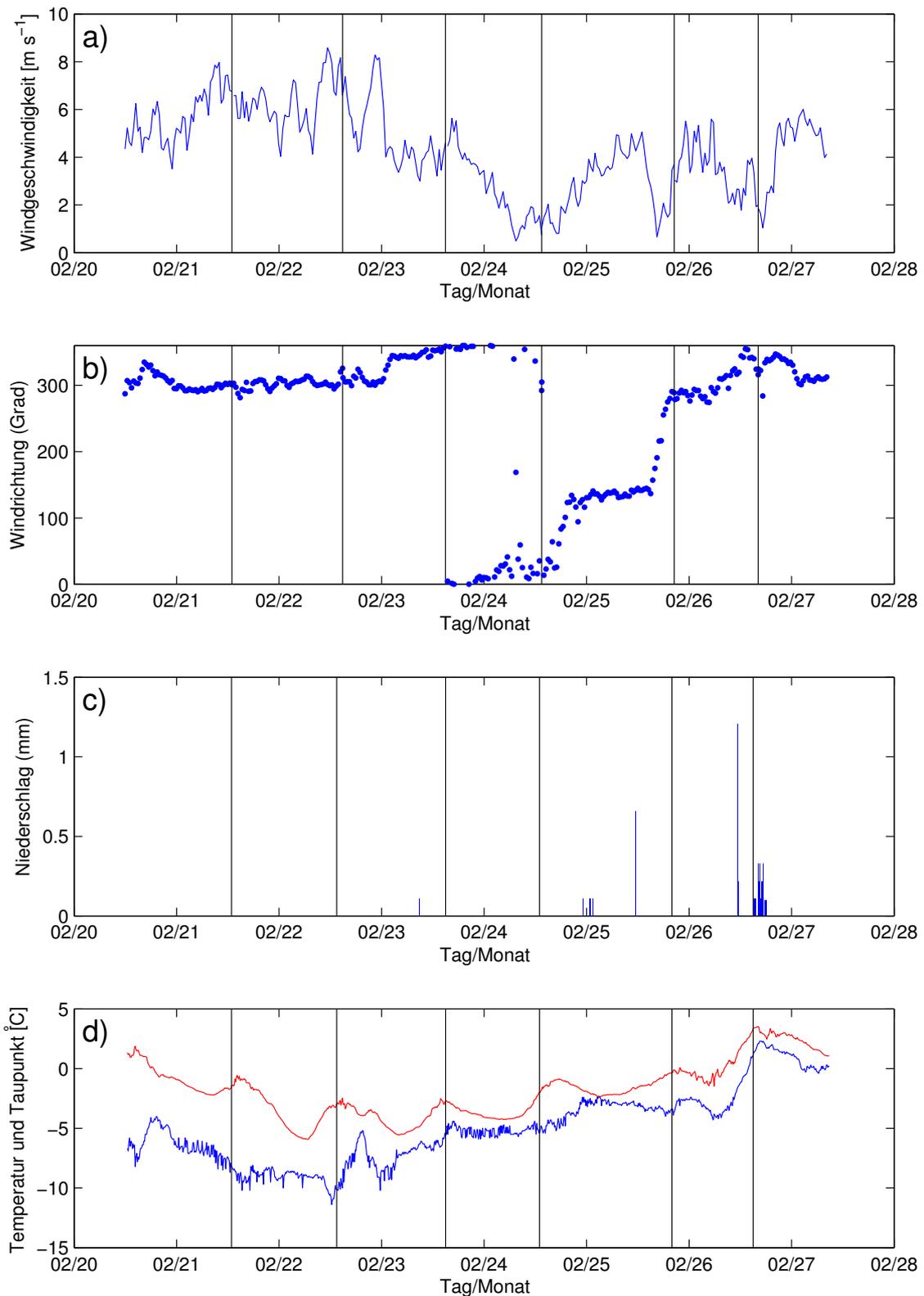


Abbildung 4.3: Die mittlere Windgeschwindigkeit (a) und mittlere Windrichtung (b) über 30 Minuten-Intervalle während der Vergleichsmessung aus Daten des USA. Zeitreihe des halbstündigen Niederschlags aus den Routinemessungen des 200 m Mastes (c). Temperatur und Taupunkt in 100m Höhe aus den Routinemessungen des 200 m Mastes (d).

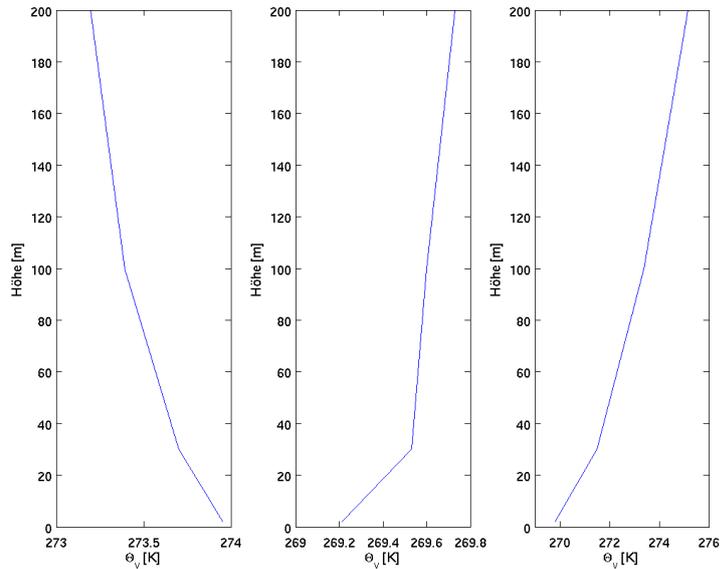


Abbildung 4.4: Für die Messsituation typische Profile der potentiellen Temperatur Θ_v über ein 10 Minuten-Intervall aus Messungen des 200 m Mastes. Links ein labiles Profil am Tag (21.02.2014 um 14:30 UTC), in der Mitte eine stabile Nachtsituation (22.02.2014 um 1:00 UTC) und rechts ein stabiles Profil für die Nachtsituationen während der beiden letzten Messeinstellungen (26.02.2014 um 1:00 UTC).

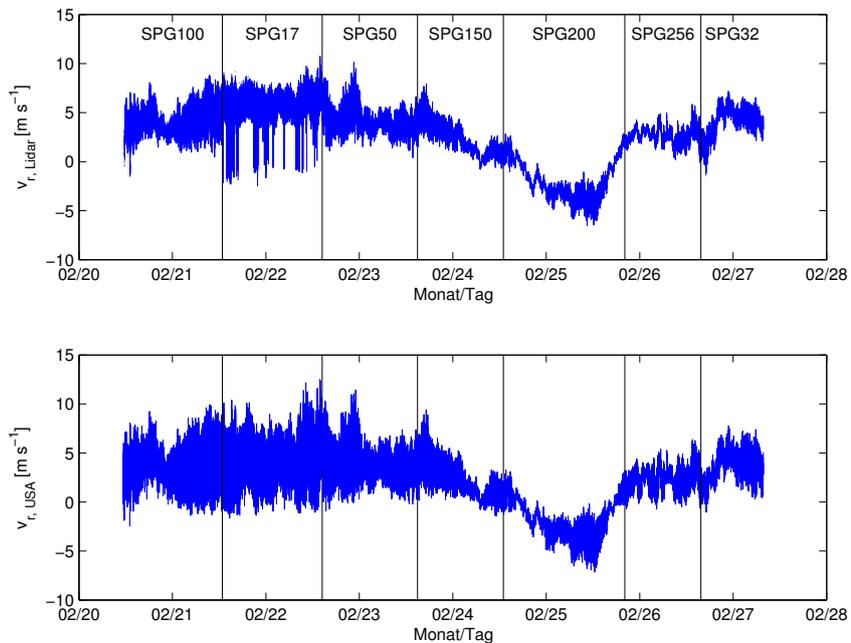


Abbildung 4.5: Messdaten für die Radialgeschwindigkeit von Lidar (oben) und USA (unten) nach Filterung der Ausreißer am SNR. Datengrundlage für die Kapitel 5, 6, 7.1, 8 und 10.

5. Vergleich statistischer Kenngrößen der Zeitreihen

Die Zeitreihen der Radialgeschwindigkeit von Ultraschallanemometer und Lidar des 11. Abstandsbereich werden verglichen, um die Qualität und ihre Verwendbarkeit für den Test des Ableitungsverfahrens für Turbulenzparameter einzuschätzen.

5.1 Mittelwerte

Die Mittelwerte der Windgeschwindigkeit in Strahlrichtung wurden über 30 Minuten-Intervalle nach Gl. (2.1) berechnet. Sie sind für das Ultraschallanemometer und das Lidar als Zeitreihe in Abbildung 5.1 gezeigt.

Die Mittelung über 30 Minuten wurde durchgeführt, um die Auswirkungen der räumlichen Mittelung des Lidars zu unterdrücken. Messwerte am Ende der Zeitreihen, die kein volles Intervall ergaben, wurden nicht berücksichtigt.

Die Lidar- und Mastmessungen stimmen insgesamt sehr gut überein. Für die Einstellungen mit 17 und 256 Datenpunkten pro Abstandsbereich zeigen sich größere Abweichungen. Dies könnte für SPG17 durch die geringe Anzahl an Datenpunkte, die für die Fouriertransformation zur Berechnung der Dopplerverschiebung verwendet werden, begründet sein. Dadurch wird die Bestimmung der Dopplerverschiebung unsicherer, wodurch die Messwerte der Radialgeschwindigkeit größere Fehler haben. Außerdem hatte der Bereich mit SPG17 ein niedrigeres SNR (Abb. 4.2), als andere Messeinstellungen. Bei der Verwendung von 256 Datenpunkten wird der Abstandsbereich über 150 m lang und erstreckt sich über ein Höhenintervall von 13 m. Dadurch könnte die vertikale Erstreckung des Abstandsbereichs eine Ursache für die Abweichungen sein. Im Bereich mit 32 Datenpunkten pro Abstandsbereich ist ein konstanter Versatz zu erkennen. Dies ist für die spätere Anwendung des Verfahrens kein Problem, da aus den Messungen ein linearer Trend und Mittelwert entfernt wird. Direkt am Anfang der Zeitreihe ist ebenfalls eine große Abweichung zu erkennen. Vermutlich ist dies mit dem Start der Messungen begründet. Weil es nur zwei Zeitintervalle betrifft wurden sie nicht aus der Zeitreihe entfernt.

Die Mittelwerte für die Bereiche mit verschiedenen Messeinstellungen (Tab. 4.1) sind in Tabelle 5.1 gezeigt. In den Mittelwerten über die einzelnen Messbereiche bestätigt sich der Eindruck aus den Zeitreihen der Mittelwerte.

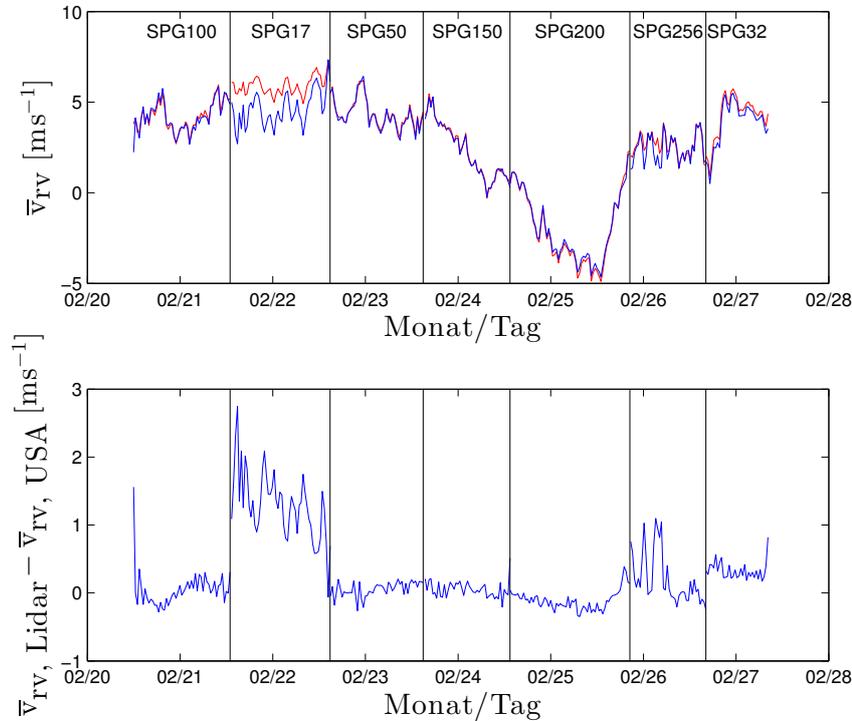


Abbildung 5.1: Zeitreihe der 30 minütigen Mittelwerte der Radialgeschwindigkeit von Ultraschallanemometer (blau) und Lidar (rot) und deren Differenz. Die schwarzen, gestrichelten Linien trennen Bereiche mit unterschiedlichen Messeinstellungen (Tab. 4.1).

Tabelle 5.1: Mittelwerte der radialen Windgeschwindigkeit von Lidar $\bar{v}_{rv, \text{Lidar}}$ und Ultraschallanemometer $\bar{v}_{rv, \text{USA}}$ für unterschiedliche Abstandsbereichslängen des Lidars (Tabelle 4.1).

Messung	SPG17	SPG32	SPG50	SPG100	SPG150	SPG200	SPG256
$\bar{v}_{rv, \text{Lidar}}$	5,86	4,25	4,46	4,26	2,38	-2,08	2,64
$\bar{v}_{rv, \text{USA}}$	4,52	3,79	4,40	4,19	2,33	-1,97	2,41

5.2 Varianz

Die Varianz wurde nach Gl. (2.2) über 30 Minuten-Intervalle berechnet. Bei den Messwerten des Lidars entsteht durch das Rauschen des Gerätes eine künstliche Varianz, die anhand der Autokovarianz mit Gl. (3.25) korrigiert wurde. Eine Korrektur des Rauschens beim Ultraschallanemometer ist nicht notwendig.

Eine Zeitreihe der Varianz ist in Abb. 5.2 gezeigt. Fehlende Werte beim Lidar sind durch zu große Datenlücken für die Berechnung der Autokovarianz zur Korrektur des Rauschens verursacht. Das Lidar gibt die Varianz im Vergleich zum USA abgeschwächt wieder. Dies ist durch die räumliche Mittelung des Lidars und die höhere Messfrequenz des USA begründet. Beides führt dazu, dass die Varianz aus turbulenten Fluktuationen beim Lidar schwächer ausfällt. Wie bei den Mittelwerten, zeigt die Messeinstellung SPG17 auffällige Abweichungen, die vermutlich durch die größeren Fehler verursacht sind und nicht durch die räumliche Mittelung. Trägt man die Varianzen von Lidar und USA gegeneinander auf, wird dies in der Steigung einer linearen Regression besonders deutlich (Abb. 5.3). Der Regressionskoeffizient ist gegenüber dem Idealwert fast halbiert. Der Bereich mit SPG17 wurde dafür ausgelassen, weil er den Blick auf die Auswirkung die Mittelung des Lidars verzerrt.

Um den Effekt durch die räumliche Mittelung, der für diese Arbeit besonders wichtig ist, zu isolieren, wurde das USA auf die Messfrequenz des Lidars gemittelt. Dazu wurden alle Messwerte des USA zwischen zwei Messzeitpunkten des Lidars gemittelt (Abb. 5.4). Die Ergebnisse zeigen, dass dies den Wert des Regressionskoeffizient im Vergleich zu Abb. 5.3 nur wenig verändert hat. Die geringere Varianz der Windmessungen des Lidars resultiert hauptsächlich aus der räumlichen Mittelung.

Die Abweichung der Varianzen zwischen USA und Lidar sollte mit stärkerer Turbulenz zunehmen. In der Grenzschicht hängt die Stärke der Turbulenz mit Windgeschwindigkeiten zusammen, wenn die dynamische Erzeugung von Turbulenz dominiert. Zur Untersuchung wurden die Differenzen der Varianz über 30 Minuten-Intervalle zwischen Mast und Lidar berechnet. Damit die größeren Fehler bei größeren Werten für die Varianz den erwarteten Effekt nicht überdecken, wurden die Differenzen mit der Varianz vom Mast normiert. Das Ergebnis ist als Kastengrafik, gruppiert nach der Windgeschwindigkeit, in Abb. 5.5 gezeigt. Die Erwartung, dass die Differenzen der Varianzen mit steigender Windgeschwindigkeit größere Werte annehmen ist im Bereich zwischen 2 ms^{-1} und 6 ms^{-1} erfüllt und bestätigt die Erwartung. Die Gruppe für 1 ms^{-1} widerspricht der Erwartung, wurden aber bei der Interpretation nicht berücksichtigt, weil die dynamisch Produktion von Turbulenz bei kleinen Windgeschwindigkeiten vermutlich nicht mehr dominiert. Eine Begründung für die Abnahme für die Gruppen mit 7 ms^{-1} und 8 ms^{-1} wurde nicht gefunden, könnte aber durch die geringe Anzahl an Werten (16 und 7), wodurch der Fehler der Mediane größer wird, verursacht sein.

Auch sollte die Differenz zwischen den Varianzen mit kleineren Abstandsbereichen geringer werden, da die räumliche Mittelung dann geringer wird. Durch die Größe der 30 Minuten-Intervalle blieben für die einzelnen Messungen nur wenige Werte übrig, die zur Verfügung stehen. Zusammen mit den unterschiedlichen meteorologischen Bedingungen während der einzelnen Messun-

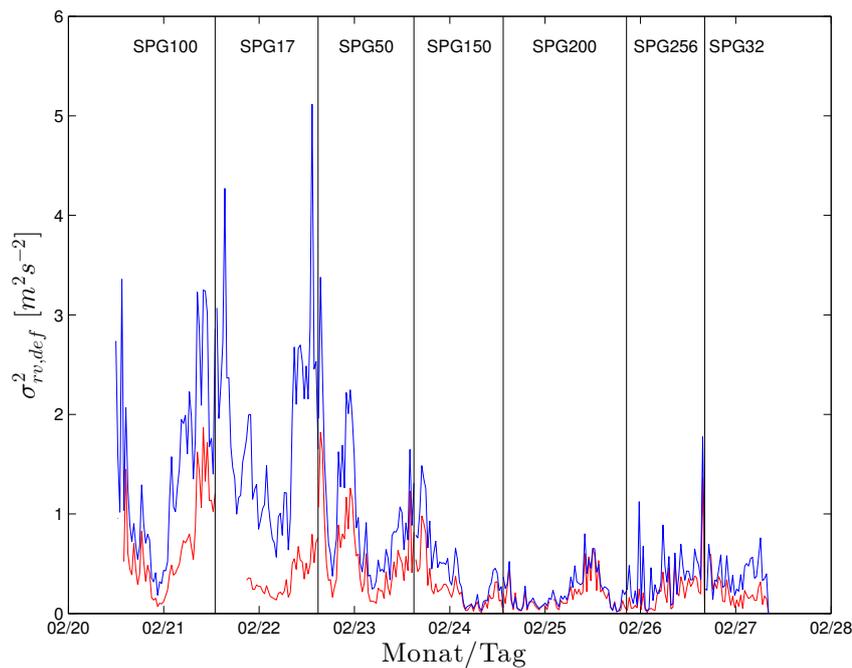


Abbildung 5.2: Zeitreihe der Varianz der Radialgeschwindigkeit über 30 Minuten von Ultraschallanemometer (blau) und Lidar (rot). Der Index „def“ bezeichnet die Berechnungsmethode über die Definition der Varianz.

gen führte dies vermutlich dazu, dass dieses Verhalten nicht erkannt werden konnte.

5.3 Korrelation

Die Korrelationskoeffizienten der Radialgeschwindigkeit und der 30 Minuten Mittelwerte der Radialgeschwindigkeit von Lidar und Mast sind für die verschiedenen Messeinstellungen in Tab. 5.2 gezeigt. Die Radialgeschwindigkeit des USA wurde auf die Messfrequenz des Lidars gemittelt. Die Ergebnisse in Tab. 5.2 zeigen für die Radialgeschwindigkeit niedrige Korrelationskoeffizienten für die Einstellungen mit 17, 50 und 100 Datenpunkten pro Abstandsbereich. Für den Bereich mit SPG17 kann dies durch fragwürdige Messwerte erklärt werden, die nicht durch die Filterung erfasst wurden (Abb. 4.5). Für die Bereiche SPG50 und SPG100 sind die Ergebnisse nach den Betrachtungen der Mittelwerte und Varianzen überraschend. Beide Bereiche haben auch keine Auffälligkeiten in den meteorologischen Randbedingungen oder in einzelnen Messwerten, die nicht durch das SNR herausgefiltert wurden. Eine schlüssige Begründung wurde nicht gefunden. Die Korrelationskoeffizienten der Mittelwerte der Radialgeschwindigkeit sind generell höher, da durch die Mittelung Unterschiede durch die räumliche Auflösung und Messfehler verschwinden.

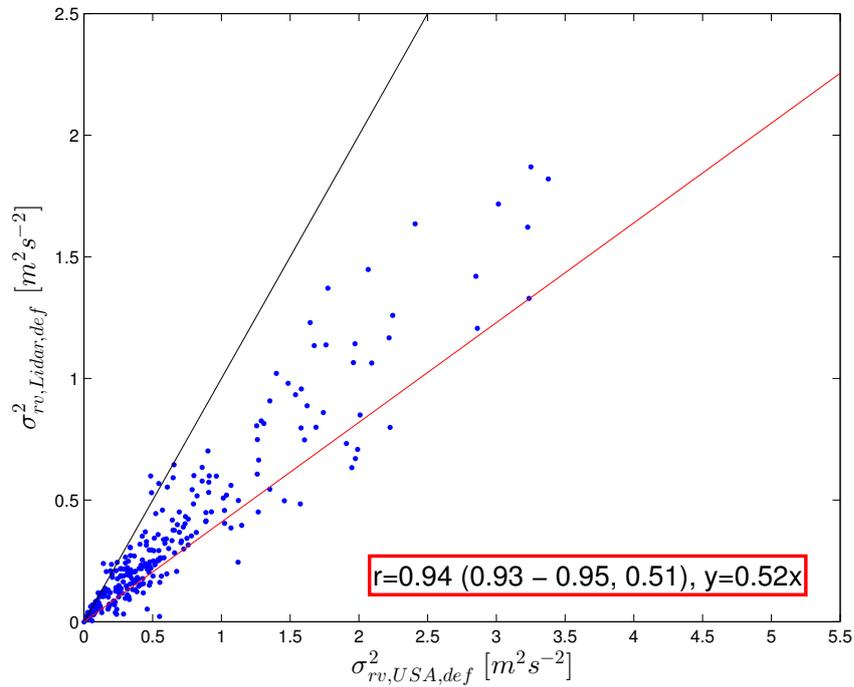


Abbildung 5.3: Die Varianz der Radialgeschwindigkeit über 30 Minuten-Intervalle von Ultraschallanemometer und Lidar gegeneinander aufgetragen (blau). Der Bereich mit der Messeinstellung SPG17 wurde ausgelassen. Es ist eine lineare Regression (rot) und eine Gerade mit Steigung $m = 1$ (schwarz) eingezeichnet.

Tabelle 5.2: Korrelationskoeffizienten der radialen Windgeschwindigkeit r_{rv} und der Mittelwerte der Radialgeschwindigkeit über 30 Minuten-Intervalle $r_{\overline{rv}}$ von Lidar und Mast für unterschiedliche Einstellungen des Lidars (Tabelle 4.1).

Messung	r_{rv}	$r_{\overline{rv}}$
SPG17	0.43 (0.43 - 0.44)	0.95 (0.92 - 0.97)
SPG32	0.84 (0.84 - 0.84)	1.00 (0.99 - 1.00)
SPG50	0.56 (0.56 - 0.56)	0.99 (0.99 - 1.00)
SPG100	0.48 (0.48 - 0.49)	0.95 (0.91 - 0.97)
SPG150	0.89 (0.89 - 0.89)	1.00 (0.99 - 1.00)
SPG200	0.96 (0.96 - 0.96)	1.00 (1.00 - 1.00)
SPG256	0.73 (0.72 - 0.73)	0.87 (0.77 - 0.93)

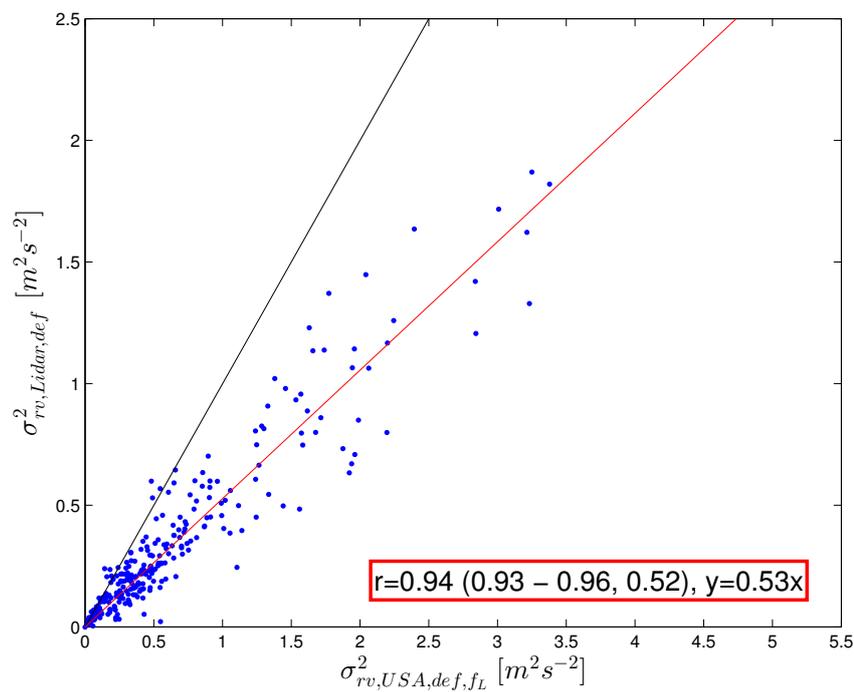


Abbildung 5.4: Die Varianz der Radialgeschwindigkeit des Lidars und des Ultraschallanemometers über 30 Minuten-Intervalle gegeneinander aufgetragen (blau). Der Bereich mit der Mess-einstellung SPG17 wurde ausgelassen. Das Ultraschallanemometer wurde auf die Messfrequenz des Lidars gemittelt. Es ist eine lineare Regression (rot) und eine Gerade mit Steigung $m = 1$ (schwarz) eingezeichnet.

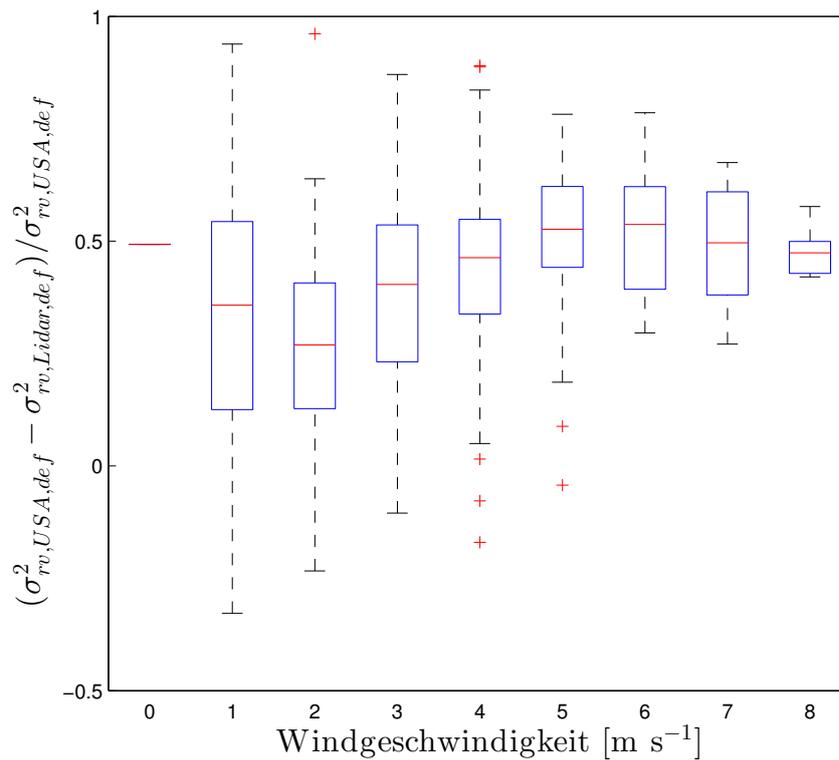


Abbildung 5.5: Die normierte Differenz der Varianzen der Radialgeschwindigkeit aus 30 Minuten-Intervallen nach der Windgeschwindigkeit aus Messungen des Ultraschallanemometers gruppiert. Jede Gruppe erfasst ein Geschwindigkeitsintervall von 1 ms^{-1} und der Bereich mit der Messeinstellung SPG17 wurde ausgelassen. Die Differenzen wurden in Intervalle von 1 ms^{-1} gruppiert. Es wird der Median (rote Linie), das 25. und 75. Perzentil (blau) und eine $\pm 2,7\sigma$ -Umgebung (schwarz) der Gruppe gezeigt. Werte außerhalb der $\pm 2,7\sigma$ -Umgebung sind rote Kreuze.

6. Vergleich der integralen Längenskala aus Zeitreihen

Die integrale Längenskala wird in Kap. 7 zur Überprüfung des Verfahrens zur Ableitung der Längenskala L_0 verwendet. Dafür wird im Folgenden die Berechnung und ihre Übereinstimmung zwischen Ultraschallanemometer und Lidar gezeigt.

6.1 Berechnung der integralen Längenskala

Für die Berechnung der integralen Längenskala nach Definition (Gl. 3.18) werden Messwerte zu einem Zeitpunkt an mehreren Orten gebraucht. Die Messungen für diese Arbeit sind allerdings Zeitreihen am festen Ort. Daher wird Taylors Hypothese der stationären Turbulenz (Kapitel 2.3.6) angenommen:

$$L_i(t) = |\mathbf{v}| \int_0^{\infty} R_l(t, \tau) d\tau. \quad (6.1)$$

Die Autokorrelation wird über die Autokovarianz (Kap. 3.4.2) durch Normierung mit der Varianz berechnet. Die Integration von Null bis unendlich kann nicht erfüllt werden, weil die Autokorrelation aus einer endlichen Zeitreihe berechnet wird. Lothon et al. (2006) bestimmte die integrale Längenskala aus dem Integral einer angepassten Exponentialfunktion. O’Neill et al. (2004) hat mehrere Möglichkeiten zur Wahl des Integrationsbereiches für eine direkte Auswertung miteinander verglichen. Seinem Beispiel folgend wurde zur Integration der Bereich von Null bis zu dem ersten Nulldurchgang der Autokorrelationsfunktion gewählt. Die Integration wurde durch diskrete Summen approximiert und die Autokorrelationsfunktion über 30 Minuten-Intervalle berechnet. Ein Vergleich beider Möglichkeiten an der Zeitreihe der Radialgeschwindigkeit des Lidars aus der Vergleichsmessung (Kap. 4) zeigt sehr gute Übereinstimmung (Abb. 6.1). Im Folgenden die Integration der Autokorrelationsfunktion verwendet.

Die Werte der integralen Längenskalen von Ultraschallanemometer und Lidar (Abb. 6.2) zeigen eine lineare Abhängigkeit. Die Größenordnung der integralen Längenskalen ist vergleichbar mit den Ergebnissen von Träumner (2013). Aus Lidarmessungen resultiert überwiegend eine größere integrale Längenskala als aus Mastdaten. Die Überschätzung ist durch die räumliche Mittelung des Lidars erklärbar und wird im nächsten Abschnitt genauer betrachtet. Die Streuung der

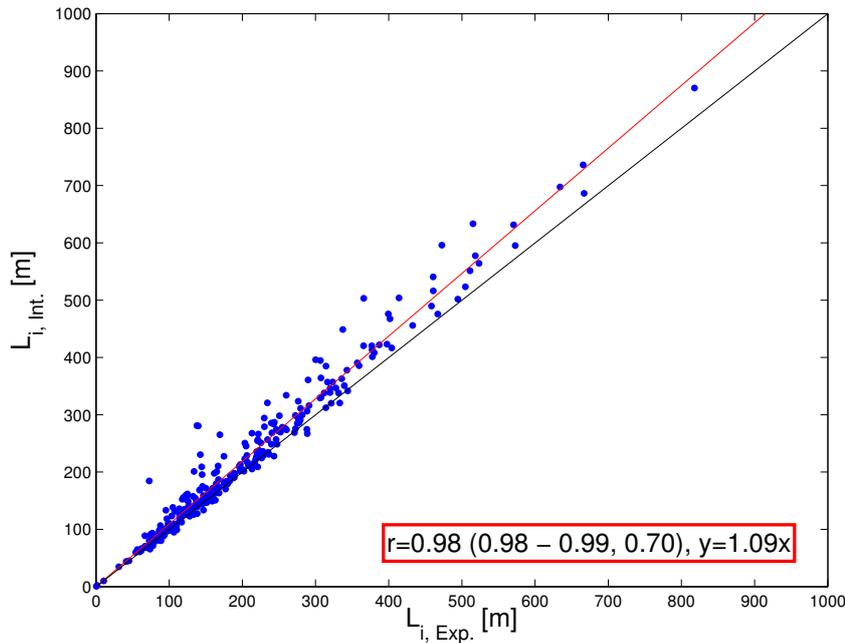


Abbildung 6.1: Integrale Längenskalen aus Messdaten des Lidars aus Integration der Autokorrelationsfunktion bis zum 1. Nulldurchgang (Ordinate) und Anpassung einer Exponentialfunktion (Abszisse) berechnet (blau). Es ist eine lineare Regression (rot) und eine Gerade mit der Steigung $m = 1$ (schwarz) eingezeichnet.

Werte zeigt keine Abhängigkeit von der mittleren Windgeschwindigkeit oder der Windrichtung (Abb. 6.3).

6.2 Einfluss der räumlichen Mittelung auf die integrale Längenskala

Der Einfluss von räumlicher Mittelung auf die integrale Längenskala wurde für Dual-Doppler-Lidare in der Dissertation von Stawiarski (2014) theoretisch untersucht. Anhand ihrer Ergebnisse wird im Folgenden die Auswirkung der räumlichen Mittelung auf die integrale Längenskalen genauer betrachtet.

Die Überschätzung der integralen Längenskala durch das Lidar resultiert aus der glättenden Wirkung der räumlichen Mittelung auf die Autokorrelationsfunktion. Fällt die Autokorrelationsfunktion langsam ab, so sind die Unterschiede geringer als bei einem schnellen Abfall.

Theoretische Berechnungen von Stawiarski (2014) ergaben unter den Annahmen, dass die Mittelungsfunktion des Lidars einem konstanten, gleitenden Mittel über eine Strecke Δx entlang des Strahls entspricht und die Autokorrelationsfunktion exponentiell abfällt, für den Überschätzungsfaktor:

$$\frac{L_{i,Lidar}}{L_{i,USA}} = \frac{\sigma_{USA}^2}{\sigma_{Lidar}^2} = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta x}{L_{i,USA}} \right)^2}{\frac{\Delta x}{L_{i,USA}} + \exp \left(-\frac{\Delta x}{L_{i,USA}} \right) - 1}. \quad (6.2)$$

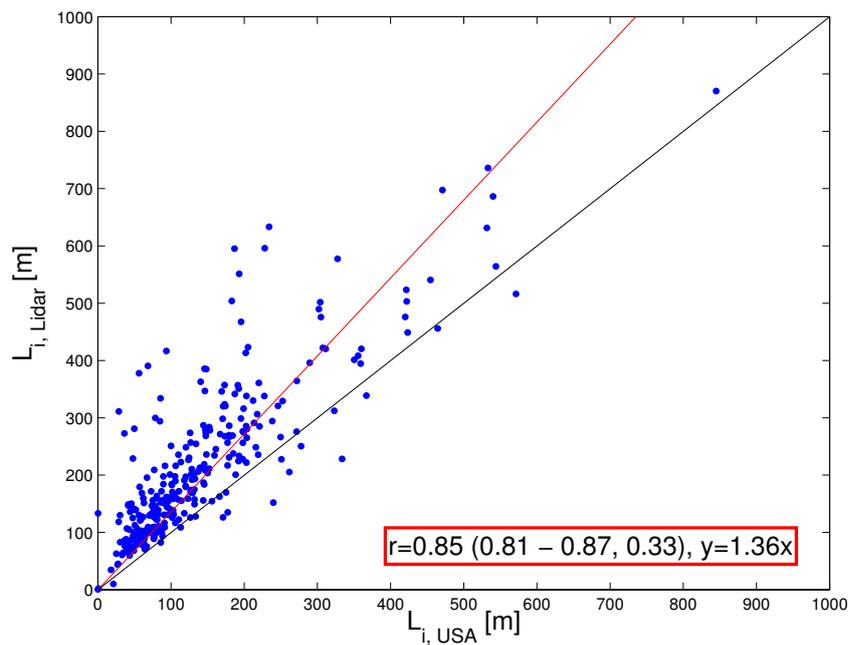


Abbildung 6.2: Integrale Längenskala von USA und Lidar aus 30 Minuten-Intervallen für alle Messeinstellungen der Vergleichsmessung (Kap. 4) gegeneinander aufgetragen (blau). Es ist eine lineare Regression (rot) und eine Gerade mit der Steigung $m = 1$ (schwarz) eingezeichnet.

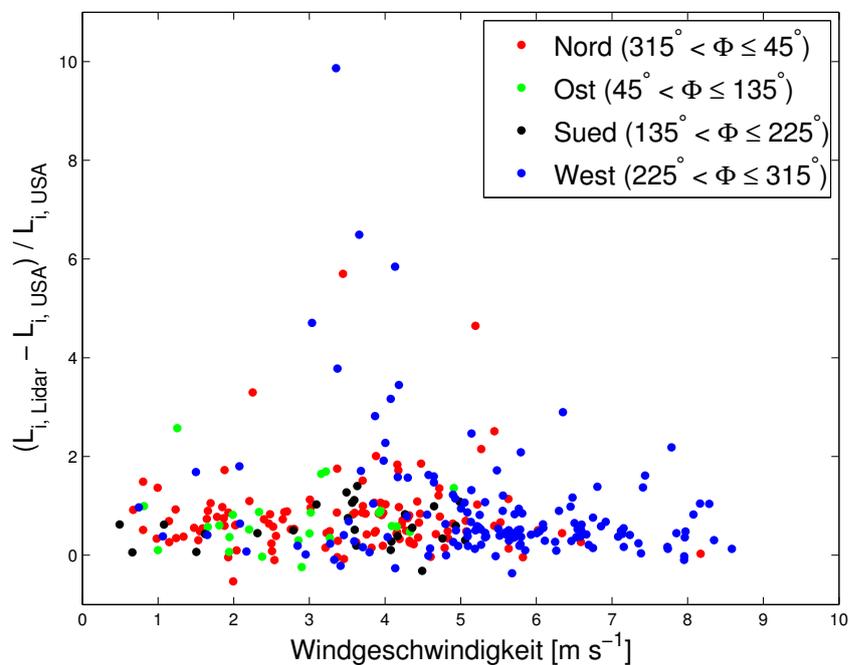


Abbildung 6.3: Normierte Differenz der integralen Längenskala von Mast und Lidar gegen die Windgeschwindigkeit aufgetragen. Die Werte sind nach der mittleren Windrichtung Φ eingefärbt. Ein Wert ist außerhalb des Abbildungsbereichs (Windgeschwindigkeit $1,72 \text{ ms}^{-1}$ und normierte Differenz 538,20).

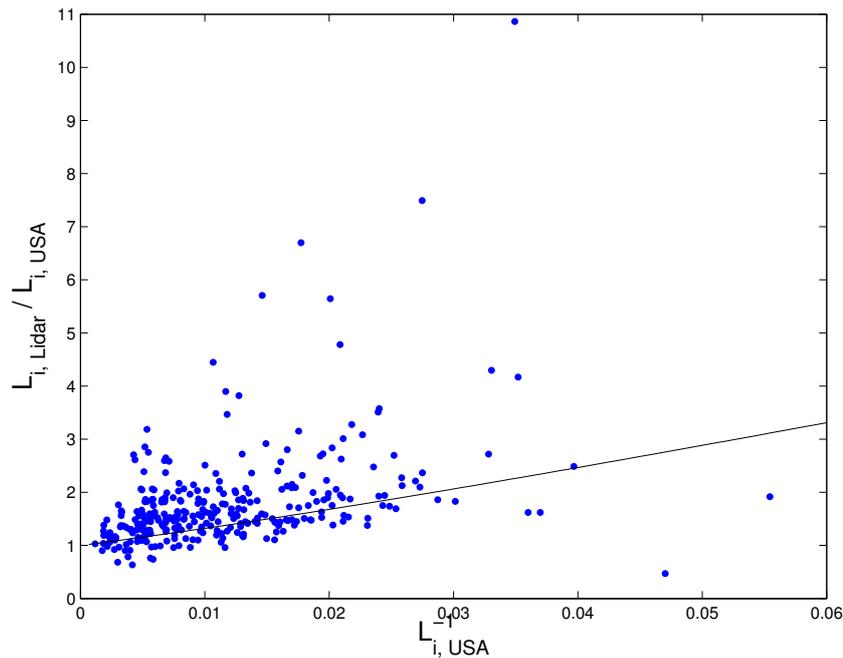


Abbildung 6.4: Überschätzungsfaktor der integralen Längenskala durch das Lidar gegenüber dem Mast als Funktion der Längenskala des Masts. Die schwarze Linie ist die theoretisch Überschätzung der integralen Längenskala aus Gl. 6.2 für eine Mittelungstrecke $\Delta x = \Delta r$.

Die Überschätzung sollte demnach um so größer werden, je größer die Mittelungslänge Δx des Lidars im Vergleich zur integralen Längenskala des Masts ist, der hier als Referenz verwendet wird.

Die Pulslänge kann als kleinste, zwangsläufige Mittelungslänge des Lidars aufgefasst werden. Die daraus resultierende Überschätzung der integralen Längenskala kann über Gl. 6.2 berechnet werden. Die Werte für die Überschätzung des Lidars gegenüber dem USA sind überwiegend größer oder gleich der theoretischen Überschätzung für die Pulslänge (Abb. 6.4). Ursache dafür dürfte sein, dass neben der Pulslänge auch die Größe des Abstandsbereichs Einfluss auf die Mittelungslänge hat und diese vergrößert.

Wird der Abstandsbereich als Mittelungslänge verwendet, folgt die Überschätzung insgesamt der theoretischen Erwartung (Abb. 6.5), aber Unterschiede zwischen einzelnen Abstandsbereichsgrößen sind nicht zu erkennen (Abb. 6.6). Ursache dafür dürfte sein, dass die Abweichung zwischen USA und Lidar (Abb. 6.2) größer ist als die erwarteten Unterschiede aufgrund der Messeinstellungen. Es fällt außerdem auf, dass die Überschätzung meistens größer ist als theoretisch erwartet. Dies könnte im Zusammenspiel von Pulslänge und Abstandsbereichsgröße begründet sein.

Die von Stawiarski (2014) vorgeschlagene Korrektur wurde mit dem Mast als Referenz durchgeführt (Abb. 6.7). Die Überschätzung durch das Lidar wurde im linearen Regressionskoeffizienten überkorrigiert und der Korrelationskoeffizient wurde kleiner im Vergleich zum unkorrigierten Fall (Abb. 6.2). Die stärkere Streuung könnte durch die Fehlerfortpflanzung der USA- und Lidar-

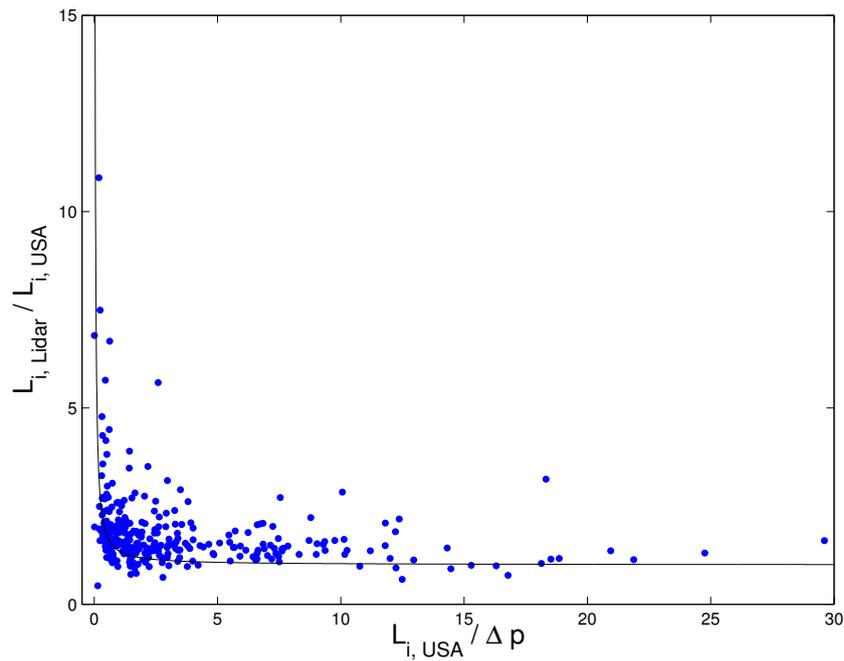


Abbildung 6.5: Überschätzungsfaktor der integralen Längenskala durch das Lidar gegenüber dem Mast über das Verhältnis der Längenskala des Masts zur Abstandsbereichsgröße des Lidars aufgetragen. Punkte sind Berechnungen aus Messwerten (zwei Punkte nicht im Bildbereich). Die theoretische Erwartung (schwarze Linie) ist aus Gleichung 6.2 berechnet.

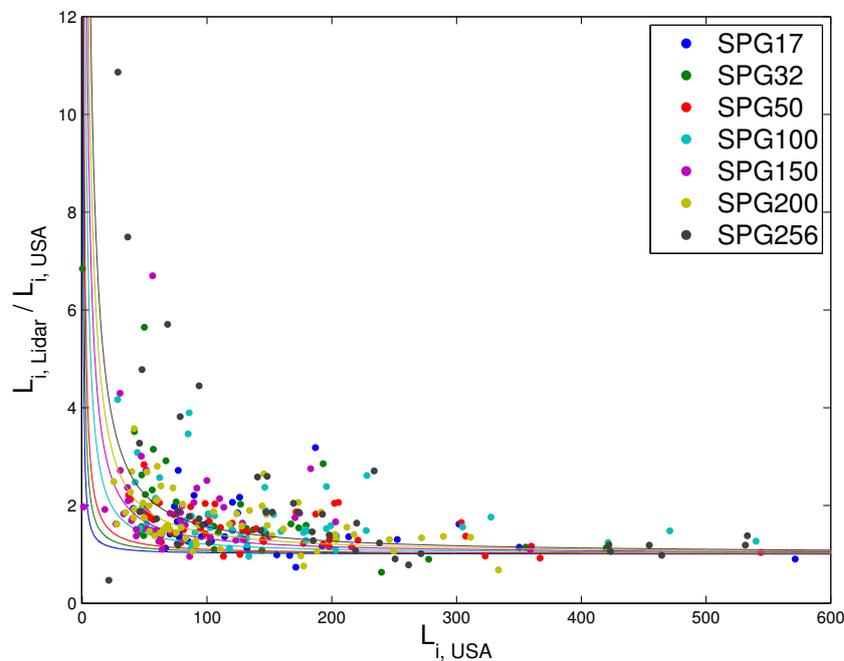


Abbildung 6.6: Überschätzungsfaktor der integralen Längenskala durch das Lidar gegenüber dem Mast über die Längenskala des Masts aufgetragen. Punkte sind Berechnungen aus Messwerten und Linien sind aus Gleichung 6.2 berechnet.

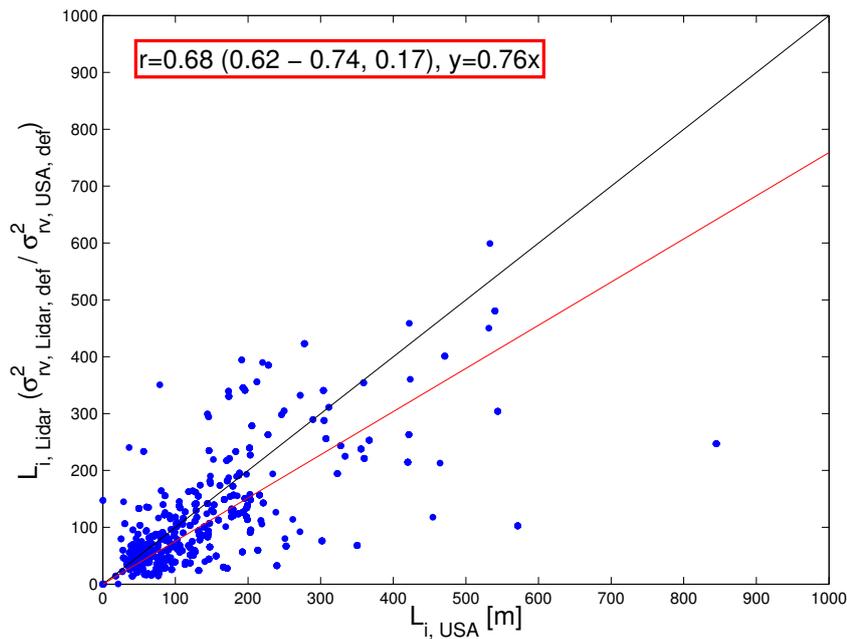


Abbildung 6.7: Integrale Längenskala von Mast und Lidar gegeneinander aufgetragen. Die integrale Längenskala des Lidars wurde mit dem Verhältnis der Varianzen nach Gl. 6.2 korrigiert. Es ist eine lineare Regression (rot) und eine Gerade mit der Steigung $m = 1$ (schwarz) eingezeichnet.

fehler zu erklären sein. Die Überkorrektur könnte durch Anisotropie oder Anteile aus der vertikalen Windgeschwindigkeit verursacht werden, die von Stawiarski (2014) ausgeschlossen wurden. Zusammenfassend kann daher festgehalten werden, dass die Überschätzung durch diese vereinfachte Betrachtung nachvollzogen werden kann, aber die quantitative Korrektur nur eingeschränkt gelingt. Eine mögliche Ursache dafür könnte sein, dass die Betrachtung der räumlichen Mittelung des Lidars als ein gleitendes Mittel die reale Mittelung nicht ausreichend beschreibt. Ein weiterer Nachteil dieses Korrekturverfahrens ist, dass eine Korrektur ohne eine Referenz durch ein Ultraschallanemometer nicht möglich ist.

7. Überprüfung des Verfahrens zur Ableitung von Varianz, Längenskala und Dissipationsrate

Das Verfahren zur Ableitung von Varianz, Längenskala und Dissipationsrate mit Korrektur der räumlichen Mittelung des Lidars (Gl.3.15) soll im Folgenden validiert werden. Es werden zur Kontrolle eine Vergleichsmessung des Ultraschallanemometers am 200m-Masten des IMK herangezogen (Kap. 4). Es soll zum einen die Eignung des von Kármán-Modells zur Ableitung der drei Turbulenzparametern und zum anderen die Korrektur der räumlichen Mittelung untersucht werden. Aufgrund der Anforderungen der Strukturfunktion an die Messgeometrie ergeben sich mehrere Möglichkeiten für einen Vergleich, die jeweils über unterschiedliche Vor- und Nachteile verfügen.

Den Ergebnissen des Zeitreihenvergleichs (Kap. 5) folgend, werden für den Vergleich der Modellergebnisse die Messeinstellungen mit 17 und 256 Datenpunkten pro Abstandsbereich weglassen. Eine Unterscheidung der Messeinstellungen ist im Vorgriff auf die Ergebnisse in Kapitel 8 nicht notwendig.

In Abschnitt 7.1 werden Zeitreihen der Radialgeschwindigkeit für beide Messgeräte verwendet. In Abschnitt 7.2 werden für das Lidar zusätzlich Messdaten aus mehreren Abstandsbereichen verwendet.

7.1 Zeitreihen der Radialgeschwindigkeiten

Das Ableitungsverfahren soll unter Annahme von Taylors Hypothese der stationären Turbulenz auf die Zeitreihen des Ultraschallanemometers und des nächstgelegenen Abstandsbereichs des Lidars angewendet werden. Die Strukturfunktionen wurde über 30-Minuten-Intervalle der Radialgeschwindigkeit für Lidar und Mast bestimmt (Kap. 3.4.3). Für beide Messgeräte wurden die Separationen aus der Windgeschwindigkeit des Ultraschallanemometers berechnet.

Der Vorteil dieser Methode ist, dass man für Mast und Lidar dieselben Windkomponenten am selben Ort mit der gleichen Richtung für die Separationen betrachtet. Der Nachteil ist, dass die Strukturfunktion nur dann longitudinal oder transversal ist, wenn die Windrichtung senkrecht oder parallel zum Lidarstrahl ist und das von Kármán-Modell nur in diesen Fällen gilt (Kap. 2.3.8). We-

gen der vorherrschenden Strömung stehen nur wenige Intervalle zur Verfügung, die dies erfüllen. Ein Vergleich bei dem die Geometrien auf diese Weise korrekt berücksichtigt sind, ist in Kapitel 7.1.3 gezeigt. Um den Vergleich statistisch aussagekräftiger zu gestalten, wurde daher in Kapitel 7.1.1 und 7.1.2 das longitudinale von Kármán-Modell für alle Intervalle verwendet, unabhängig von der Windrichtung.

7.1.1 Überprüfung des von Kármán-Modells

Es wird die Eignung des von Kármán-Modells zur Ableitung von Turbulenzparametern untersucht. Zur Überprüfung werden die Turbulenzparameter mithilfe anderer Methoden berechnet. Die Varianz kann über ihre Definition (Gl. 2.2) aus der Zeitreihe direkt berechnet werden. Die Längenskala L_0 kann durch die integrale Längenskala berechnet werden (Gl. 3.21). Die Berechnung der integralen Längenskala wurde in Kapitel 6.1 beschrieben.

Das von Kármán-Modell zeigt für die Varianz des Lidars eine sehr gute Übereinstimmung im Korrelationskoeffizient und in der Steigung einer linearen Regression im Vergleich zur direkt über die Definition berechneten Varianz (Abb. 7.1).

Für die Längenskala L_0 zeigt sich im Vergleich zur integralen Längenskala für das Lidar im geringen Korrelationskoeffizient eine starke Streuung (Abb. 7.2). Anpassungen des Modells, die nicht konvergierten, wurden verworfen (Kap. 3.4.4). Insgesamt zeigt sich, dass die Längenskala L_0 aus dem Modell und aus der integralen Längenskala nur eine mäßige bis schlechte Abhängigkeit erkennen lässt. Berücksichtigt man die Tatsache, dass mit demselben Modell eine gute Übereinstimmung der Varianz erzielt wurde, stellt sich die Frage, ob der Zusammenhang zwischen integraler Längenskala und der Längenskala L_0 aus Gl. 3.21 nicht gültig ist oder die Längenskala empfindlicher auf Fehler ist. Zweifel an der Gültigkeit der Proportionalität zwischen integraler Längenskala und der Längenskala L_0 (Gl. 3.21) für die vorliegenden atmosphärischen Bedingungen sind wegen der Ergebnisse aus Kap. 10 verworfen worden. Die starke Streuung ist vermutlich durch eine größere Fehleranfälligkeit der Längenskala L_0 bei der Modellanpassung zu erklären. Die turbulente Energiedissipationsrate ϵ wurde über Gleichung 3.22 aus der Varianz und der Längenskala L_0 berechnet. Die Ergebnisse zeigen aufgrund der Fehlerfortpflanzung aus der Längenskala L_0 ebenfalls eine starke Streuung (Abb. 7.3).

Für das Ultraschallanemometer sind analoge Vergleiche in Anhang C, Abbildungen C.1, C.2 und C.3. Die Ergebnisse sind mit jenen des Lidars vergleichbar.

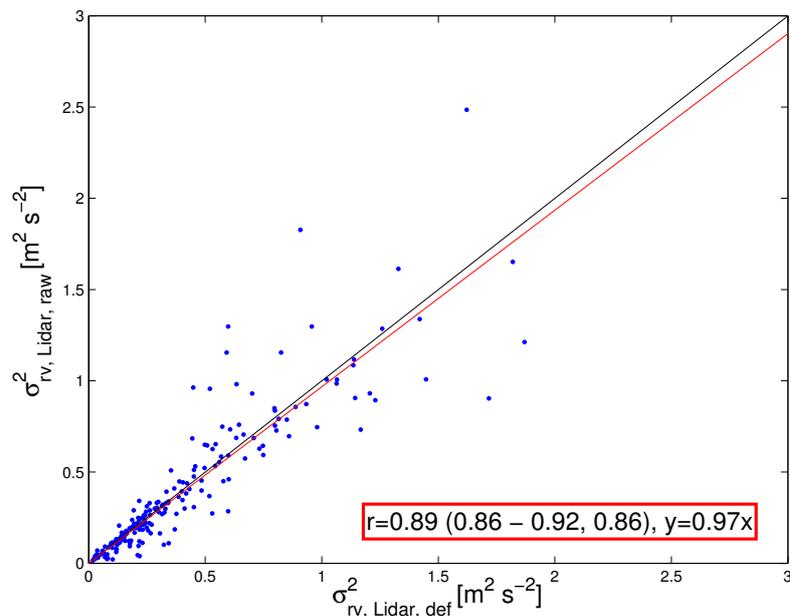


Abbildung 7.1: Vergleich der Varianz der Radialgeschwindigkeit aus der Zeitreihe des 11. Abstandsbereichs des Lidars (blau). Ordinate: Abgeleitet aus dem von Kármán-Modell der Strukturfunktion ohne Berücksichtigung der räumlichen Mittelung. Abszisse: Berechnet aus Definition der Varianz. Es ist eine lineare Regression (rot) und eine Gerade mit Steigung eins (schwarz) eingezeichnet.

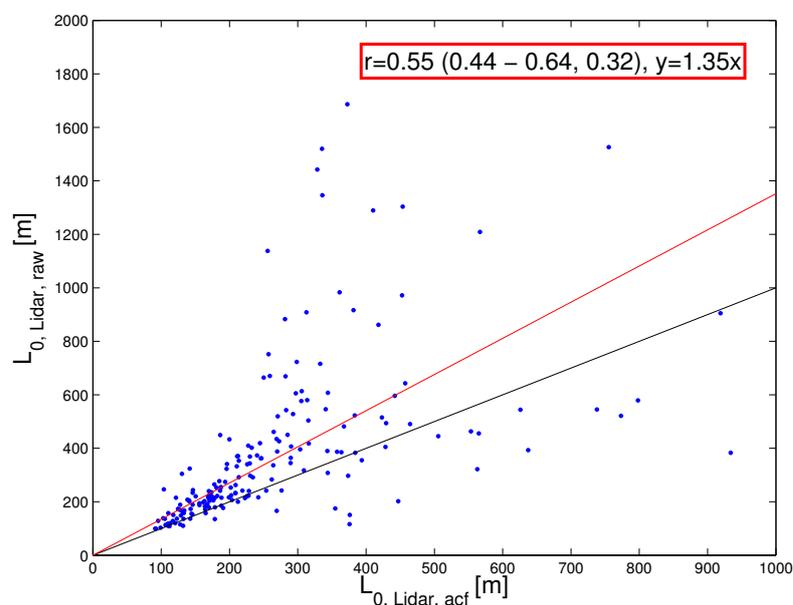


Abbildung 7.2: Vergleich der Längenskala L_0 aus der Zeitreihe des 11. Abstandsbereichs des Lidars (blau). Ordinate: Abgeleitet aus dem von Kármán-Modell der Strukturfunktion ohne Berücksichtigung der räumlichen Mittelung. Abszisse: Berechnet aus der integralen Längenskala. Es ist eine lineare Regression (rot) und eine Gerade mit Steigung eins (schwarz) eingezeichnet.

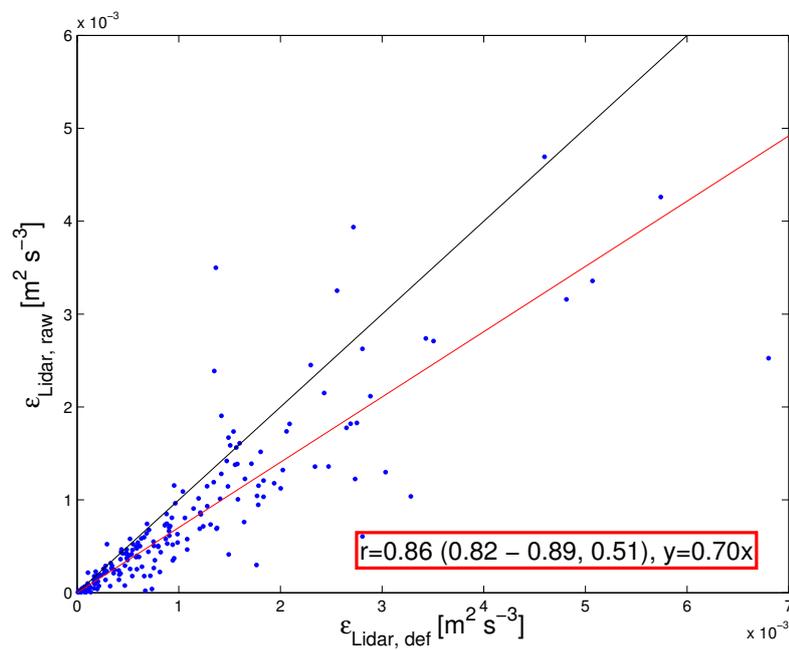


Abbildung 7.3: Vergleich der Dissipationsrate der turbulenten, kinetischen Energie aus der Zeitreihe des 11. Abstandsbereichs des Lidars (blau). Ordinate: Berechnet aus den Ergebnissen des ungewichtetem von Kármán-Modell. Abszisse: Berechnung aus der Definition der Varianz und der integralen Längenskala. Es ist eine lineare Regression (rot) und eine Gerade mit Steigung eins (schwarz) eingezeichnet.

7.1.2 Überprüfung der Korrektur der räumlichen Mittelung

Die Korrektur der räumlichen Mittelung bei der Ableitung der Turbulenzparameter mit dem Lidar (Gl. 3.15) soll überprüft werden. Dafür werden die Ergebnisse des Ultraschallanemometers aus dem vorherigen Abschnitt als Referenz verwendet.

Die Berücksichtigung der Mittelung verringert die Unterschätzung der Varianz durch das Lidar gegenüber dem Ultraschallanemometer in der Steigung einer linearen Regression (Abb. 7.4), aber korrigiert sie nicht vollständig. Die Ergebnisse des Modells für die Längenskala L_0 zeigen im Korrelationskoeffizient eine stärkere Streuung zwischen Mast und Lidar als die Varianz (Abb. 7.5). Die Überschätzung der Längenskala L_0 durch das Lidar wird durch die Berücksichtigung der räumlichen Mittelung in der Steigung der Regression verringert, aber ebenfalls nicht ganz korrigiert.

Die lineare Abhängigkeit von L_0 aus dem Modell zwischen Mast- und Lidarmessungen ist stärker, als zwischen L_0 aus Modell und integraler Längenskala für dasselbe Messgerät. Die Abweichungen zeigten keine Abhängigkeit von den meteorologischen Umgebungsbedingungen. Weil durch eine andere Formulierung des Korrekturverfahrens in Kap. 10 eine geringere Streuung erzielt wurde, sind die Abweichungen der Längenskala L_0 vermutlich durch eine große Fehleranfälligkeit bei der Anpassung an die Strukturfunktion verursacht.

Ein Vergleich zum Korrekturverfahren der integralen Längenskala anhand des Verhältnisses der Varianzen von Lidar und USA (Gl. 6.2) hat wegen der starken Streuung keine Abhängigkeit gezeigt.

Frehlich und Cornman (2002) fanden mit den Eingabewerten $L_i = 100$ m und $\epsilon = 0.01 \text{ m}^{4/3} \text{ s}^{-2}$ für eine Pulslänge von $\Delta r = 24$ m und einem Abstandsbereich von $\Delta p = 24$ m eine korrigierte integrale Längenskala von $L_{i, \text{wgt}} = 63,76$ m. Eine Auswahl aller unkorrigierten L_i zwischen 90 m und 100 m ergab im Mittel ein korrigiertes $L_i = 44,00$ m für die Messungen in dieser Arbeit. Bedenkt man die größere Pulslänge und den längeren Abstandsbereich, dürfte der Wert eine gute Größenordnung haben.

Die Dissipationsraten von Mast und Lidar lassen für das von Kármán-Modell eine gute Abhängigkeit erkennen, aber das Lidar unterschätzt die Dissipationsrate sehr stark (Abb. 7.6). Durch die Berechnung aus den korrigierten Werten der Längenskala und der Varianz beim Lidar ist eine Korrektur der Unterschätzung zu erkennen, aber gleichfalls eine stärkere Streuung. Dies ist vermutlich der Fehlerfortpflanzung aus der Längenskala geschuldet.

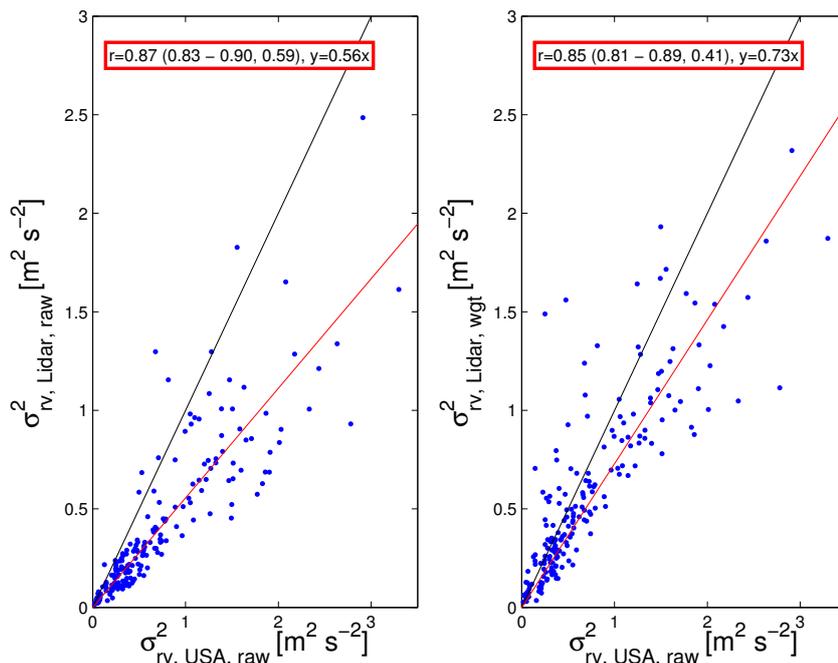


Abbildung 7.4: Vergleich der Varianz von Lidar und Mast abgeleitet aus dem von Kármán-Modell der Strukturfunktion (blau). Links das unkorrigierte Verfahren, rechts wurde die Korrektur für das Lidar verwendet. Es ist eine lineare Regression (rot) und eine Gerade mit Steigung eins (schwarz) eingezeichnet.

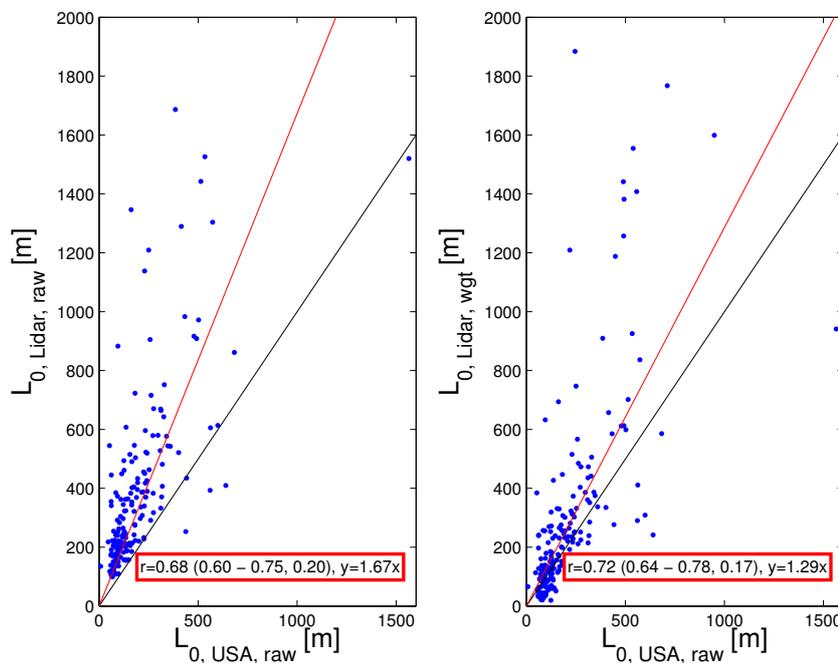


Abbildung 7.5: Vergleich der Längenskala L_0 von Lidar und Mast abgeleitet aus dem von Kármán-Modell der Strukturfunktion (blau). Links das unkorrigierte Verfahren, rechts wurde die Korrektur für das Lidar verwendet. Es ist eine lineare Regression (rot) und eine Gerade mit Steigung eins (schwarz) eingezeichnet.

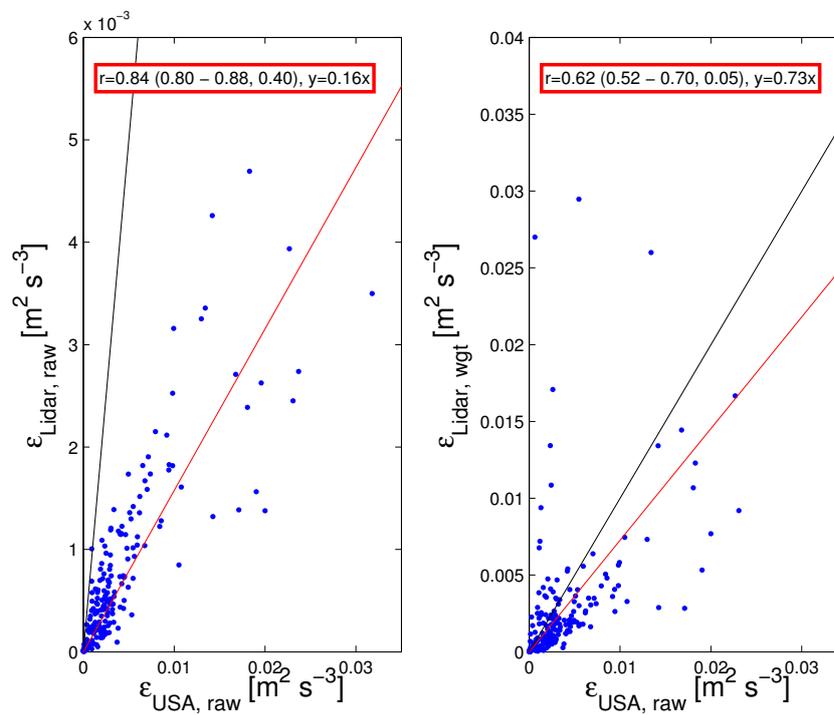


Abbildung 7.6: Vergleich der Dissipationsrate der turbulenten, kinetischen Energie zwischen Mast und Lidar aus den Ergebnissen des von Kármán-Modell der Strukturfunktion (blau). Links wurden für das Lidar die unkorrigierten und rechts die korrigierten Werte verwendet. Es ist eine lineare Regression (rot) und eine Gerade mit Steigung eins (schwarz) eingezeichnet.

7.1.3 Untersuchung des Einflusses der Auswerterichtung

Die Vergleiche aus Kapitel 7.1.1 und 7.1.2 werden für Zeitintervalle mit korrekter longitudinaler oder transversaler Strukturfunktion wiederholt. Es wurden nur Intervalle verwendet, in denen die mittlere Windrichtung mit einer Toleranz von $\pm 10^\circ$ parallel oder senkrecht zum Lidarstrahl war. Durch diese Einschränkungen sind noch 45 Zeitintervalle verfügbar. Für Intervalle mit paralleler Windrichtung wurde ein longitudinales Modell und für Intervalle mit senkrechter Windrichtung ein transversales Modell der Strukturfunktion angepasst.

Die Ergebnisse sind in Tab. 7.1 gezeigt. Dieses Vorgehen zeigt für die Varianz eine geringere Streuung, aber eine schlechtere Korrektur gegenüber dem Vergleich in Kapitel 7.1.2. Die Längenskala L_0 und die Dissipationsrate haben beide eine stärkere Streuung. Die Längenskala L_0 wird überkorrigiert und bei der Dissipationsrate ist sie schwächer als im vorherigen Vergleich. Durch dieses Vorgehen wurde die Übereinstimmung zwischen Ultraschallanemometer und Lidar nicht verbessert.

Die Unterschiede zwischen Verwendung des transversalen und longitudinalen von Kármán-Modells der Strukturfunktion sind für die Varianz sehr klein und für die Längenskala L_0 wachsen mit L_0 an (Abb. 7.7). Eine mögliche Erklärung hierfür kann das transversalen von Kármán-Modells bieten (Abb. 7.8). Der zusätzliche Term des transversalen Modells (Gl. 2.26) ist nur für kleine s/L am größten, weswegen die Unterschiede für große Längenskalen L_0 anwachsen. Für größere Werte von s/L im flachen Flügel der Strukturfunktion bestimmt die Varianz das longitudinale und transversale Modell gleichermaßen, weswegen die Unterschiede für sie klein sind.

Die absolute Auswirkung des Nichtbeachtens der Longitudinalität auf die Ergebnisse der Turbulenzparameter kann am Ultraschallanemometer überprüft werden. Dafür wurde zum einen die longitudinale Strukturfunktion in Richtung der mittleren Windgeschwindigkeit mit der dazugehörigen Auswerterichtung berechnet und das longitudinale von Kármán-Modell zur Ableitung der Turbulenzparameter benutzt. Dies wird mit den Ergebnissen der Strukturfunktion mit Auswerterichtung in Strahlrichtung (Kap. 7.1.1) verglichen (Abb. 7.9). Die Abweichungen, die durch die falsche Auswerterichtung entstehen, sind überschaubar.

Tabelle 7.1: Kennzahlen aus dem Vergleich von Turbulenzparametern aus dem von Kármán-Modell der Strukturfunktion zwischen Lidar und Ultraschallanemometer. Es wurden die Longitudinalität und Transversalität der Strukturfunktion eingehalten und für das Lidar die räumliche Mittelung korrigiert.

Vergleich	Korrelationskoeffizient	Lineare Regression
$\sigma_{USA,raw}^2$ vs. $\sigma_{Lidar,wt}^2$	0,91 (0,83 - 0,96; 0,59)	$y=0,62x$
$L_{0,USA,raw}$ vs. $L_{0,Lidar,wt}$	0,49 (0,18 - 0,71; 0,12)	$y=0,81x$
$\epsilon_{USA,raw}$ vs. $\epsilon_{Lidar,wt}$	0,34 (0,00 - 0,61; 0,12)	$y=0,66x$

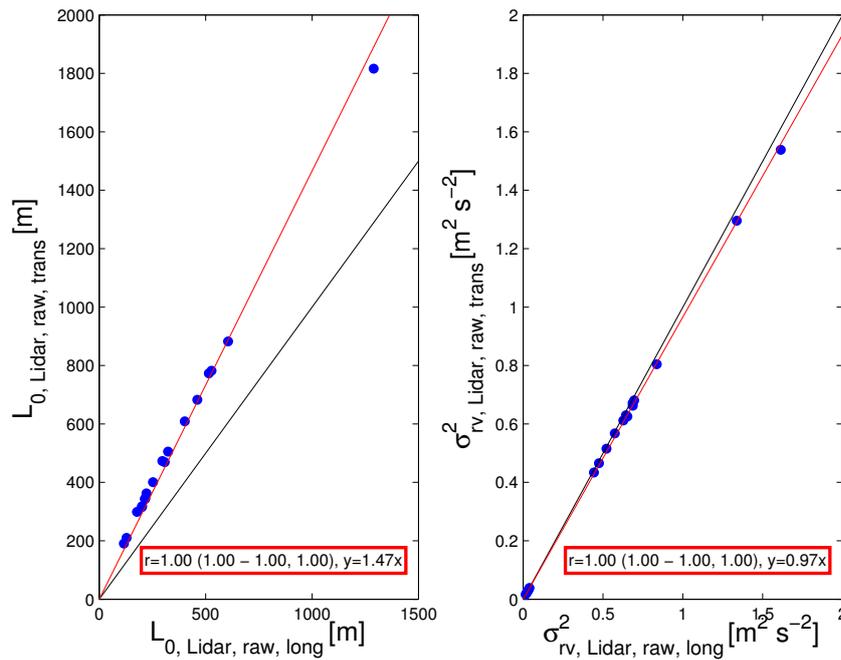


Abbildung 7.7: Links: Die Ergebnisse der Längenskala L_0 aus einem transversalen von Kármán-Modell der Strukturfunktion sind über die Ergebnisse des longitudinalen Modells aufgetragen. Rechts ist analoges für die Varianz der Radialgeschwindigkeit gezeigt. Es wurden nur Intervalle verwendet, in denen die mittlere Windrichtung senkrecht zum Lidarstrahl war. Zusätzlich ist eine lineare Regression (rot) und eine Gerade mit Steigung eins (schwarz) eingezeichnet.

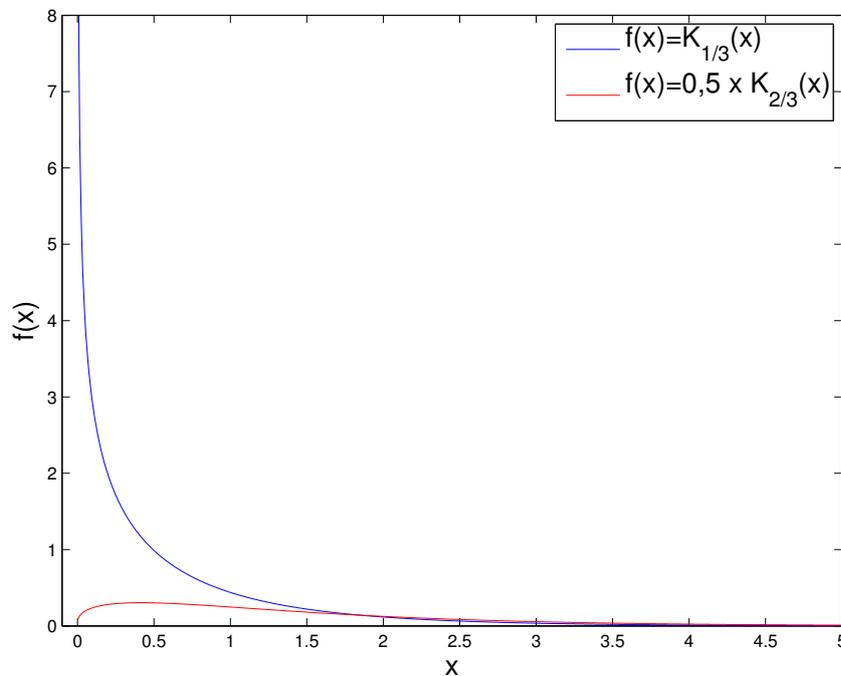


Abbildung 7.8: Der longitudinale (blau) und transversale (rot) Anteil des von Kármán-Modells (Gl. 2.26).

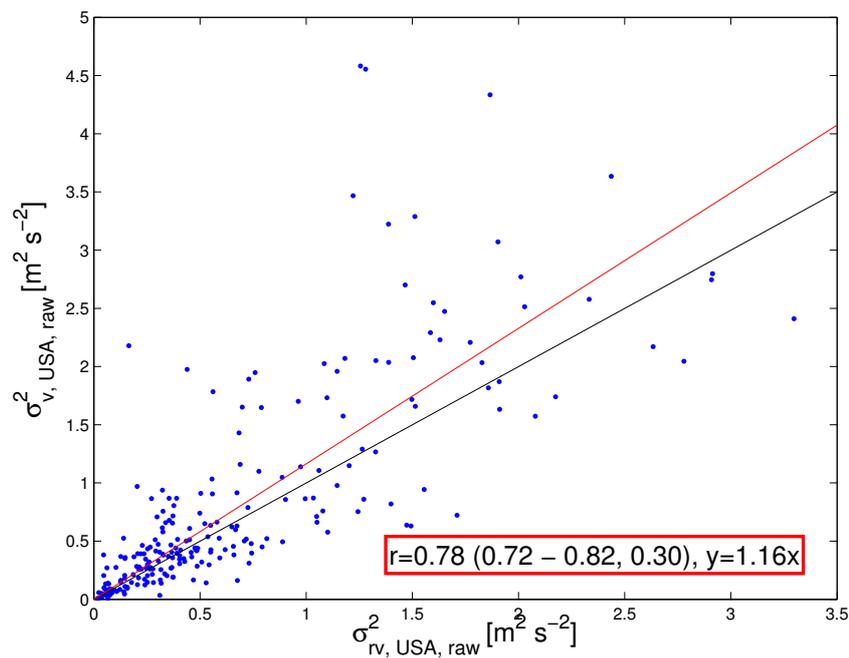


Abbildung 7.9: Vergleich der Ergebnisse der Varianz aus dem von Kármán-Modell der Strukturfunktion des Mastes (blau). Auf der Ordinate sind die Ergebnisse aus der longitudinalen Strukturfunktion in Richtung der mittleren Windgeschwindigkeit mit der dazugehörigen Auswerterichtung. Auf der Abszisse sind die Ergebnisse aus der Strukturfunktion in Richtung des mittleren Windes mit der Radialgeschwindigkeit. Zusätzlich ist eine lineare Regression (rot) und eine 1:1-Gerade (schwarz) eingezeichnet.

7.2 Räumliche Lidar-Messdaten

Für diese Vergleichsmethode wurde für das Lidar die Strukturfunktion der Radialgeschwindigkeit entlang des Lidarstrahls bis zum 35. Abstandsbereich bestimmt (Kap. 3.4.3). Die Strukturfunktionen aller Messungen innerhalb eines 30 Minuten-Intervalls wurden gemittelt und an das longitudinale von Kármán-Modell angepasst. Für das Ultraschallanemometer wurde die longitudinale Strukturfunktion in Richtung des mittleren Windes bestimmt und das longitudinale von Kármán-Modell angepasst.

Der Vorteil dieser Methode ist, dass für beide Messgeräte die longitudinale Strukturfunktion richtig verwendet wird. Aber mit dem Nachteil, dass für die Strukturfunktion unterschiedliche Windkomponenten in unterschiedliche Richtungen verwendet werden. Wenn die Turbulenz in der Grenzschicht genügend homogen und isotrop ist, sollte dies keine Probleme verursachen.

Die Ergebnisse zeigen zwischen Ultraschallanemometer und Lidar für die Varianz eine mäßige und für die Längenskala L_0 keine Übereinstimmung (Tab. 7.2). Für beide Größen ist die Abhängigkeit schlechter als im Fall der Zeitreihen (Kap. 7.1).

Eine mögliche Ursache für die schlechtere Übereinstimmung könnte die vertikale Änderung der Turbulenz darstellen. In der Grenzschicht ist die Annahme der Isotropie auf einer Höhe vermutlich noch gültig. Das Lidar hatte für die Messung gegen den Mast einen Elevationswinkel von $el = 4.16^\circ$. Durch die Höhenänderung entlang des Strahls ist die Isotropie vermutlich nicht mehr gegeben.

Tabelle 7.2: Korrelationskoeffizient und lineare Regression aus dem Vergleich von abgeleiteten Turbulenzparametern aus dem von Kármán-Modell der Strukturfunktion zwischen der Zeitreihe des USA und entlang des Lidarstrahls.

Vergleich	Korrelationskoeffizient	Lineare Regression
$L_{0,USA,raw}$ vs. $L_{0,Lidar,wgt}$	0,06 (-0,09 - 0,20; 0,01)	$y=1,20x$
$\sigma_{USA,raw}^2$ vs. $\sigma_{Lidar,wgt}^2$	0,75 (0,67 - 0,81; 0,19)	$y=0,60x$

8. Einfluss der Mittelungslänge auf das Ableitungsverfahren

Während der Messung (Kap. 4) wurde beim Lidar die Größe des Abstandsbereichs geändert. Im Folgenden soll untersucht werden, wie sich diese Einstellungen auf die Messdaten und das Korrekturverfahren auswirken.

Zunächst soll das Verhalten der Ergebnisse der abgeleiteten Turbulenzparameter mit den theoretischen Erwartungen verglichen werden. Für die Varianz kann aus Gl. 3.9 der theoretische Fehler durch die räumliche Mittelung als Funktion der Längenskala L_0 und der Länge des Abstandsbereichs berechnet werden (vgl. Frehlich, 1997, Fig.15):

$$\frac{\sigma_{rv}^2 - \sigma_{rv,raw}^2}{\sigma_{rv}^2} = \frac{\sigma_{rv}^2 - \sigma_{rv}^2 \int_{-\infty}^{\infty} F(x, \mu) [1 - \Lambda(\chi|0 - x|)] dx}{\sigma_{rv}^2} \quad (8.1a)$$

$$= 1 - \int_{-\infty}^{\infty} F(x, \mu) [1 - \Lambda(\chi|x|)] dx. \quad (8.1b)$$

In Abbildung 8.1 ist der theoretische Fehler der Varianz mit dem Fehler zwischen korrigierten und unkorrigierten Ergebnissen der Varianz aus Lidarmessungen (Kap. 7.1) verglichen. Die theoretischen Berechnungen zeigen, dass für kleine L_0 der normierte Fehler gegen eins geht und für größere L_0 der Fehler abnimmt. Dies entspricht der Erwartung, dass das Lidar kleinräumige Turbulenz schlechter messen kann als Turbulenz, deren dominante Wirbel sehr groß sind. Die theoretischen Kurven zeigen auch, dass der größte und kleinste Abstandsbereich, der in der Messung verwendet wurde, nur kleine Unterschiede hinsichtlich der Fehler verursacht. Dies ist vermutlich der Grund, warum in Kap. 5 keine Unterschiede zwischen den SPG-Einstellungen festgestellt wurden. Deshalb wurde im Modellvergleich (Kap. 7) auch eine Unterscheidung der SPG unterlassen.

Die Ergebnisse der Varianz des Lidars folgen für große Werte von $\Delta p/L_{0,Lidar,wgt}$ der theoretischen Erwartung (Abb. 8.1). Für kleinere Werte von $\Delta p/L_{0,Lidar,wgt}$ weichen die Messwerte von den theoretischen Erwartungen ab und die Korrektur fällt geringer aus als es theoretische zu erwarten wäre. Eine mögliche Ursache hierfür könnte sein, dass die theoretischen Fehler aus einem Modell mit unendlicher Autokovarianz berechnet werden, aber die Messwerte aus der Anpassung aus einem begrenzten Bereich der Strukturfunktion resultieren. Ein Fehler in der Platzierung der Messwerte auf der Ordinate durch die Verwendung von $L_{0,Lidar,wgt}$ kann ebenfalls nicht ausgeschlossen werden.

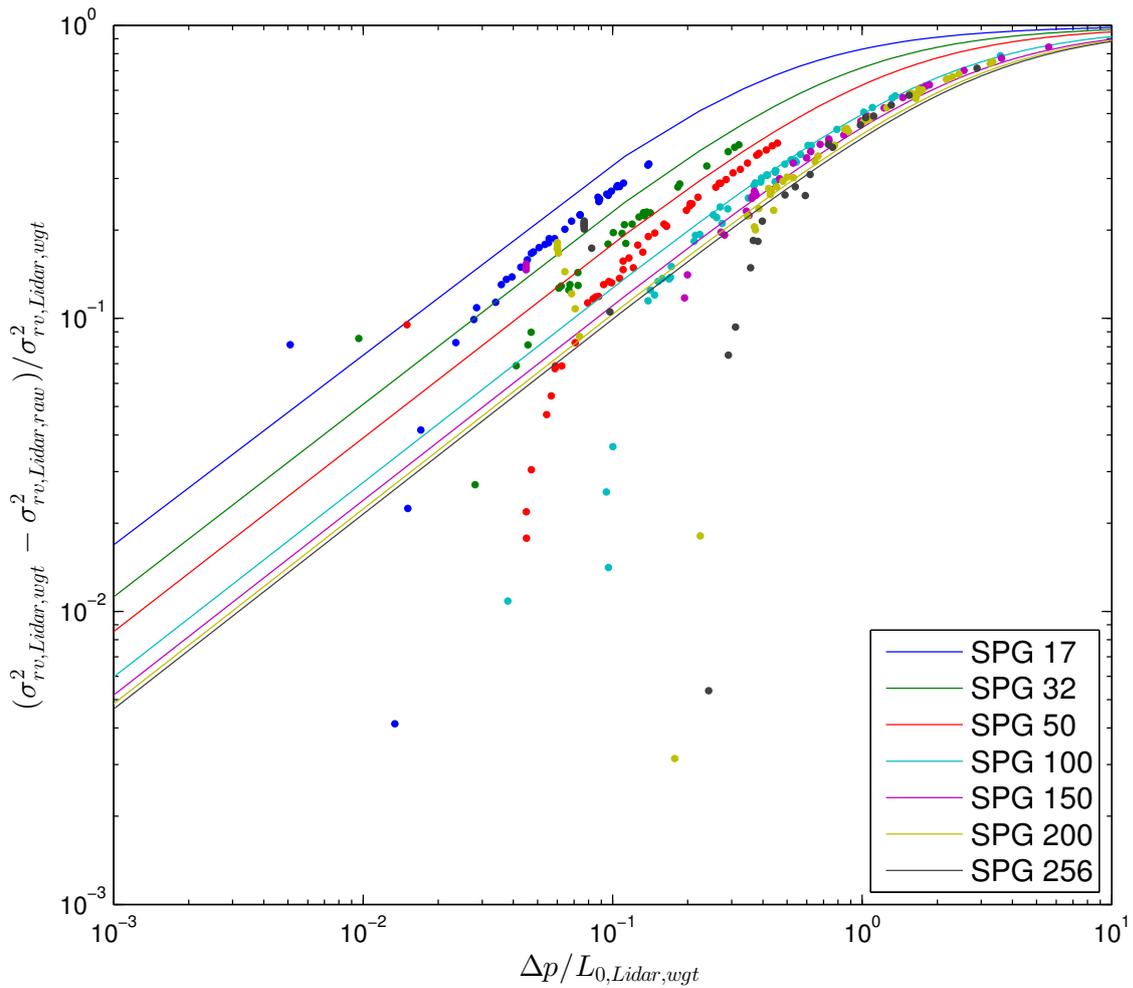


Abbildung 8.1: Theoretische Erwartung aus Gl. 8.1b (Linien) und tatsächliche Ergebnisse (Punkte) für den Einfluss der räumlichen Mittelung auf den Fehler der Varianz in Abhängigkeit des Verhältnisses des Abstandsbereichs zur Längenskala L_0 (vgl. Frehlich, 1997, Fig.15).

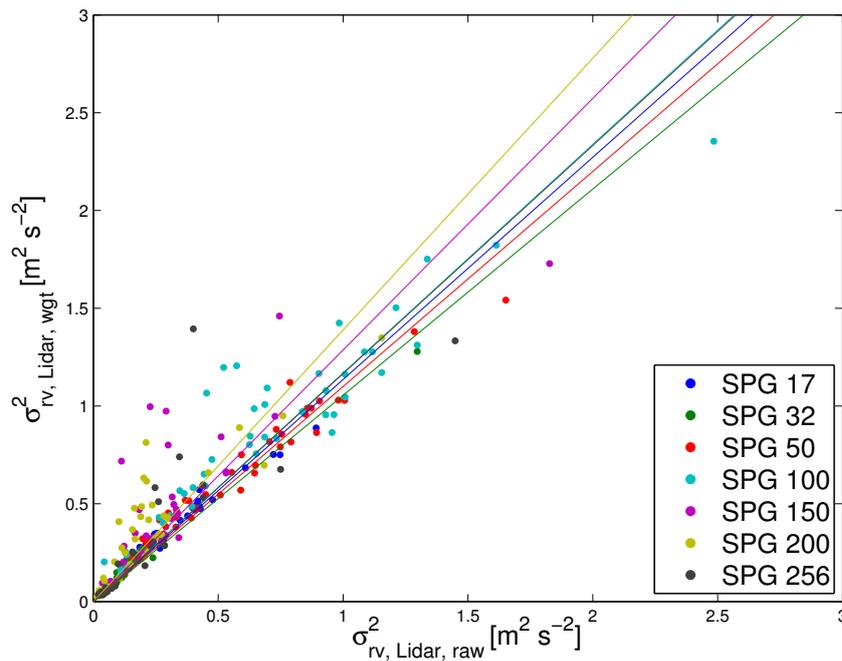


Abbildung 8.2: Die Varianz der Zeitreihe des 11. Abstandsbereichs des Lidars, berechnet aus der Definition und dem von Kármán-Modell. Die statistischen Kennzahlen der linearen Regressionen sind in Tabelle 8.1 gezeigt.

Ein direkter Vergleich zwischen korrigierten und unkorrigierten Ergebnissen der Varianz aus dem von Kármán-Modell zeigt die erwartete Abhängigkeit, dass große Abstandsbereiche eine stärkere Korrektur haben als kleinere (Abb. 8.2). Diese Abhängigkeit der Mittelungseffekte von der Länge des Abstandsbereichs bricht im Vergleich zur Varianz aus der Definition zusammen (Abb. 8.3). In diesem Fall lässt sich nur erkennen, dass die drei Messungen mit den größten Abstandsbereichen über und die drei mit den kleinsten Abstandsbereichen unter der Mitte (SPG 100) liegen. Im Vergleich zum Ultraschallanemometer lässt sich eine Abhängigkeit vom Abstandsbereich nicht mehr erkennen (Abb. 8.4). Es liegt die Vermutung nahe, dass die Unterschiede aufgrund anderer Abstandsbereiche durch die Unterschiede, die aus einem anderen Messgerät oder einer anderen Berechnungsmethode resultieren, überlagert werden.

Tabelle 8.1: Kennzahlen der linearen Regressionen in Abbildung 8.2. Mit Ausnahme der Bereiche mit 32 und 256 Datenpunkten pro Abstandsbereich, nimmt die Unterschätzung der Varianz mit dem Abstandsbereich zu.

Messung	Korrelationskoeffizient	Lin. Regressionen
SPG17	0.98 (0.97 - 0.99, 0.72)	$y=1.14x$
SPG32	0.99 (0.98 - 1.00, 0.72)	$y=1.05x$
SPG50	0.98 (0.97 - 0.99, 0.96)	$y=1.10x$
SPG100	0.94 (0.89 - 0.97, 0.53)	$y=1.17x$
SPG150	0.82 (0.65 - 0.91, 0.26)	$y=1.29x$
SPG200	0.89 (0.81 - 0.94, 0.50)	$y=1.39x$
SPG256	0.82 (0.66 - 0.91, 0.83)	$y=1.17x$

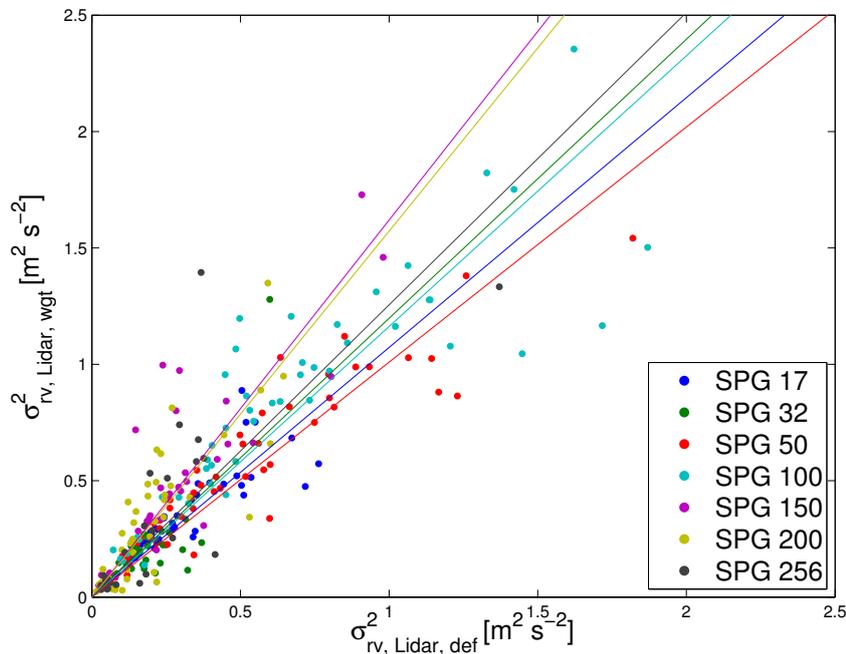


Abbildung 8.3: Die Varianz der Zeitreihe des 11. Abstandsbereichs des Lidars, berechnet aus der Definition und dem von Kármán-Modell. Die statistischen Kennzahlen der linearen Regressionen sind in Tabelle 8.2 gezeigt.

Tabelle 8.2: Kennzahlen der linearen Regressionen in Abbildung 8.3.

Messung	Korrelationskoeffizient	Lin. Regressionen
SPG17	0.81 (0.66 - 0.90, 0.61)	$y=1.07x$
SPG32	0.79 (0.59 - 0.89, 0.17)	$y=1.20x$
SPG50	0.93 (0.87 - 0.96, 0.67)	$y=1.01x$
SPG100	0.87 (0.78 - 0.93, 0.60)	$y=1.16x$
SPG150	0.84 (0.70 - 0.92, 0.26)	$y=1.62x$
SPG200	0.83 (0.71 - 0.91, 0.41)	$y=1.57x$
SPG256	0.78 (0.58 - 0.89, 0.69)	$y=1.26x$

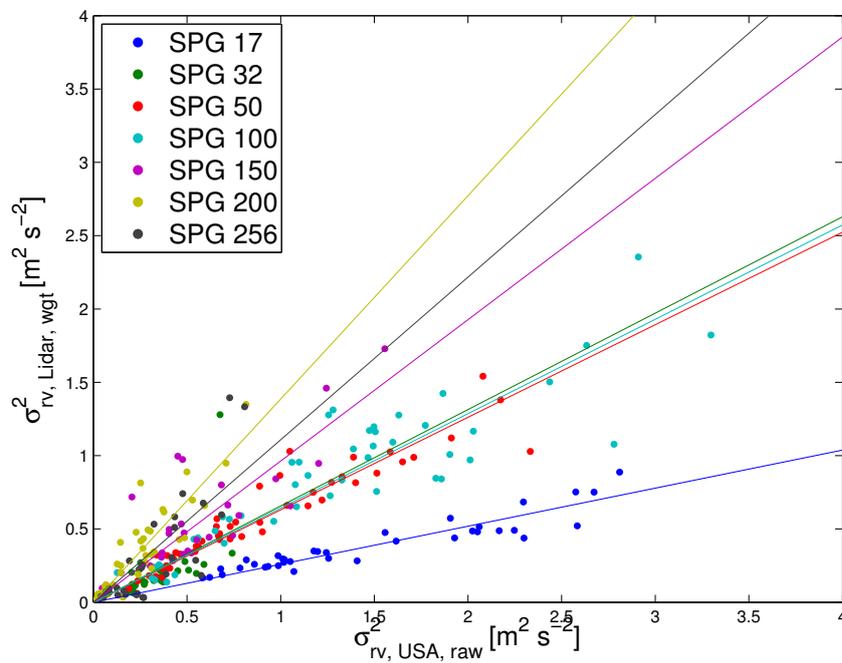


Abbildung 8.4: Die Varianz der Zeitreihe des 11. Abstandsbereichs des Lidars und des Ultraschallanemometers aus dem von Kármán-Modell. Die statistischen Kennzahlen der linearen Regressionen sind in Tabelle 8.3 gezeigt.

Tabelle 8.3: Kennzahlen der linearen Regressionen in Abbildung 8.4.

Messung	Korrelationskoeffizient	Lin. Regressionen
SPG17	0.93 (0.86 - 0.96, 0.69)	$y=0.26x$
SPG32	0.59 (0.29 - 0.79, 0.38)	$y=0.66x$
SPG50	0.94 (0.90 - 0.97, 0.77)	$y=0.63x$
SPG100	0.89 (0.82 - 0.94, 0.43)	$y=0.64x$
SPG150	0.83 (0.68 - 0.92, 0.29)	$y=0.96x$
SPG200	0.90 (0.83 - 0.95, 0.52)	$y=1.39x$
SPG256	0.83 (0.66 - 0.92, 0.45)	$y=1.11x$

9. Anwendung des Ableitungsverfahrens auf Messungen der Vertikalstruktur aus dem HOPE Experiment

Anhand von Messungen aus dem „HD(CP)² Observational Prototype Experiment (HOPE)“ Experiment soll untersucht werden, welchen Einfluss das Korrekturverfahren auf Messergebnisse von Vertikalmessungen hat. Das Experiment fand im Rahmen des „High Definition Clouds and Precipitation for Climate Prediction (HD(CP)²)“ Projekts statt, mit dem die Beschreibung von Wolken und Niederschlag in Klimamodellen verbessert werden soll. Das im April und Mai 2013 in Jülich durchgeführte HOPE Experiment soll dafür relevante Prozesse evaluieren. Am Experiment waren die Doppler-Lidare als Bestandteil des KITcube des IMK-TRO beteiligt. Der KITcube ist eine Kombination mehrerer Fernerkundungssysteme und in-situ-Messgeräte zur Vermessung eines ca. 1000 km³ Volumens der Atmosphäre. Im Folgenden wurde das bereits in Kapitel 4 vorgestellte Doppler-Lidar verwendet. Die Umgebung des Messstandorts war durch Felder mit vereinzelt Baumgruppen geprägt. Auf die Vertikalmessungen des Doppler-Lidars soll das in Kapitel 3 beschriebene Korrekturverfahren zur Ableitung von Profilen für σ_w^2 und L_0 aus einem ausgewählten Zeitintervall angewendet werden.

Zur Erfassung der Vertikalstruktur der Atmosphäre folgte das Doppler-Lidar einem periodischem Scannmuster. Zu Beginn jeder Stunde werden zwei PPI- und vier RHI-Scans durchgeführt (Dauer 264s), danach wurde der Strahl für den Rest der Stunde senkrecht ausgerichtet. Bei PPI-Scans wird der Lidarstrahl mit einer festen Elevation rotiert. Für RHI-Scans wird für eine Richtung die vertikale Strahlausrichtung verändert.

Zur Bestimmung der Profile wird zuerst aus den PPI- und RHI-Scans mit Hilfe eines VAD-Algorithmus ein mittleres Windprofil über die 264 s abgeleitet. Hierfür wurde eine von Dr. Trümner implementierte Routine nach dem Verfahren von Browning und Wexler (1968) verwendet. Dieses Windprofil wird für die restliche Stunde als konstant angenommen. Im zweiten Schritt werden die Vertikalmessungen zwischen der 5. und 35. Minute durch eine SNR-Grenze von -4 dB gefiltert und für jeden Abstandsbereich ($\Delta p = 50$ m) wird die Strukturfunktion aus der Zeitreihe der Vertikalgeschwindigkeit berechnet. Die Anzahl der verwendeten Abstandsbereiche ist variabel und hängt von der Anzahl der Messwerte pro Abstandsbereich ab, die bei der Filterung ausgeschlossen wurden. Als Schwellwert wurde ein Viertel der Messwerte gewählt. Mit

Annahme von Taylors Hypothese und dem zuvor gemessenen Windprofil wird die zeitliche in die räumliche Strukturfunktion umgerechnet (Kap. 3.4.3). Abschließend wird das räumlich gemittelte von Kármán-Modell der Strukturfunktion (Gl. 3.15) an die gemessene Strukturfunktion angepasst, um korrigierte Werte für σ_w^2 und L_0 abzuleiten.

Als Untersuchungsintervall wurde der Zeitraum zwischen 11 und 16 Uhr (UTC) am 04.05.2013 ausgewählt. An jenen Tagen, an welchen das Lidar senkrecht ausgerichtet war, herrschte am 04.05.2013 das Strahlungswetter mit den geringsten Störungen durch Wettereinflüsse. Zwischen 11 und 16 Uhr konnte die Grenzschichthöhe durch einen Algorithmus von Trümmer (2013) automatisch detektiert werden. Die detektierten Grenzschichthöhen stimmen mit dem subjektiven Eindruck aus dem Rückstreuverhältnis des Lidars überein, das oberhalb der Grenzschicht wegen geringer Aerosolkonzentration stark abnimmt.

Die Ergebnisse für die Profile von σ_w^2 sind mit einem Referenzprofil in Abbildung 9.1 gezeigt. Das Referenzprofil für die konvektive Grenzschicht ist durch (Lenschow et al., 1980, Gl. 13)

$$\sigma_{w,ref}^2(z) = 1,8z^{2/3}(1 - 0.8z)^2w_*^2 \quad (9.1)$$

mit

$$w_* = \left(z_i \frac{g}{T_0} (\overline{w'\Theta'_v})_0 \right)^{1/3} \quad (9.2)$$

der konvektiven Geschwindigkeitsskala w_*^2 (Lenschow et al., 1980, Gl. 12), z_i der Grenzschichthöhe, $g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$ der Schwerebeschleunigung, T_0 der Lufttemperatur am Boden und $(\overline{w'\Theta'_v})_0$ als Maß für den fühlbaren Wärmestrom am Boden gegeben. Die Messdaten zur Berechnung von w_* stammen von einer Energiebilanzstation am Standort des Lidars und wurden am IMK-TRO nachprozessiert.

Das Varianzprofil aus dem Korrekturverfahren zeigt deutliche parallelen zum Profil der Varianz aus der Definition, was für einen realistischen Profilverlauf spricht. Durch das Korrekturverfahren wird die Varianz im Vergleich zur klassischen Berechnung mit der Definition in manchen Bereichen deutlich erhöht. Bezieht man die guten Ergebnisse für die Korrektur der Varianz aus Kap. 7.1.2 mit ein, unterstreicht dies die Wichtigkeit einer Korrektur der räumlichen Mittelung bei der Ableitung von Turbulenzparameter. Am Oberrand der Grenzschicht nähern sich beide Profile an. Diese Annäherung kann durch abnehmende Turbulenz und damit geringere Fehler durch die räumliche Mittelung erklärt werden kann. Keine der beiden Berechnungsmethoden zeigt eine eindeutig bessere Übereinstimmung zu den Referenzprofilen für σ_w^2 aus Gl. 9.1. Bei der Wertung muss aber bedacht werden, dass die Grenzschichthöhe einen großen Einfluss auf das Profil hat, wodurch große Fehler entstehen können. Zum Beispiel geben die Profile der Varianz im Zeitraum von 11:05 Uhr bis 11:35 Uhr (UTC) und von 14:05 Uhr bis 14:35 Uhr (UTC) Anlass zur Vermutung, dass die Grenzschicht niedriger war, als durch die Detektion bestimmt.

Profile für die Längenskala L_0 sind in Abbildung 9.2 gezeigt. Ein Vergleich mit der integralen Längenskala (Gl. 3.18) ist nicht möglich, weil die integrale Längenskala aus der transversalen Autokorrelation nicht berechnet werden kann. Im Zeitraum zwischen 15:05 und 15:35 wurden durch die Begrenzungen der Anpassung (Kap. 3.4.4) für das ungemittelte Modell die Ergebnisse

aus mehreren Höhenniveaus entfernt. Das zeigt, dass es vermutlich auch für $L_0 > 2000$ m konvergierende Anpassungen gibt. Von einer Vergrößerung der Begrenzungen wurde abgesehen, weil dies lediglich das ungemittelte Modell betraf. Die Ergebnisse für das gemittelte Modell wurden durch die Korrektur unter den Schwellwert gesenkt.

Es existiert eine auffällige Übereinstimmung der Höhen der Maxima von den Profilen für Varianz σ_w^2 und Längenskala L_0 (Tab. 9.1). Große Werte für die Varianz der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen sind mit stärkerer Turbulenz verbunden. Da diese mit einem Maximum der Längenskala L_0 zusammenfallen, kann qualitativ vermutlich dadurch erklärt werden, dass stärkere Turbulenz auch mit größeren und damit energiereicheren Wirbeln verbunden ist. Allerdings ist das kein allgemein gültiger Zusammenhang, da bei fehlender Turbulenz die Längenskala unendlich groß wird. Dies ist vermutlich auch die Begründung für den Anstieg der Längenskala L_0 oberhalb von 1100 m im Profil für den Zeitraum 11:05 bis 11:35 UTC.

Zusammenfassend muss gefolgert werden, dass für die Messsituation nicht gezeigt werden konnte, ob das Korrekturverfahren die Ergebnisse verbessert. Unter Einbezug der Ergebnisse aus Kapitel 7 kann vermutet werden, dass für die Profile der Varianz σ_w^2 einen Teil der Unterschätzung korrigiert wurde und die Profile eine Verbesserung darstellen. Die Profile der Längenskala L_0 können wegen der vorne gezeigten Streuung sehr fehlerbehaftet sein.

Tabelle 9.1: Es ist die Höhe des größten Wertes in den Profilen für Varianz und Längenskala L_0 angegeben. Werden im Zeitraum 12:05 - 12:35 UTC für die Varianz die beiden untersten Datenpunkte verworfen, fällt das Maximum in diesem Intervall ebenfalls zusammen.

Zeitraum (UTC)	h_{max,σ_w^2} [m]	h_{max,L_0} [m]
11:05 - 11:35	526,40	526,40
12:05 - 12:35	375,35	677,45
13:05 - 13:35	350,18	1306,84
14:05 - 14:35	677,45	576,75
15:05 - 15:35	878,86	878,86
16:05 - 16:35	677,45	677,45

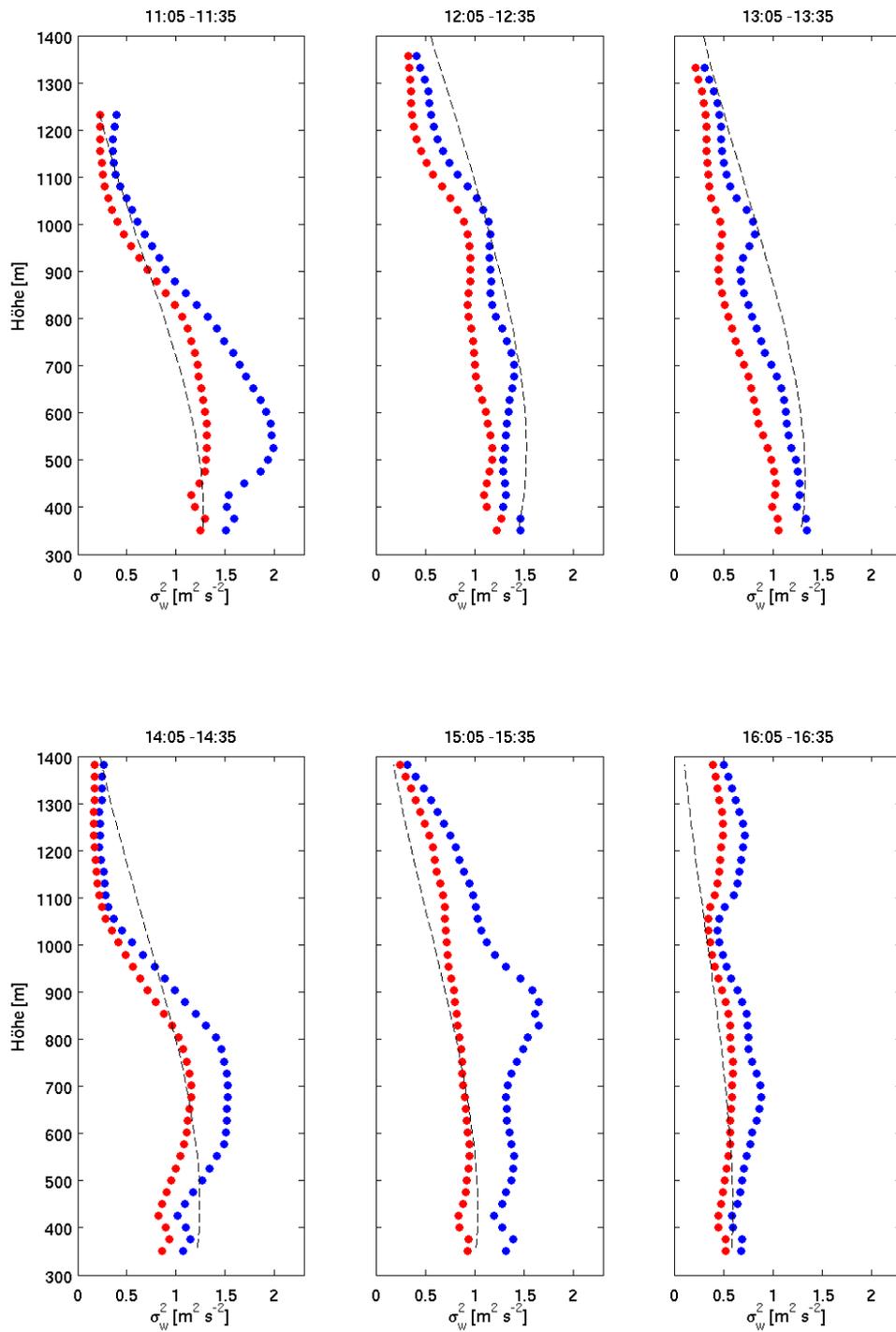


Abbildung 9.1: Profil der vertikalen Varianz aus Lidarmessungen während des HOPE Experiments für mehrere Zeitintervalle (UTC). Zum Vergleich die Berechnung über die Definition der Varianz $\sigma_{w,Lidar,def}^2$ (rot) und die Ableitung aus dem räumlich gemittelten von Kármán-Modell $\sigma_{w,Lidar,wgt}^2$ (blau) und ein Referenzprofil nach Gl. 9.1 (schwarz).

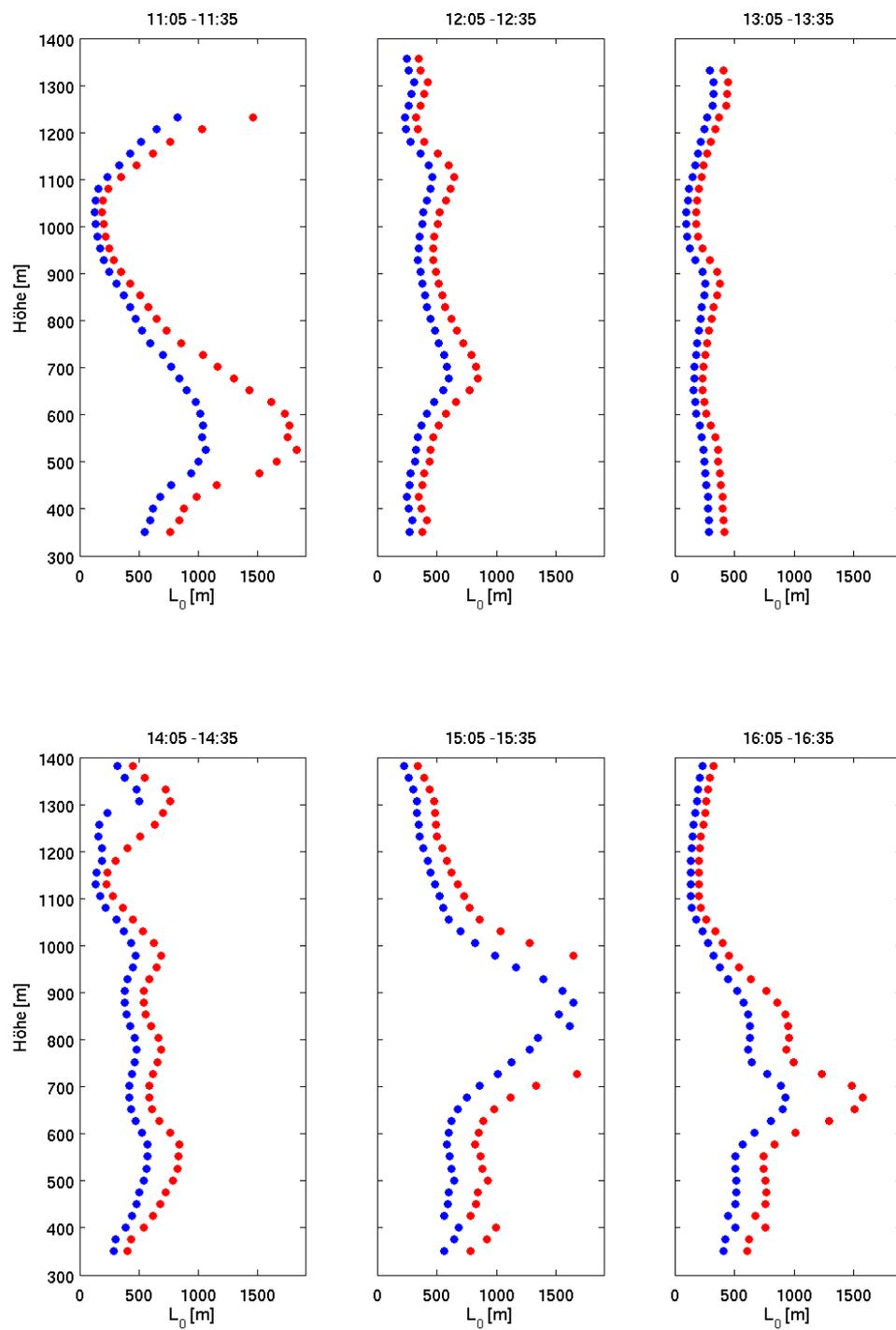


Abbildung 9.2: Profil der Längenskala L_0 . In blau $L_{0,Lidar,wgt}$ aus dem räumlich gemittelten von Kármán-Modell der Autokovarianz und in rot $L_{0,Lidar,raw}$ aus dem ungemitteltem von Kármán-Modell. Angaben für die Zeitintervalle sind in UTC.

10. Verfahren zur Ableitung von Turbulenzparametern aus Lidarmessungen der Autokovarianz

Das Verfahren zur Korrektur der räumlichen Mittelung zeigt bei der Ableitung der Längenskala L_0 eine erhebliche Abweichung im Vergleich mit der integralen Längenskala und zu einer Referenzmessung (Abb. 7.2 und 7.5). Im Folgenden wird ein analoges Verfahren, das nicht auf der Strukturfunktion, sondern auf der Autokovarianz basiert, gezeigt, dass für die Längenskala eine geringere Abweichung zeigte.

Aus dem von Kármán-Modell der Autokorrelation (Kap. 2.3.8) ergibt sich mit Gl. 2.6 ein Modell der Autokovarianz:

$$B_{raw}(s, \sigma, L_0) = \sigma^2 \frac{2^{2/3}}{\Gamma(1/3)} \left(\frac{s}{L}\right)^{1/3} K_{1/3}\left(\frac{s}{L}\right). \quad (10.1)$$

Das Modell wird an die gemessene Autokovarianz $B(s)$ des Lidars und des Ultraschallanemometers angepasst (Kap. 3.4.2). Die Autokovarianz wurde analog zu Kapitel 7.1 aus Zeitreihen der Radialgeschwindigkeit des USA und des 11. Abstandsbereichs des Lidars mit Taylors Hypothese berechnet.

Die Längenskala L_0 zeigt im Vergleich zum Modell der Strukturfunktion eine wesentlich bessere Übereinstimmung zur integralen Längenskala im Korrelationskoeffizienten (Abb. 10.1). Die Varianz der Radialgeschwindigkeit aus dem Modell der Autokovarianz stimmt, wie beim Modell der Strukturfunktion, gut mit der Berechnung über die Definition überein (Abb. 10.2). Es stellt sich zunächst die Frage, warum das Ableitungsverfahren andere Ergebnisse liefert, obwohl Strukturfunktion und Autokovarianz äquivalent sind (Gl. 2.8c).

Das Ableitungsverfahren verwendet zur Anpassung des Modells an die Messung eine Kostenfunktion, die minimiert wird. Für die Autokovarianz ist die Kostenfunktion $s_B(\sigma, L_0)$ für alle Anpassungspunkte s durch

$$s_B(\sigma, L_0) = \sum_s [B_{raw}(s, \sigma, L_0) - B(s)]^2 \quad (10.2)$$

gegeben. Analog ist die Kostenfunktion $s_D(\sigma, L_0)$ für die Strukturfunktion durch

$$s_D(\sigma, L_0) = \sum_s [D_{raw}(s, \sigma, L_0) - D(s)]^2 \quad (10.3)$$

gegeben, mit dem von Kármán-Modell $D_{raw}(s, \sigma, L_0)$ und der Messung $D(s)$ der Strukturfunktion. Die Ergebnisse sollten identisch sein, wenn $s_D(\sigma, L_0)$ und $s_B(\sigma, L_0)$ identisch sind. Durch Rechnung (siehe Anhang A.4) zeigt sich jedoch, dass sie unterschiedlich sind:

$$s_D(\sigma, L_0) = 4s_B(\sigma, L_0) + 4\Delta s(\sigma, L_0) \quad (10.4)$$

mit

$$\Delta s(\sigma, L_0) = N_s \Delta B(0, \sigma, L_0)^2 - 2\Delta B(0, \sigma, L_0) \sum_s \Delta B(s, \sigma, L_0)$$

wobei N_s die Anzahl der Anpassungspunkte ist und

$$\Delta B(s, \sigma, L_0) = B_{raw}(s, \sigma, L_0) - B(s).$$

Warum das Verfahren mit der Autokovarianz für die Längenskala L_0 robuster ist, konnte zum Zeitpunkt der Abgabe noch nicht beantwortet werden.

Ein Modell der Autokovarianz mit Berücksichtigung der räumlichen Mittelung des Lidars ist durch Gl. 3.9 gegeben. Im Vergleich zu Messungen mit dem Ultraschallanemometer stimmt die Längenskala L_0 gut überein, aber ohne die zu erwartende Überschätzung aufgrund der räumlichen Mittelung (Abb. 10.3). Das Korrekturverfahren bewirkt für das Modell der Autokovarianz fast keine Änderung der Werte. Die Varianz korreliert mit einer erwartbaren Unterschätzung zum Ultraschallanemometer (Abb. 10.4). Das Korrekturverfahren zeigt auch für die Varianz eine wesentlich geringere Wirkung, als bei Verwendung der Strukturfunktion. Die Ursache für die geringe Auswirkung könnte in der Form der Autokovarianz begründet sein (Abb. 10.5). Das von Kármán-Modell nimmt eine monoton gegen Null fallende Autokovarianz an. Unterschiede durch die räumliche Mittelung können nur im Bereich $B(s) \neq 0$ auftreten. Im Gegensatz dazu wächst das Modell der Strukturfunktion monoton gegen den Wert $2\sigma_{rv}^2$, wodurch sich im gesamten Anpassungsbereich die räumliche Mittelung bemerkbar machen kann. Ob durch andere Anpassungsbereiche oder eine Gewichtung von kleinen Separationen s das Problem gelöst werden kann, konnte im Rahmen der Arbeit nicht mehr überprüft werden.

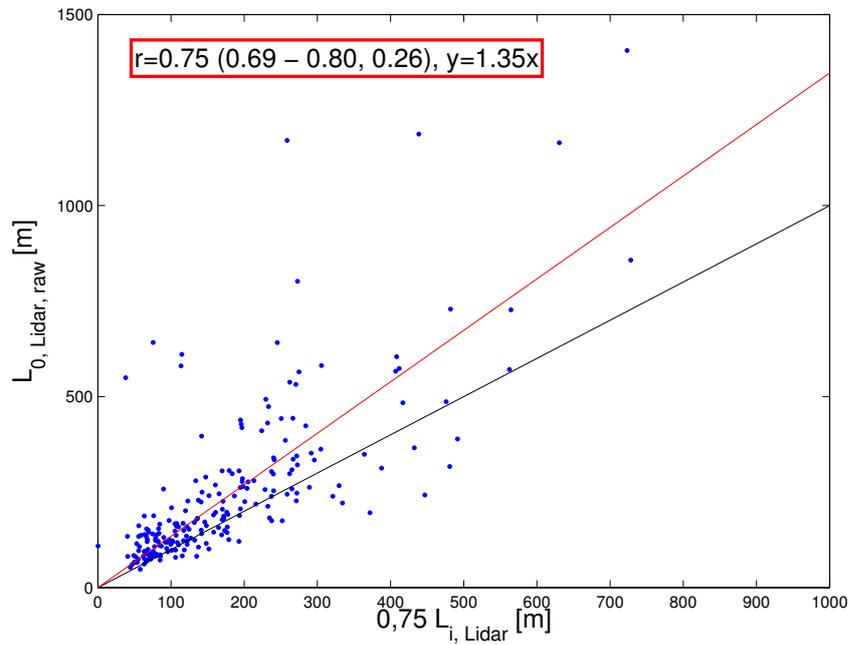


Abbildung 10.1: Vergleich der Längenskala L_0 aus dem von Kármán-Modell der Autokovarianz und durch Berechnung aus der integralen Längenskala für das Lidar. Es ist eine lineare Regression (rot) und eine Gerade mit Steigung eins (schwarz) eingezeichnet.

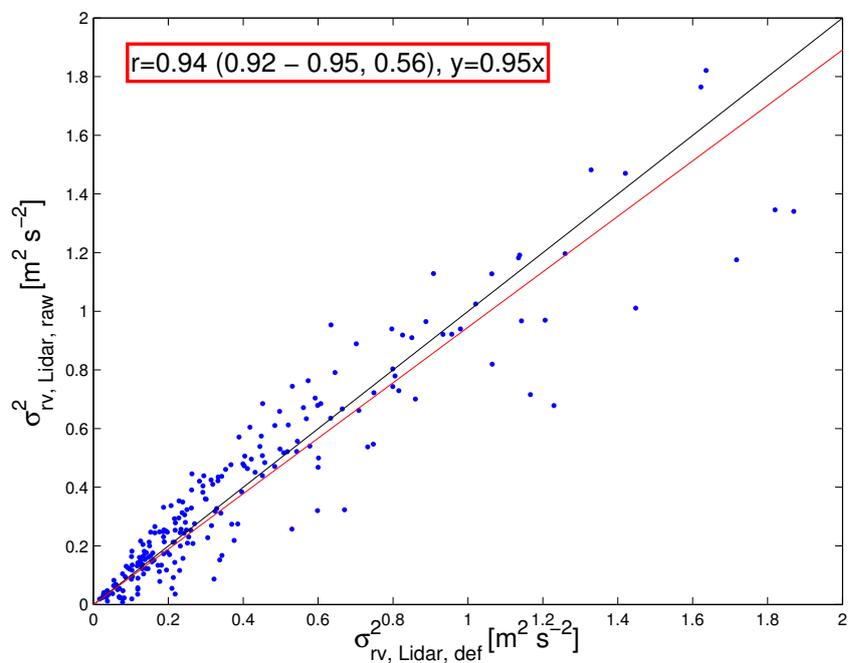


Abbildung 10.2: Vergleich der Varianz σ_{rv}^2 aus dem von Kármán-Modell der Autokovarianz und aus der Definition für das Lidar. Es ist eine lineare Regression (rot) und eine Gerade mit Steigung eins (schwarz) eingezeichnet.

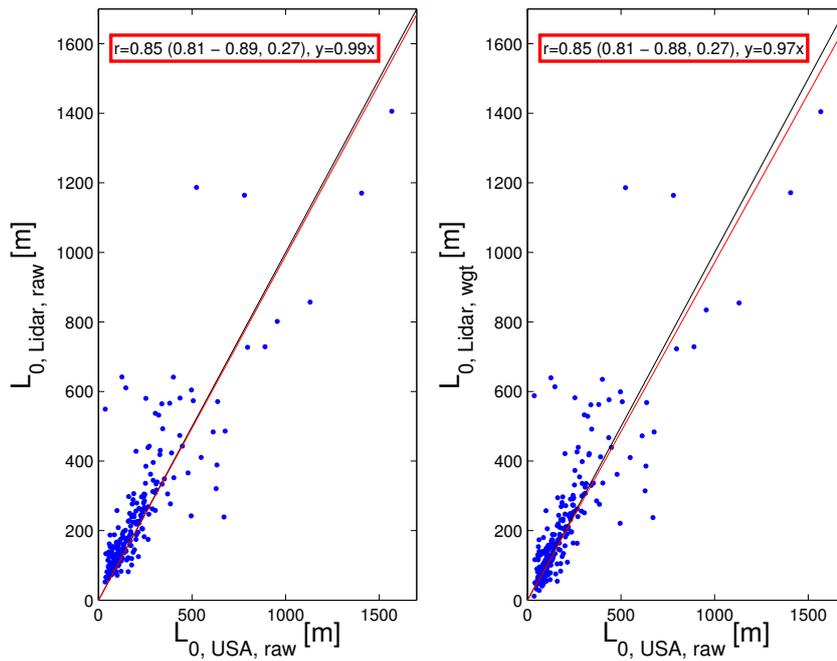


Abbildung 10.3: Vergleich der Längenskala L_0 von Lidar und Mast abgeleitet aus dem von Kármán-Modell der Autokovarianz (blau). Links das unkorrigierte Verfahren, rechts wurde die Korrektur für das Lidar verwendet. Es ist eine lineare Regression (rot) und eine Gerade mit Steigung eins (schwarz) eingezeichnet.

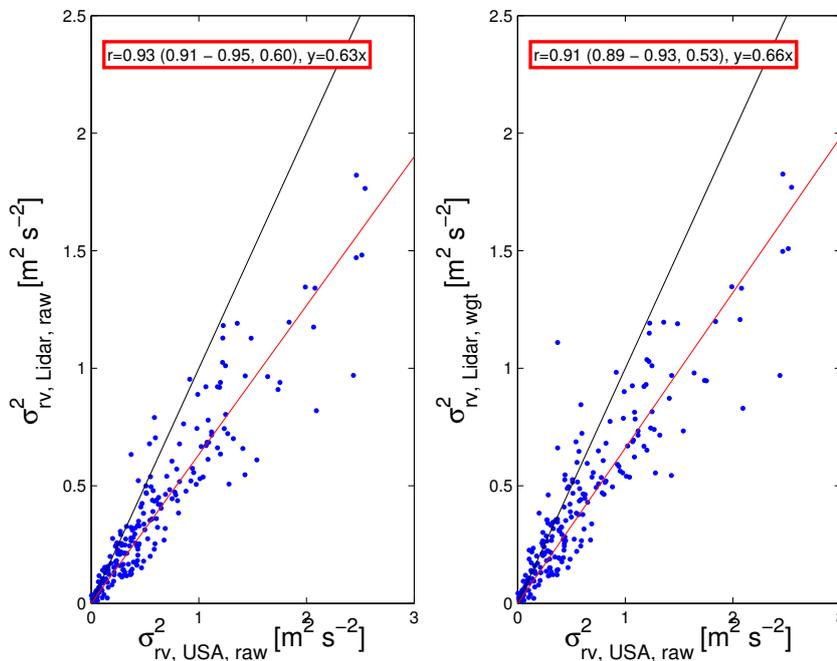


Abbildung 10.4: Vergleich der Varianz von Lidar und Mast abgeleitet aus dem von Kármán-Modell der Autokovarianz (blau). Links das unkorrigierte Verfahren, rechts wurde die Korrektur für das Lidar verwendet. Es ist eine lineare Regression (rot) und eine Gerade mit Steigung eins (schwarz) eingezeichnet.

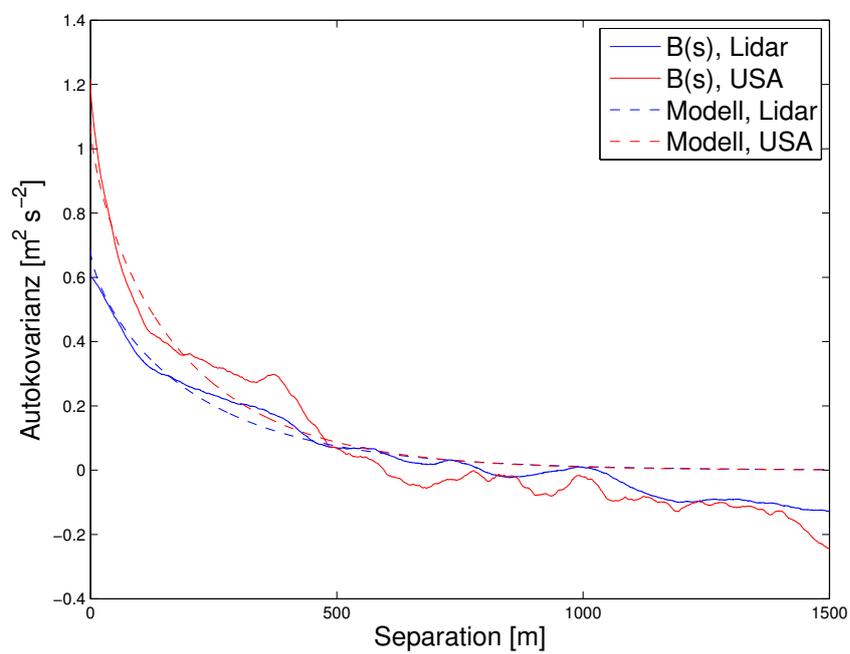


Abbildung 10.5: Gemessene Autokovarianz für ein 30 Minuten-Intervall für das Lidar (rot, durchgezogen) und das USA (blau, durchgezogen). Dazu sind die Anpassungen eines von Kármán-Modells der Autokovarianz eingezeichnet (gestrichelt).

11. Zusammenfassung

Doppler-Lidare werden am Institut IMK-TRO des KIT zur Erkundung von Turbulenz in der Grenzschicht eingesetzt. Die Messwerte eines Doppler-Lidars unterliegen einer systembedingten, räumlichen Mittelung (Kap. 2.4.6). Die Auswirkung dieser Mittelung auf Turbulenzparameter kann durch vereinfachte Betrachtungen nachvollzogen werden (Kap. 6.2). Für die Varianz der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen, ein Maß für die spezifische, kinetische Energie der Turbulenz, wird durch die Mittelung eine Unterschätzung verursacht. Die Längenskala L_0 , ein Maß für die Größe der Wirbel auf der die Turbulenz ihre Energie aus der mittleren Strömung bezieht, wird durch die Mittelung überschätzt.

Frehlich et al. (1998) entwickelten ein Verfahren zur quantitativen Korrektur dieser räumlichen Mittelung (Kap. 3). Das Verfahren basiert auf dem von Kármán-Modell, das die Strukturfunktion für homogene und isotrope Turbulenz durch die Varianz und die Längenskala L_0 ausdrückt (Kap. 2.3.8). Durch eine räumliche Mittelung des Modells können die Messeigenschaften des Lidars anhand der Pulslänge und der Größe des Abstandsbereichs berücksichtigt werden. Die Anpassung des gemittelten Modells an die Messungen des Lidars liefert korrigierte Werte für die Varianz und Längenskala. Im Rahmen dieser Arbeit wurden das Verfahren implementiert und geeignete Beschränkungen für eine stabile Anwendung gefunden (Kap. 3.4).

Es wurde überprüft, ob die Turbulenzparameter Varianz und Längenskala mit einem von Kármán-Modell zuverlässig abgeleitet werden können (Kap. 7.1.1). Die abgeleiteten Werte für die Varianz zeigten im Vergleich zur Berechnung der Varianz über ihre Definition sehr gute Übereinstimmung im Korrelationskoeffizient ($r = 0,89(0,86 - 0,92; 0,86)$) und der Steigung einer linearen Regression ($0,97$). Die Längenskala L_0 zeigte dagegen im Vergleich zur Berechnung über die integrale Längenskala eine starke Streuung im Korrelationskoeffizient ($r = 0,55(0,44 - 0,64; 0,32)$) und eine leichte Überschätzung in der Steigung einer linearen Regression ($1,35$). Als Erklärung für die schlechte Übereinstimmung der Längenskala wird ein schlechtes Fehlerverhalten vermutet.

Das Korrekturverfahren wurden mit einer Referenzmessung eines Ultraschallanemometers überprüft, das am gleichen Ort wie das Lidar maß (Kap. 7.1.2). Das Verfahren kann die Varianz der Radialgeschwindigkeit zuverlässig bestimmen (Korrelationskoeffizient $r = 0,85(0,81 - 0,89; 0,41)$) und kann die Unterschätzung im Vergleich zum Ultraschallanemometer in der Steigung einer linearen Regression von $0,57$ auf $0,73$ korrigieren. Die Ableitung der Längenskala L_0 hat eine stärkere Streuung und einige Ausreißer im Vergleich zum Ultraschallanemometer ($r = 0,72(0,64 - 0,78; 0,17)$). Die Überschätzung der Längenskala L_0 kann im Vergleich zum Ultraschallanemometer in der Steigung einer linearen Regression von $1,67$ auf $1,29$ reduziert

werden.

Als Ursache für die verbleibende systematische Abweichung können zwei Vermutungen angeführt werden. Zum einen könnten die verwendeten Werte für die Pulslänge und Größe des Abstandsbereichs zu klein sein oder in den Modellgleichungen ein Faktor fehlen. Eine Vergrößerung von Pulslänge und Abstandsbereich reduziert die zu geringe Korrektur des Lidars. Allerdings sind diese Werte durch die technische Konfiguration des Doppler-Lidars vorgegeben und ein Fehler in den Modellgleichungen wurde nicht gefunden. Ein Fehler bei der Umsetzung des Verfahrens kann wegen der Übereinstimmung von theoretischen Ergebnissen aus Abb. 8.1 zu Frehlich (1997) ausgeschlossen werden. Daneben könnte die Ausrichtung des Lidarstrahls und die Verwendung von Taylors Hypothese bei gleichzeitiger Verwendung eines longitudinalen Modells der Strukturfunktion eine weitere Ursache sein. Dies könnte experimentell durch eine horizontale Messung in Windrichtung mit einer geeigneten Referenz überprüft werden. Dass es neben den betrachteten Mittelungsprozessen weitere unbekannte Mittelungsprozesse gibt, welche als Erklärungsansatz für die zu geringe Korrektur dienen können, erscheint unwahrscheinlich.

Unterschiedliche Einstellungen für die Größe des Abstandsbereichs zeigen im Modell für längere Abstandsbereiche, bei welchen eine bessere Korrektur zu erwarten wäre, keine systematisch genaueren Ergebnisse. Bei Messungen verschwindet diese Auswirkung vermutlich gegenüber den Messfehlern (Kap. 8).

Die Anwendbarkeit des Korrekturverfahren auf Vertikalmessungen des Doppler-Lidars zur Bestimmung von Profilen wurde an einen Datensatz aus dem HOPE Experiment gezeigt (Kap. 9).

Insgesamt kann die Verwendung des Korrekturverfahrens nach Frehlich et al. (1998) für die Varianz der Radialgeschwindigkeit empfohlen werden. Für die Längenskala L_0 ist aufgrund der Streuung Vorsicht geboten.

Ein Test mit einem analogen Korrekturverfahren, dass anstelle der Strukturfunktion die Autokovarianz benutzt (Kap. 10), erbrachte für die Varianz der Radialgeschwindigkeit ebenfalls eine gute Abhängigkeit zum Ultraschallanemometer ($r = 0,86(0,82-0,89; 0,36)$). Aber die Korrektur der räumlichen Mittelung änderte die Steigung einer linearen Regression nur von 0,63 auf 0,66 und fiel damit wesentlich geringer aus als bei Verwendung der Strukturfunktion. Für die Längenskala L_0 wurde eine geringere Streuung erzielt ($r = 0,85(0,81-0,88; 0,28)$) als bei Verwendung der Strukturfunktion. Die Steigung einer linearen Regression wurde durch die Korrektur von 0,99 auf 0,97 reduziert und zeigte nicht die erwartete Überschätzung. Falls die Probleme dieses Ansatzes gelöst werden können, wäre eine wesentlich zuverlässigere Ableitung der Längenskala L_0 möglich.

A. Zwischenrechnungen

A.1 Rechenweg von Gl. 2.38 zu Gl. 2.39

Die Rechnung zeigt die Faltung der Mittelungsfunktionen für den Laserpuls und den Abstandsbereich, um die gesamte räumliche Mittelung des Lidars zu beschreiben.

$$Q(r) = (I_n * Y)(r) \quad (\text{A.1})$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} I_n(x)Y(r-x)dx \quad (\text{A.2})$$

$$= \frac{1}{\Delta p} \int_{r-\frac{\Delta p}{2}}^{r+\frac{\Delta p}{2}} I_n(x)dx \quad (\text{A.3})$$

$$= \frac{1}{\Delta p} \int_{\frac{2}{\sigma_p c}(r-\frac{\Delta p}{2})}^{\frac{2}{\sigma_p c}(r+\frac{\Delta p}{2})} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-\tau^2)d\tau \quad (\text{A.4})$$

$$= \frac{1}{2\Delta p} \operatorname{erf} \left(\frac{2}{\sigma_p c} \left(r + \frac{\Delta p}{2} \right), \frac{2}{\sigma_p c} \left(r - \frac{\Delta p}{2} \right) \right) \quad (\text{A.5})$$

Für die Integration wurde in der Exponentialfunktion $4x^2/\sigma_p^2 c^2$ mit τ^2 substituiert und die Definition der Fehlerfunktion verwendet (I.N. Bronstein und K.A. Semendjaew, 2013):

$$\operatorname{erf}(a, b) = \operatorname{erf}(b) - \operatorname{erf}(a) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_a^b e^{-\tau^2} d\tau. \quad (\text{A.6})$$

A.2 Rechenweg von Gl. 3.6 zu Gl. 3.7

Die Rechnung zeigt, wie die räumliche Mittelungsfunktionen des Lidars in die Autokovarianz einbezogen wird. Ausgehend von der Autokovarianz $B(s) = \langle v'(r_0)v'(r_0+s) \rangle$ wird die Auswirkung der räumliche Mittelung auf Messungen der Radialgeschwindigkeit $v_{wgt}(r) = (v * Q)(r)$ in die Autokovarianz eingeführt:

$$B_{wgt}(s) = \langle ((v' * Q)(r_0))((v' * Q)(r_0 + s)) \rangle \quad (\text{A.7})$$

$$= \langle \int_{-\infty}^{\infty} v'(x')Q(r_0 - x')dx' \int_{-\infty}^{\infty} v'(y')Q(r_0 + s - y')dy' \rangle \quad (\text{A.8})$$

$$= \langle \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v'(x')v'(y')Q(r_0 - x')Q(r_0 + s - y')dx'dy' \rangle \quad (\text{A.9})$$

Substituiere: $x'' = x' - r_0$ und $y'' = y' - r_0$:

$$= \langle \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v'(x'' + r_0)v'(y'' + r_0)Q(-x'')Q(s - y'')dx''dy'' \rangle \quad (\text{A.10})$$

Substituiere: $z = x'' - y''$

$$= \langle \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v'(x'' + r_0)v'(x'' + z + r_0)Q(-x'')Q(s - z - x'')dx''dz \rangle \quad (\text{A.11})$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B_v(z)Q(-x'')Q(s - z - x'')dx''dz \quad (\text{A.12})$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} B_v(z) \int_{-\infty}^{\infty} Q(-x'')Q(s - z - x'')dx''dz \quad (\text{A.13})$$

mit: $V(x) = \int_{-\infty}^{\infty} Q(-x')Q(x - x')dx' = (Q^- * Q)(x)$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} B_v(z) * V(s - z)dz \quad (\text{A.14})$$

$$= (B_v * V)(s) \quad (\text{A.15})$$

Die räumlich gemittelte Autokovarianz kann als Faltung der ungemittelten Autokovarianz mit einer Funktion, die die räumliche Mittelung des Lidars enthält, beschreiben werden.

A.3 Rechenweg von Gl. 3.9 zu Gl. 3.10

Es wird die räumliche Mittelung des Lidars in die Beschreibung der Autokovarianz über Turbulenzmodelle einbezogen:

$$B_{wgt}(y, \mu, \chi) = (B_v * V)(s) \quad (\text{A.16})$$

$$= \sigma_v^2 (R_v * V)(s) \quad (\text{A.17})$$

$$= \sigma_v^2 \int_{-\infty}^{\infty} V(x)R_v(s - x)dx \quad (\text{A.18})$$

Darin wird der Ausdruck für die räumliche Mittelung des Lidars $V(x) = \frac{1}{\Delta p} F(\frac{x}{\Delta p}, \sqrt{2 \ln 2} \frac{\Delta p}{\Delta r})$ von Frehlich (1997) und des von Kármán-Modells der Autokorrelation $R_v(s) = 1 - \Lambda(\frac{s}{L})$ eingesetzt. Dabei muss die Symmetrie der Autokorrelation $R_v(s - x) = R_v(|s - x|)$ ausgenutzt

werden, weil das von Kármán-Modell nur für positive s definiert ist:

$$= \sigma_v^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\Delta p} F\left(\frac{x}{\Delta p}, \sqrt{2 \ln 2} \frac{\Delta p}{\Delta r}\right) \left[1 - \Lambda\left(\left|\frac{s-x}{L}\right|\right)\right] dx \quad (\text{A.19})$$

Substituiere: $x' = x/\Delta p$

$$= \sigma_v^2 \int_{-\infty}^{\infty} F\left(x', \sqrt{2 \ln 2} \frac{\Delta p}{\Delta r}\right) \left[1 - \Lambda\left(\left|\frac{s-x'\Delta p}{L}\right|\right)\right] dx' \quad (\text{A.20})$$

$$= \sigma_v^2 \int_{-\infty}^{\infty} F\left(x', \sqrt{2 \ln 2} \frac{\Delta p}{\Delta r}\right) \left[1 - \Lambda\left(\frac{\Delta p}{L} \left|\frac{s}{\Delta p} - x'\right|\right)\right] dx' \quad (\text{A.21})$$

$$= \sigma_v^2 \int_{-\infty}^{\infty} F\left(x', \sqrt{2 \ln 2} \frac{\Delta p}{\Delta r}\right) \left[1 - \Lambda\left(\frac{\Delta p}{L} \left|\frac{s}{\Delta p} - x'\right|\right)\right] dx' \quad (\text{A.22})$$

$$= \sigma_v^2 \int_{-\infty}^{\infty} F(x, \mu) [1 - \Lambda(\chi|y-x|)] dx \quad (\text{A.23})$$

mit $\chi = \frac{\Delta p}{L_0}$, $y = \frac{s}{\Delta p}$ und $\mu = \sqrt{2 \ln(2)} \Delta p / \Delta r$. Der gefundene Ausdruck ist eine räumlich gemittelte Beschreibung der Autokovarianz über ein von Kármán-Turbulenzmodell in Abhängigkeit der Turbulenzparameter σ_v^2 und L_0 und der Lidarparameter Δr und Δp .

A.4 Rechnung zu Gleichung 10.4

Es wird der Unterschied zwischen den Kostenfunktionen der Ableitungsverfahren über die Strukturfunktion und Autokovarianz berechnet. Für die Kostenfunktion der Strukturfunktion gilt

$$s_D(\sigma, L_0) = \sum_s [D_{raw}(s, \sigma, L_0) - D(s)]^2. \quad (\text{A.24})$$

Mit $D(s) = 2[B(0) - B(s)]$ (siehe Gl. 2.8c) kann die Kostenfunktion der Strukturfunktion in Abhängigkeit der Autokovarianz formuliert werden:

$$s_D(\sigma, L_0) = \sum_s [2[B_{raw}(s, \sigma, L_0) - B_{raw}(0, \sigma, L_0)] - 2[B(0) - B(s)]]^2 \quad (\text{A.25})$$

$$= \sum_s [2[B_{raw}(0, \sigma, L_0) - B(0)] - 2[B_{raw}(s, \sigma, L_0) + B(s)]]^2 \quad (\text{A.26})$$

$$= \sum_s 4[B_{raw}(0, \sigma, L_0) - B(0)]^2 + 4[B_{raw}(s, \sigma, L_0) + B(s)]^2 \quad (\text{A.27})$$

$$- 8[B_{raw}(0, \sigma, L_0) - B(0)][B_{raw}(s, \sigma, L_0) + B(s)]. \quad (\text{A.28})$$

Darin tritt die Kostenfunktion der Autokovarianz $s_B(\sigma, L_0) = \sum_s [B_{raw}(s, \sigma, L_0) - B(s)]^2$ auf und der gesuchte Unterschied ergibt sich zu:

$$s_D(\sigma, L_0) = 4s_B(\sigma, L_0) + \sum_s 4[B_{raw}(0, \sigma, L_0) - B(0)]^2 \quad (\text{A.29})$$

$$- 8[B_{raw}(0, \sigma, L_0) - B(0)][B_{raw}(s, \sigma, L_0) + B(s)] \quad (\text{A.30})$$

$$= 4s_B(\sigma, L_0) + 4N_s[B_{raw}(0, \sigma, L_0) - B(0)]^2 \quad (\text{A.31})$$

$$- 8[B_{raw}(0, \sigma, L_0) - B(0)] \sum_s [B_{raw}(s, \sigma, L_0) + B(s)] \quad (\text{A.32})$$

B. Auswahl des Bereiches der Separationen für das Ableitungsverfahren

In anderen Arbeiten (Davies et al., 2004; Frehlich et al., 2006) wurden unterschiedliche Bereiche der Separationen für das Ableitungsverfahren verwendet. Daher wurden mehrere Anpassungsbereiche getestet und die Übereinstimmung zu einer alternativen Berechnungsmethode analog zu Kap. 7.1.1 überprüft. Als Anpassungsbereiche wurde $s_{min} = 10$ m und $s_{max} = 1500$ m ausgewählt. Dabei wurde berücksichtigt, dass bei Verwendung von Taylors Hypothese bei niedrigen Windgeschwindigkeiten für die größten Separationen noch genügend Wertepaare für die Berechnung der Strukturfunktion zur Verfügung stehen sollen.

Tabelle B.1: Korrelationskoeffizienten und lineare Regression der Varianz $\sigma_{rv,raw}^2$ aus dem von Kármán-Modell der Strukturfunktion und $\sigma_{rv,def}^2$ aus der Definition für das Lidar für verschiedene Bereiche der Separationen.

$s_{min} = 5$	
$s_{max} = 500$	$r=0.79 (0.71 - 0.86), y=1.08x$
$s_{max} = 750$	$r=0.88 (0.83 - 0.92), y=0.96x$
$s_{max} = 1000$	$r=0.91 (0.86 - 0.93), y=0.94x$
$s_{max} = 1500$	$r=0.90 (0.85 - 0.92), y=0.99x$
$s_{max} = 2000$	$r=0.93 (0.90 - 0.95), y=1.00x$
$s_{max} = 3000$	$r=0.95 (0.93 - 0.97), y=0.99x$
$s_{min} = 10$	
$s_{max} = 500$	$r=0.79 (0.71 - 0.85), y=1.07x$
$s_{max} = 750$	$r=0.88 (0.83 - 0.92), y=0.96x$
$s_{max} = 1000$	$r=0.91 (0.87 - 0.93), y=0.94x$
$s_{max} = 1500$	$r=0.90 (0.85 - 0.92), y=0.99x$
$s_{max} = 2000$	$r=0.93 (0.90 - 0.95), y=1.00x$
$s_{max} = 3000$	$r=0.95 (0.93 - 0.97), y=0.99x$
$s_{min} = 50$	
$s_{max} = 500$	$r=0.79 (0.71 - 0.86), y=1.04x$
$s_{max} = 750$	$r=0.88 (0.83 - 0.92), y=0.95x$
$s_{max} = 1000$	$r=0.91 (0.87 - 0.93), y=0.94x$
$s_{max} = 1500$	$r=0.90 (0.85 - 0.92), y=0.99x$
$s_{max} = 2000$	$r=0.93 (0.90 - 0.95), y=1.00x$
$s_{max} = 3000$	$r=0.95 (0.92 - 0.97), y=0.99x$
$s_{min} = 100$	
$s_{max} = 500$	$r=0.81 (0.73 - 0.87), y=0.99x$
$s_{max} = 750$	$r=0.88 (0.83 - 0.92), y=0.94x$
$s_{max} = 1000$	$r=0.91 (0.87 - 0.93), y=0.94x$
$s_{max} = 1500$	$r=0.90 (0.85 - 0.93), y=0.99x$
$s_{max} = 2000$	$r=0.93 (0.90 - 0.95), y=1.00x$
$s_{max} = 3000$	$r=0.96 (0.92 - 0.97), y=0.99x$

Tabelle B.2: Korrelationskoeffizienten und lineare Regression der Längenskala $L_{0,raw}$ zwischen dem ungemitteltem von Kármán-Modell der Strukturfunktion und der Berechnung von L_0 über L_i für das Lidar für verschiedene Bereiche der Separationen.

$s_{min} = 5$	
$s_{max} = 500$	$r=0.31 (0.17 - 0.43), y=1.25x$
$s_{max} = 750$	$r=0.40 (0.27 - 0.55), y=1.23x$
$s_{max} = 1000$	$r=0.46 (0.31 - 0.59), y=1.31x$
$s_{max} = 1500$	$r=0.55 (0.45 - 0.65), y=1.35x$
$s_{max} = 2000$	$r=0.68 (0.54 - 0.76), y=1.58x$
$s_{max} = 3000$	$r=0.78 (0.69 - 0.84), y=1.54x$
$s_{min} = 10$	
$s_{max} = 500$	$r=0.31 (0.17 - 0.44), y=1.24x$
$s_{max} = 750$	$r=0.40 (0.26 - 0.54), y=1.23x$
$s_{max} = 1000$	$r=0.46 (0.31 - 0.59), y=1.31x$
$s_{max} = 1500$	$r=0.55 (0.45 - 0.66), y=1.35x$
$s_{max} = 2000$	$r=0.68 (0.55 - 0.77), y=1.58x$
$s_{max} = 3000$	$r=0.78 (0.69 - 0.85), y=1.54x$
$s_{min} = 50$	
$s_{max} = 500$	$r=0.30 (0.14 - 0.44), y=1.13x$
$s_{max} = 750$	$r=0.40 (0.28 - 0.54), y=1.18x$
$s_{max} = 1000$	$r=0.46 (0.33 - 0.58), y=1.31x$
$s_{max} = 1500$	$r=0.56 (0.45 - 0.67), y=1.33x$
$s_{max} = 2000$	$r=0.68 (0.56 - 0.77), y=1.57x$
$s_{max} = 3000$	$r=0.78 (0.69 - 0.84), y=1.53x$
$s_{min} = 100$	
$s_{max} = 500$	$r=0.35 (0.23 - 0.48), y=1.03x$
$s_{max} = 750$	$r=0.41 (0.28 - 0.58), y=1.14x$
$s_{max} = 1000$	$r=0.47 (0.31 - 0.61), y=1.24x$
$s_{max} = 1500$	$r=0.57 (0.46 - 0.68), y=1.33x$
$s_{max} = 2000$	$r=0.69 (0.56 - 0.77), y=1.56x$
$s_{max} = 3000$	$r=0.79 (0.71 - 0.85), y=1.53x$

C. Abbildungen für das Ultraschallanemometer zu Kapitel 7.1.1

In Kapitel 7.1.1 wurde die Eignung des von Kármán-Modells zur Ableitung der Varianz, Längenskala und Dissipationsrate am Lidar untersucht. Es werden hier zur Vollständigkeit die analogen Betrachtungen für das Ultraschallanemometer gezeigt (Abb. C.1, Abb. C.2 und Abb. C.3). Die Ergebnisse zeigen, wie für das Lidar, eine gute Übereinstimmung für die Varianz und eine Streuung für die Längenskala und die Dissipationsrate.

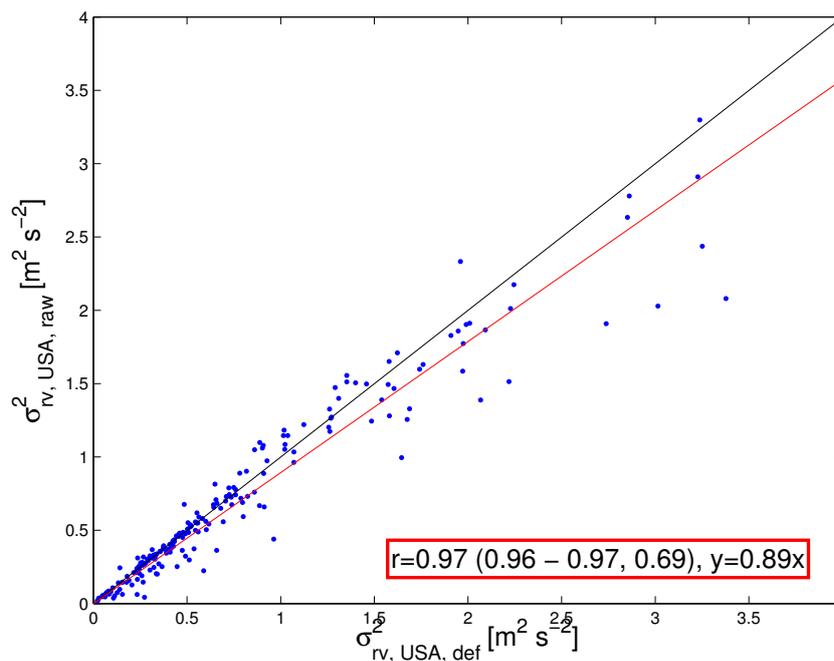


Abbildung C.1: Vergleich der Varianz der Radialgeschwindigkeit des Ultraschallanemometers. Abgeleitet mit dem von Kármán-Modell der Strukturfunktion ohne Berücksichtigung der räumlichen Mittelung und über die Definition berechnet (blau). Es ist eine lineare Regression (rot) und eine Gerade mit Steigung eins (schwarz) eingezeichnet.

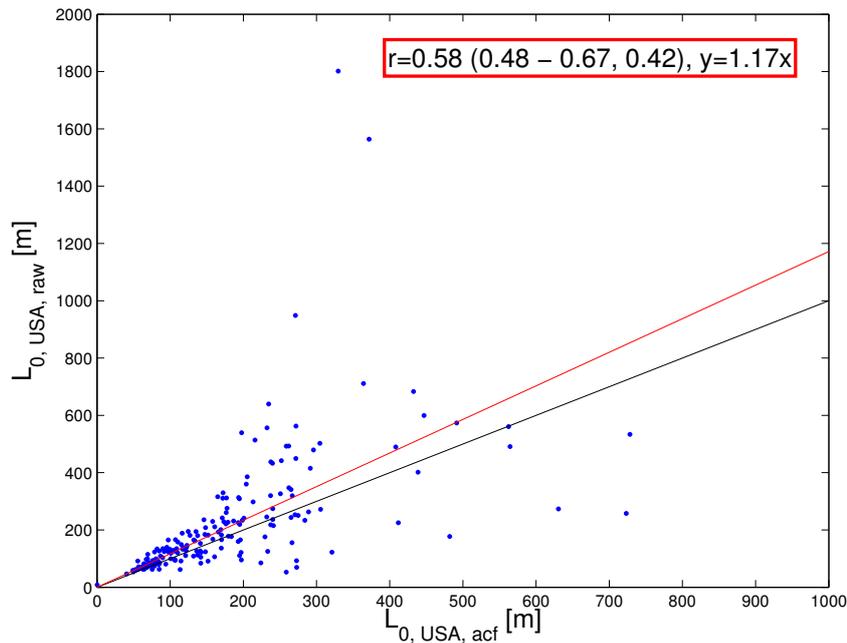


Abbildung C.2: Vergleich der Längenskala L_0 aus dem Kármán-Modell der Strukturfunktion und der integralen Längenskala für den Mast. Es ist eine lineare Regression (rot) und eine Gerade mit Steigung eins (schwarz) eingezeichnet.

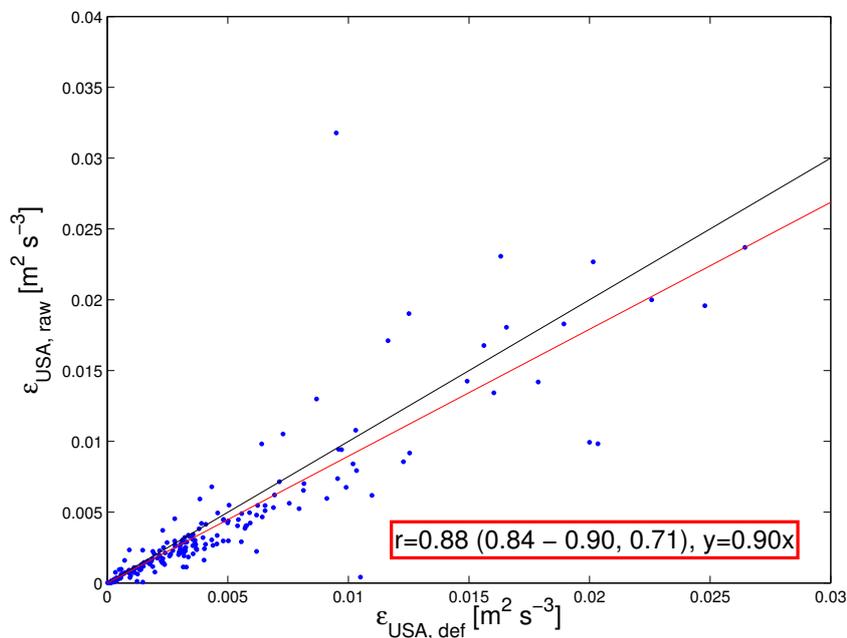


Abbildung C.3: Vergleich der Dissipationsrate der turbulenten, kinetischen Energie zwischen ungewichtetem von Kármán-Modell für Mast und der Berechnung aus der Definition der Varianz und integraler Längenskala. Es ist eine lineare Regression (rot) und eine Gerade mit Steigung eins (schwarz) eingezeichnet.

Abbildungsverzeichnis

2.1	Mittleres Vertikalprofil für Temperatur und Druck der mittleren Breiten.	4
2.2	Schematischer Tagesgang der Grenzschicht für einen Strahlungstag.	6
2.3	Ergebnisse von Reynolds Farbfaden Experiment.	9
2.4	Messprinzip eines Doppler-Lidars.	16
2.5	Prinzip eines Vier-Niveau-Lasers.	17
2.6	Schematischer Aufbau eines Lasers.	17
2.7	Spektrum der Energiedichte der Radialgeschwindigkeit von Lidar und USA. . . .	20
3.1	Abhängigkeit des von Kármán-Modells der Strukturfunktion von der Längenskala.	30
4.1	Messaufbau der Vergleichsmessung.	32
4.2	Zeitreihe der Radialgeschwindigkeit und des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses. . .	33
4.3	Meteorologische Umweltbedingungen während der Vergleichsmessung.	35
4.4	Typische Temperaturschichtungen für die Messung.	36
4.5	Gefilterte Zeitreihen der Radialgeschwindigkeit für Lidar und USA.	36
5.1	Zeitreihe der 30 minütigen Mittelwerte der Radialgeschwindigkeit.	38
5.2	Zeitreihe der Varianz der Radialgeschwindigkeit über 30 Minuten-Intervalle. . . .	40
5.3	Streudiagramm der Varianz der Radialgeschwindigkeit über 30 Minuten-Intervalle von Lidar und USA.	41
5.4	Streudiagramm der Varianz der Radialgeschwindigkeit über 30 Minuten-Intervalle von Lidar und USA bei gleicher Messfrequenz.	42
5.5	Differenz der Varianzen in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit.	43
6.1	Vergleich integrale Längenskalen aus Integration der Autokorrelationsfunktion bis zum 1. Nulldurchgang und Anpassung einer Exponentialfunktion.	46
6.2	Streudiagramm der integralen Längenskalen von USA und Lidar.	47
6.3	Abhängigkeit der Differenz der integralen Längenskalen zwischen Lidar und USA von Windgeschwindigkeit und Richtung.	47
6.4	Überschätzung der integralen Längenskala durch die Pulslänge des Lidars.	48
6.5	Überschätzung der integralen Längenskala durch die Abstandsbereichsgröße des Lidars.	49

6.6	Überschätzung der integralen Längenskala für unterschiedliche Abstandsbereichsgrößen.	49
6.7	Korrektur der integralen Längenskalen am Verhältnis der Varianzen.	50
7.1	Varianz aus von Kármán-Modell der Strukturfunktion und Definition für Lidar. . .	53
7.2	Längenskala L_0 aus von Kármán-Modell der Strukturfunktion und integraler Längenskala für Lidar.	53
7.3	Dissipationsrate aus von Kármán-Modell der Strukturfunktion und alternativer Berechnung für Lidar.	54
7.4	Korrektur der räumlichen Mittelung im Vergleich zum USA für die Varianz an der Strukturfunktion.	56
7.5	Korrektur der räumlichen Mittelung im Vergleich zum USA für die Längenskala L_0 an der Strukturfunktion.	56
7.6	Korrektur der räumlichen Mittelung im Vergleich zum USA für die Dissipationsrate an der Strukturfunktion.	57
7.7	Abweichung durch Verwendung des longitudinalen Modells der Strukturfunktion für die transversale Strukturfunktion.	59
7.8	Unterschied des transversalen und longitudinalen Modells für die Längenskala L_0 . . .	59
7.9	Absoluter Fehler durch nicht longitudinale Strukturfunktionen für die Varianz. . .	60
8.1	Theoretischer und gemessener Fehler durch die räumliche Mittelung.	64
8.2	Ergebnisse für die Varianz bei Abstandsbereichsgrößen im Vergleich zur unkorrigierten Varianz.	65
8.3	Ergebnisse für die Varianz bei Abstandsbereichsgrößen im Vergleich zur Varianz berechnet nach Gl. 2.2.	66
8.4	Ergebnisse für die Varianz bei Abstandsbereichsgrößen im Vergleich zur Varianz des USA.	67
9.1	Profile der Varianz aus HOPE Experiment am 04.05.2013.	72
9.2	Profile der Längenskala L_0 aus HOPE Experiment am 04.05.2013.	73
10.1	Längenskala L_0 aus von Kármán-Modell der Autokovarianz und integraler Längenskala für Lidar.	77
10.2	Varianz aus von Kármán-Modell der Autokovarianz und Definition für Lidar. . .	77
10.3	Korrektur der räumlichen Mittelung im Vergleich zum USA für die Längenskala L_0 an der Autokovarianz.	78
10.4	Korrektur der räumlichen Mittelung im Vergleich zum USA für die Varianz an der Autokovarianz.	78
10.5	Gemessene Autokovarianz und angepasste Modelle für ein 30 Minuten-Intervall. . .	79
C.1	Varianz aus von Kármán-Modell der Strukturfunktion und Definition für USA. . .	91

C.2	Längenskala L_0 aus von Kármán-Modell der Strukturfunktion und integraler Längenskala für USA.	92
C.3	Dissipationsrate aus von Kármán-Modell der Strukturfunktion und alternativer Berechnung für USA.	92

Tabellenverzeichnis

2.1	Zusammensetzung der Atmosphäre	3
4.1	Messeinstellungen des Doppler-Lidars	33
5.1	Mittelwerte der radialen Windgeschwindigkeit für Messeinstellungen.	38
5.2	Korrelationskoeffizienten der radialen Windgeschwindigkeit für Messeinstellungen.	41
7.1	Kennzahlen aus dem Vergleich von Turbulenzparametern aus dem von Kármán-Modell der Strukturfunktion zwischen Lidar und Ultraschallanemometer.	58
7.2	Kennzahlen aus dem Vergleich von Turbulenzparametern zwischen Strukturfunktion aus Zeitreihe des USA und aus Zeitreihe der Strukturfunktion entlang des Lidarstrahls.	61
8.1	Kennzahlen der linearen Regressionen in Abbildung 8.2.	66
8.2	Kennzahlen der linearen Regressionen in Abbildung 8.3.	66
8.3	Kennzahlen der linearen Regressionen in Abbildung 8.4.	67
9.1	Höhe der maximalen Varianz und Längenskala.	71
B.1	Korrelationskoeffizienten und lineare Regression der Varianz $\sigma_{rv,raw}^2$ aus dem von Kármán-Modell der Strukturfunktion und $\sigma_{rv,def}^2$ aus der Definition für das Lidar für verschiedene Bereiche der Separationen.	88
B.2	Korrelationskoeffizienten und lineare Regression der Längenskala $L_{0,raw}$ zwischen dem ungemitteltem von Kármán-Modell der Strukturfunktion und der Berechnung von L_0 über L_i für das Lidar für verschiedene Bereiche der Separationen.	89

Literaturverzeichnis

- Albers, S., D. Klapper, U. Konradt, A. Walter, und J. Wolf, 2009: *Methodik der empirischen Forschung*. 3. Aufl., Gabler, Wiesbaden, 578 Seiten.
- Browning, K. und R. Wexler, 1968: The determination of kinematic properties of a wind field using doppler radar. *J. Appl. Meteor.*, **7** (1), 105–113.
- Carlson, J. A., A. Jaffe, und A. Wiles, 2006: *The millennium prize problems*. American Mathematical Society, Providence, RI, 169 Seiten.
- Davies, F., C. Collier, G. Pearson, und K. Bozier, 2004: Doppler lidar measurements of turbulent structure function over an urban area. *J. Atmos. Ocean. Tech.*, **21** (5), 753–761.
- Demtröder, W., 2005: *Experimentalphysik 3: Atome, Moleküle und Festkörper*. 4. Aufl., Springer, Berlin Heidelberg, 650 Seiten.
- Etling, D., 2008: *Theoretische Meteorologie: Eine Einführung*. 3. Aufl., Springer, Berlin Heidelberg, 376 Seiten.
- European Centre for Medium-Range Weather Forecasts, 2013: *Integrated Forecast System Documentation Cycle 40r1*. Shinfield Park, Reading, RG2 9AX, UK.
- Foken, T., 2006: *Angewandte Meteorologie: Mikrometeorologische Methoden*. 2. Aufl., Springer, Berlin Heidelberg, 325 Seiten.
- Frehlich, R., 1997: Effects of wind turbulence on coherent doppler lidar performance. *J. Atmos. Ocean. Tech.*, **14** (1), 54–75.
- Frehlich, R. und L. Cornman, 2002: Estimating spatial velocity statistics with coherent doppler lidar. *J. Atmos. Ocean. Tech.*, **19** (3), 355–366.
- Frehlich, R., S. M. Hannon, und S. W. Henderson, 1998: Coherent doppler lidar measurements of wind field statistics. *Bound.-Lay. Meteorol.*, **86** (2), 233–256.
- Frehlich, R., Y. Meillier, M. L. Jensen, B. Balsley, und R. Sharman, 2006: Measurements of boundary layer profiles in an urban environment. *J. Appl. Meteor. Climatol.*, **45** (6), 821–837.
- Gerthsen, C. und D. Meschede, 2010: *Gerthsen Physik*. 24. Aufl., Springer, Berlin Heidelberg, 1047 Seiten.

- Gill Instrument Ltd., 1995: *Solent Research: Ultrasonic Anemometer; Product Secification*. Saltmarsh Park, 67 Gosport Street, Lymington, Hampshire, SO41 9GE UK, 4. Aufl.
- Hagen, G., 1839: Ueber die Bewegung des Wassers in engen cylindrischen Röhren. *Ann. Phys-Leipzig*, **2 (46)**, 423–442.
- Hinze, J. O., 1975: *Turbulence*. 2. Aufl., McGraw-Hill, New York, NY, 790 Seiten.
- I.N. Bronstein und K.A. Semendjaew, V. Z. u. D. Z. H. v. E. Z., Weitergeführt von G. Grosche, 2013: *Taschenbuch der Mathematik*, Vol. 3. 3. Aufl., Springer, Wiesbaden, 1310 Seiten.
- Kolmogorov, A. N., 1941: The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds numbers. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, Vol. 30, 299–303.
- Kraus, H., 2004: *Die Atmosphäre der Erde: Eine Einführung in die Meteorologie*. Springer, Berlin Heidelberg, 422 Seiten.
- Kraus, H., 2008: *Grundlagen der Grenzschicht-Meteorologie: Einführung in die Physik der Atmosphärischen Grenzschicht und in die Mikrometeorologie*. Springer, Berlin Heidelberg, 211 Seiten.
- Kristensen, L. und D. H. Lenschow, 1987: An airborne laser air motion sensing system. part ii: design criteria and measurement possibilities. *J. Atmos. Ocean. Tech.*, **4 (1)**, 128–138.
- Lenschow, D., J. C. Wyngaard, und W. T. Pennell, 1980: Mean-field and second-moment budgets in a baroclinic, convective boundary layer. *J. Atmos. Sci.*, **37 (6)**, 1313–1326.
- Lenschow, D. H. und L. Kristensen, 1988: Applications of dual aircraft formation flights. *J. Atmos. Ocean. Tech.*, **5 (6)**, 715–726.
- Lothon, M., D. H. Lenschow, und S. D. Mayor, 2006: Coherence and scale of vertical velocity in the convective boundary layer from a doppler lidar. *Bound.-Lay. Meteteorol.*, **121 (3)**, 521–536.
- Monin, A. und A. Obukhov, 1954: Basic laws of turbulent mixing in the surface layer of the atmosphere. *Contrib. Geophys. Inst. Acad. Sci. USSR*, **151**, 163–187.
- Oertel jr, H., M. Böhle, und U. Dohrmann, 1996: *Strömungsmechanik: Grundlagen - Grundgleichungen - Lösungsmethoden - Softwarebeispiele*. 75. Aufl., Vieweg+Teubner, Wiesbaden, 456 Seiten.
- O'Neill, P., D. Nicolaidis, D. Honnery, und J. Soria, 2004: Autocorrelation functions and the determination of integral length with reference to experimental and numerical data. *15th Australasian fluid mechanics conference, Sydney, Australia*, Paper AFMC00184.
- Pichler, H., 1997: *Dynamik der Atmosphäre*. 3. Aufl., Spektrum, Heidelberg, 572 Seiten.
- Prandtl, L., 1904: Über Flüssigkeitsbewegungen bei sehr kleiner Reibung. *Verhandlungen des dritten Internationalen Mathematiker-Kongresses in Heidelberg vom 8. bis 13. August 1904*, 484–491.

- Reynolds, O., 1883: An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels. *P. R. Soc. London*, **35 (224-226)**, 84–99.
- Richardson, L., 1923: Wind above the night-calm at Benson at 7 am. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **49**, 34–38.
- Richardson, L. F., 1920: The supply of energy from and to atmospheric eddies. *P. Roy. Soc. Lond. A Mat.*, **97**, 354–373.
- Schlittgen, R. und B. H. J. Streitberg, 2001: *Zeitreihenanalyse*. 9. Aufl., Oldenbourg Wissenschaftsverlag, München, 571 Seiten.
- Stawiarski, C., 2014: Optimizing Dual-Doppler Lidar Measurements of Surface Layer Coherent Structures with Large-Eddy Simulations. Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie.
- Stull, R. B., 2009: *An introduction to boundary layer meteorology*. Springer, Dordrecht, 670 Seiten.
- Taylor, G. I., 1938: The spectrum of turbulence. *P. Roy. Soc. Lond. A Mat.*, **164 (919)**, 476–490.
- Träumner, K., 2013: Einmischprozesse am Oberrand der konvektiven atmosphärischen Grenzschicht. Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie.
- von Kármán, T., 1948: Progress in the statistical theory of turbulence. *P. Natl. Acad. Sci. USA*, **34 (11)**, 530–539.
- Wandinger, U., 2005: Introduction to Lidar. *Lidar: Range-Resolved Optical Remote Sensing of the Atmosphere*, C. Weitkamp, Hrsg., Springer, New York, NY, Kap. 1, 1–18, 455 Seiten.
- Werner, C., 2005: Doppler Wind Lidar. *Lidar: Range-Resolved Optical Remote Sensing of the Atmosphere*, C. Weitkamp, Hrsg., Springer, New York, NY, Kap. 12, 325–354, 455 Seiten.
- Willis, G. E. und J. Deardorff, 1976: On the use of Taylor's translation hypothesis for diffusion in the mixed layer. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **102**, 817–822.

Danksagung

Ich möchte mich für die sehr freundliche und kompetente Betreuung bei Frau Dr. Katja Trümner und Frau Dr. Christina Stawiarski sehr herzlich bedanken. Bei Prof. Dr. C. Kottmeier für die hilfreichen Ratschläge und Anmerkungen für meine Arbeit. Meiner Familie möchte ich für die Unterstützung während der Masterarbeit und im gesamten Studium danken.

Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbst verfasst und nur die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe.

Ich bin damit einverstanden, dass diese Arbeit in Bibliotheken eingestellt wird und vervielfältigt werden darf.

Karlsruhe, den 25. August 2014

Name